

U

P

T

**Comparación de métodos
matemáticos para la
caracterización de un
modulador espacial de luz**

por

Juan Miguel Olvera Angeles

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

Maestro en Computación Óptica

en la

Universidad Politécnica de Tulancingo

Octubre 2017

Tulancingo de Bravo, Hidalgo

Supervisada por:

Dr. Alfonso Padilla Vivanco

Coasesor:

Dra. Carina Toxqui Quitl

©UPT

El autor otorga a la *UPT* el permiso de reproducir y distribuir copias en su
totalidad o en partes de esta tesis



Dedicatoria

A mis padres Miguel y Elsa por su apoyo y consejos

Agradecimientos

A mi asesor el Dr. Alfonso Padilla Vivanco por su guía para el desarrollo de esta investigación.

Al Laboratorio de Óptica y Visión por Computadora (LABOYV) de la Universidad Politécnica de Tulancingo (UPT).

A la Dra. Eva Acosta y al Dr. Justo Arines del departamento de óptica en la Universidad de Santiago de Compostela, por su apoyo durante mi estancia de investigación.

A mis sinodales el Dr. José Gabriel Ortega Mendoza, Dr. César Joel Camacho Bello y Dra. Carina Toxqui Quitl por sus aportaciones y consejos en este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT por el apoyo a través de la beca nacional 714741.

A la Universidad Politécnica de Tulancingo por el apoyo a través de la beca académica de investigación y posgrado.

Al Mtro. Arturo Gil Borja rector de la Universidad Politécnica de Tulancingo por el apoyo otorgado para la realización de esta tesis.

Prefacio

Los elementos básicos de hoy en día emplean pantallas, también llamados “display”, para el despliegado de datos. En el transcurso de la evolución tecnológica, un elemento eléctrico como lo es una calculadora, un celular, una computadora, entre otros, necesitan mostrar la información, y un método económico y fácil de usar es un modulador espacial de luz (SLM). En la rama de la industria, los SLM son empleados en un sinnúmero de aplicaciones, como lo es el grabado de metal, el uso de simples pantallas en máquinas industriales, en seguridad para el reconocimiento de patrones, en Holografía para el área biomédica, en codificación de frente de onda para la obtención de imágenes de alta resolución y corrección de aberraciones. La cantidad de aplicaciones es muy grande ya que se divide en dos tipos, los empleados para fase y los empleados en amplitud.

Los SLM empleados en amplitud son los más conocidos, fácilmente observados al ver una televisión, utilizar una tableta o el uso cotidiano de utilizar una computadora. El método de codificación de frente de onda utiliza un modulador de fase para aumentar la profundidad de campo, al considerar el SLM como un elemento modificador de fase llamado, también máscara de fase flexible. Esta nos permite modificar la amplitud y forma.

En el documento la organización mostrada sirve para entender el procedimiento de caracterización y uso de un SLM en un sistema de codificación de frente de onda. En el capítulo 1 se presentan los objetivos y estado del arte del proyecto de tesis. El capítulo 2 está dedicado en uso exclusivo a los estados de polarización lineal, circular y elíptica. Así mismo, la obtención de birrefringencia de una SLM en forma experimental. En el capítulo 3 se muestran las matrices de Jones, las cuales son los estados de polarización a observables. De igual manera, el modelo matemático de una SLM considerando que está compuesta por superficies y los modelos Yamauchi, Saleh y Márquez. En el capítulo 4 la obtención de la birrefringencia de un SLM de forma experimental, además su sistema óptico y resultados muestreados en una gráfica. El sistema óptico de un interferómetro Mach Zender para obtener un interferograma el cual nos muestra el retardo de fase. El capítulo 5: la codificación de frente de onda mostrado en este documento hace uso del SLM como una máscara flexible, con lo cual, modifica el frente de onda y se muestra en una gráfica para cada método. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones generales de todo el trabajo presentado.

Resumen

En este trabajo se presenta una comparación de diferentes métodos para la caracterización de un modulador espacial de luz (SLM) como lo son Yamahuchi, Saleh, Márquez. Así mismo, se presentan los modelos matemáticos e interpretación de los mismos. La birrefringencia del SLM es obtenida experimentalmente, para cada SLM. Los modelos presentados en este documento, están basados en matrices de Jones, las cuales consisten en interpretar los estados de polarización en forma de matriz, para la caracterización del SLM se empleó el interferómetro Mach Zehnder con lo cual se generaron interferogramas, utilizando diferentes ángulos en los ejes del polarizador y analizador, dependiendo del modelo a tratar. Se muestrean resultados cuantitativos del retardo de fase con respecto a los niveles de gris desplegados en la SLM.

EL SLM previamente caracterizado se empleó en un sistema codificador de frente de onda como elemento codificador. Se proyectaron diferentes máscaras de fase, como lo son: los polinomios de Jacobi-Fourier, la máscara cubica y trefoil. De esta manera, se tiene un sistema codificador de frente de onda flexible al variar forma y fuerza del elemento codificador. Los sistemas de codificación, así como la caracterización se presentan en condiciones de laboratorio. El objeto muestra usada en este documento es una placa USAF 1951, que permite observar los parámetros de resolución en el sistema óptico con una variación de profundidad de campo.

Abstract

In this document we present a comparison of different methods for the characterization of a spatial light modulator (SLM) such as son Yamahuchi, Saleh, MÃ¡rquez. Likewise, the mathematical models and their interpretation are presented. The birefringence of SLM is obtained experimentally, for each SLM. The models presented in this document, are based on Jones matrices, the consistencies consist of interpreting the states of polarization in the form of matrix, for the characterization of SLM are used in the interferometer Mach Zehnder with which interferograms were generated, using different angles are the axes of the polarizer and analyzer, depending on the model to be treated. Quantitative phase delay results are shown with respect to the gray levels displayed in the SLM.

The SLM has been used in a wavefront encoder system as an encoder element. Different phase masks were projected, such as the son: the Jacobi-Fourier polynomials, the cubic mask and the clover. In this way, it has a flexible wavefront encoder system and forms the strength of the encoder element. Coding systems as well as characterization are presented under laboratory conditions. The object shown in this document is a USAF 1951 plate, which allows to observe the resolution parameters in the optical system with a variation of depth of field.

Índice de figuras

1.1. Modulador espacial de luz modelo LC 2012	2
1.2. Modulador espacial de luz modelo Pluto	2
1.3. Clasificación de Modelos matemáticos	3
1.4. Modelo de un SLM en forma de láminas	4
2.1. Gráfica mostrando el desfaseamiento de fase entre E_x y E_y , donde ε es la diferencia de fase	10
2.2. Polarización elíptica con $E_{0x} = E_{0y}$ y una diferencia de fase de a) $E_{0x} < E_{0y}$ y $\varepsilon < \pi/2$ b) $E_{0x} = E_{0y}$ y $\varepsilon = -\pi/2$ c) $E_{0x} > E_{0y}$ y $\varepsilon > 3\pi/2$ d) $E_{0x} = -E_{0y}$ y $\varepsilon = \pi/2$	12
2.3. Polarización circular con $E_{0x} = E_{0y}$ y una diferencia de fase de a) $\varepsilon = -\pi/2$ y b) $\varepsilon = \pi/2$	13
2.4. Polarización lineal donde a) $E_x = 0$ y $\varepsilon = 0$ b) $E_y = 0$ y $\varepsilon = 0$ c) $E_x = E_y$ y $\varepsilon = 0$ y d) $E_x = E_y$ y $\varepsilon = 0$	15
2.5. Diagrama de velocidades: a) en un cristal negativo y b) en un cristal positivo	16
4.1. Sistema óptico para obtener la birrefringencia de la SLM	32
4.2. Irradiancia sin tensión variando los polarizadores a) Irradiancia experimental b) Irradiancia simulada variando la birrefringencia	33
4.3. Irradiancia variando los polarizadores a) Irradiancia experimental b) Irradiancia simulada variando la birrefringencia	33
4.4. Birrefringencia real de la SLM holoeye 2012	34
4.5. Interferómetro de Mach Zender para la caracterización de la SLM	35
4.6. Sistema óptico de un interferómetro usando la SLM experimental	35
4.7. Proceso empleado en la optimización de la SLM	36
4.8. Resultados de calibración método combinado	37
4.9. Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 55$, $\psi_A = 0$, $\phi_1 = 25$, $\phi_2 = 100$ utilizando el método combinado	38
4.10. Retardo de fase de Teoría contra la Medición usando método de Yamauchi modificado	39

4.11. Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 15, \psi_A = 120$ utilizando el método Saleh	40
4.12. Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Saleh	41
4.13. Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 20, \psi_A = 65$ utilizando el método Márquez	42
4.14. Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Márquez	43
4.15. Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 10, \psi_A = 100$ utilizando el método Yamahuchi	44
4.16. Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Yamahuchi	45
4.17. Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra el nivel de gris de todos los métodos analizados	46
5.1. Sistema óptico en la sección a) sistema óptico sencillo en donde se observa una pupila de salida y b) sistema óptico con máscara de fase con lo que se logra una codificación del frente de onda	48
5.2. Sistema óptico codificador del frente de onda usando una SLM	48
5.3. Máscara de fase cúbica convolucionada con una Placa zonal de Fresnel	50
5.4. Diseño óptico para ver la PSF del sistema y de la máscara de fase	51
5.5. Alineamiento visual a) la máscara de fase alineada y b) la máscara no alineada	52
5.6. Alineamiento usando el sensor el cual nos muestra un $Z_3^3(r, \theta)$ el cuál es la máscara trefoil con 2 lambda de fuerza	53
5.7. Máscaras de fase proyectadas en la SLM	54
5.8. Sistema codificador de frente de onda usando un objeto extendido	55
5.9. Sistema codificador de frente de onda usando una SLM	56
5.10. Sistema óptico de WFC experimental	57
5.11. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de -2λ a -1λ	58
5.12. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $-0,75\lambda$ a $0,25\lambda$	59
5.13. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $0,5\lambda$ a $1,5\lambda$	60
5.14. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $1,75\lambda$ a 2λ	61
5.15. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de -2λ a -1λ	62

5.16. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $-0,75\lambda$ a $0,25\lambda$	63
5.17. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $0,5\lambda$ a $1,5\lambda$	64
5.18. Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $1,75\lambda$ a 2λ	65

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	3
1.2. Aplicaciones	5
1.3. Justificación	5
1.4. Objetivos	6
1.4.1. Objetivo General	6
1.4.2. Objetivos Particulares	6
1.5. Aportaciones	6
1.6. Conclusiones	7
2. Fundamentos matemáticos	9
2.1. Introducción	9
2.2. Polarización	10
2.2.1. Polarización elíptica	10
2.2.2. Polarización circular	12
2.2.3. Polarización lineal	14
2.3. Birrefringencia	15
2.3.1. Determinación de birrefringencia	16
2.4. Conclusiones	18
3. Modelo matemático de un modulador espacial de luz	19
3.1. Introducción	19
3.2. Modelos matemáticos de un SLM	19
3.2.1. Vectores de Jones	19
3.2.2. Matrices de Jones	20
3.3. Modelo de un modulador espacial de luz	22
3.4. Modelos matemáticos de caracterización	25
3.4.1. Método Yamauchi modificado	25
3.4.2. Método de Saleh	27
3.4.3. Método de Márquez	28

3.4.4.	Método de Yamauchi	28
3.5.	Conclusiones	29
4.	Caracterización de un modulador espacial de luz	31
4.1.	Introducción	31
4.2.	Birrefringencia experimental	31
4.3.	Caracterización de la SLM	34
4.3.1.	Método de Yamauchi modificado	37
4.3.2.	Método de Saleh	39
4.3.3.	Método de Márquez	41
4.3.4.	Método de Yamahuchi	43
4.4.	Conclusiones	45
5.	Aplicación: Codificación variable del frente de onda usando una SLM	47
5.1.	Introducción	47
5.2.	Codificación del frente de onda	47
5.3.	Tipos de máscaras de fase	48
5.3.1.	Máscara Cúbica	49
5.3.2.	Mascara Zernike Z_3^3	49
5.3.3.	Mascara los polinomios de Jacobi-Fourier	49
5.4.	Mascara de fase con placa zonal de Fresnel	50
5.5.	Sistema óptico de codificación de frente de onda utilizando una SLM	50
5.5.1.	Diseño óptico para un sistema puntual	50
5.5.2.	Diseño óptico para un objeto extendido	55
5.5.3.	Codificación de frente de onda	56
5.6.	Conclusiones	65
6.	Conclusiones generales	67
6.1.	Conclusiones	67
6.2.	Trabajo a futuro	67
6.3.	Trabajos derivados de la Tesis	68
	Bibliografía	69

Capítulo 1

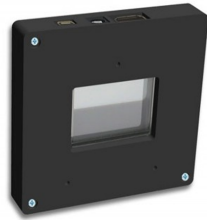
Introducción

La óptica es la rama de la física que estudia la luz, principalmente dos propiedades: amplitud y fase. En el caso de los sistemas coherentes, la información de la luz está dada por la fase y la amplitud. Sin embargo, en los sistemas incoherentes, la información está dada por la amplitud. Un dispositivo para controlar estas propiedades son los moduladores espaciales de luz (SLM) [1]. Los SLM trabajan modificando la luz punto a punto.

Existen tres tipos de SLM, los cuales son diferenciados dependiendo de su modulación: a) los SLM que modifican únicamente la fase, son conocidos como moduladores de fase; b) los SLM que modifican únicamente la amplitud, son conocidos como moduladores de amplitud; y c) los SLM que modulan los dos, son conocidos como híbridos. En este trabajo son empleados dos, el primero híbrido y el segundo modulador de fase [2].

Para utilizar un SLM es necesario su caracterización, esto se logra empleando modelos matemáticos como Yamauchi, Saleh y Márquez. En esta sección se muestra el estado del arte para la caracterización de los SLM de igual manera los objetivos generales y particulares del trabajo.

Se caracterizan dos tipos de moduladores espacial de luz, el primero de modulación híbrida Holoeye modelo 2012 y el segundo Holoeye modelo Pluto mostrados en la Fig. 1.1 y la Fig. 1.2



Tipo	LCD traslucida
Modelo:	Twisted nematic
Niveles de gris	256(8 bits) niveles gris
Área activa	36.9x27.6mm
Tamaño display diagonal	1.8"
Resolución	1024x768píxeles
Tamaño de pixel	36 μ m
Rango de imagen	60 Hz

Figura 1.1: Modulador espacial de luz modelo LC 2012

Cabe aclarar que las diferencias entre los dos moduladores son grandes, siendo el modulador LC 2012 de tamaño de pixel de 36 *micras* y el modulador modelo Pluto 8 *micras*. Por consiguiente, un modulador con menor tamaño de píxeles y mayor cantidad de píxeles generara un retardo de fase mejor.



Tipo	LCD traslucida
Modelo:	Reflective LCOS
Niveles de gris	256(8 bits) niveles gris
Área activa	15.36 x 8.64 mm
Tamaño display diagonal	0.7"
Resolución	1920 x 1080píxeles
Tamaño de pixel	8.0 μ m
Rango de imagen	60 Hz

Figura 1.2: Modulador espacial de luz modelo Pluto

Existen diferentes clasificaciones de los moduladores espaciales de luz como lo son por el tratamiento de la luz: transmisión y reflexión. Así mismo, por el modo de caracterización, ya que, pueden ser de modulación en fase y en amplitud. En la tesis se presentan los modelos de Yamahuchi, Saleh y Marquez mostrados en la Fig. 1.3, Ya que son empleados en la caracterización de fase y la aplicación de codificación de frente de onda requiere una diferencia de fase de parte de la SLM.

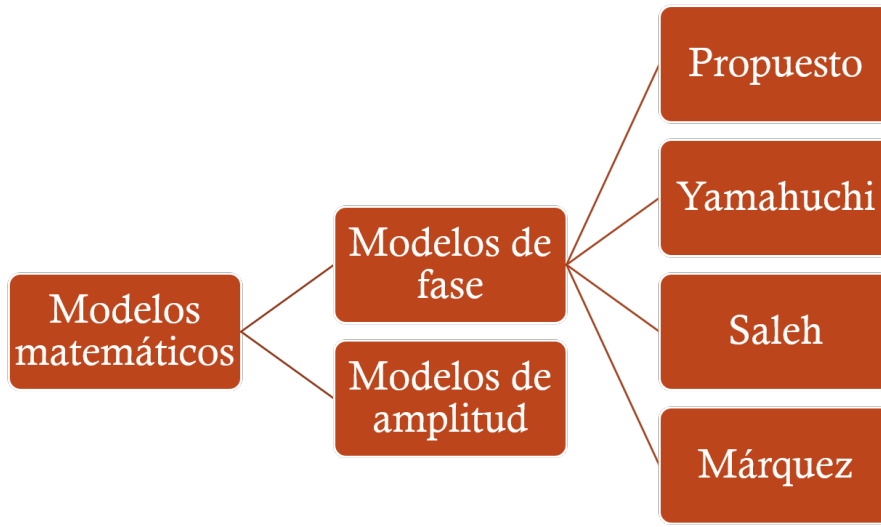


Figura 1.3: Clasificación de Modelos matemáticos

1.1. Estado del arte

El uso de un modulador espacial de luz requiere una caracterización en cualquiera de sus dos modalidades (fase y amplitud) para esto se utilizan modelos matemáticos. Los modelos hacen uso de matrices de Jones o de matrices de Muller dependiendo de sus modalidades, en este trabajo utilizaremos y nos centraremos en las matrices de Jones [3]. Las matrices de Jones son utilizadas para caracterizar un SLM en modo fase, sin embargo, los moduladores que requieren una caracterización más precisa son los híbridos ya que no necesitamos una variación de transmitancia [4].

Kanghua Lu y Bahaa E.A. Saleh, [5] proponen en 1990 un método de caracterización empleando dos elementos de polarización, los cuales deben cruzarse en un ángulo de 90° entre ellos para que con el valor obtenido (desfasamiento en ese punto) se proceda a la caracterización.

A. Bergeron y J. Gauvin, [6] en 1995 proponen un método para la caracterización de la SLM, utilizando igual que Saleh, dos polarizadores posicionados en forma que la fase del SLM sea lineal.

En el mismo año Mokoto Yamahuchi [7] propone un modelo matemático para la caracterización en fase de un SLM. Él consideró que el modulador está compuesto por una serie de láminas pegadas entre sí como se observa en la Fig. 1.4. Este método es el más utilizado por su simplicidad en el manejo de la caracterización de SLM. Dos años después Yamahuchi propone una optimización de su método dando valores más precisos.

Mathias Kruger propone en 2015 unir las dos matrices empleadas para la polarización en observables (Jones y Muller), sin embargo este método es complejo. Todos los métodos propuestos hasta este momento requieren de su comprobación generando un interferograma como el empleado en este trabajo el cual hace uso de un interferómetro Mach Zehnder. Así mismo, con los interferogramas se obtiene el nivel de gris con respecto al retardo de fase [8].

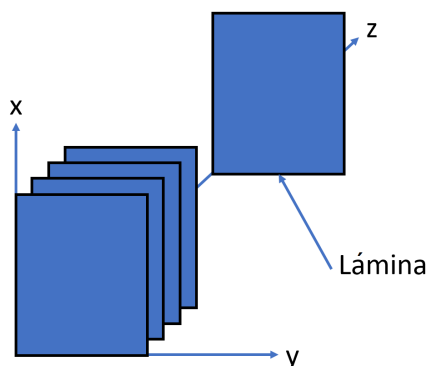


Figura 1.4: Modelo de un SLM en forma de láminas

En el 2016, Jorge Alberto Ramos [9] crea su tesis con la cual explica como caracterizar un modulador espacial de luz utilizando una elipse de polarización y los estados de polarización en vectores de Stokes. En 2005 [10], Jun Li genera estudios en cuanto a el índice extraordinario del SLM y su relación con la modulación de fase, siendo el índice extraordinario el que modifica la fase. En 1999, Jeffrey A. [11] presenta un método para encontrar el índice extraordinario de un modulador espacial de luz tipo trenzado al ser este tipo el más común en los moduladores híbridos. En 1999, Mei-Li Hsieh [12] presenta un artículo donde se estudiaba el tamaño óptimo máximo del pixel de una SLM con respecto a la aplicación de holografía óptico-digital. En 2005, David de Dios [13] propone un método de calibración en tiempo real utilizando una intensidad normalizada y la esfera de Poincaré la cual utiliza vectores de Stokes. En 2009, Christian Kohler [14] propone una caracterización empleando un SLM de formato reflectivo la cual propone se coloque al ángulo crítico con respecto al eje óptico. En el 2007, A. Kumar [15] presenta una caracterización utilizando los parámetros en tiempo real para un modelo Holoeye 2002. En el 2015, Ghaith Makey [16] presenta una caracterización de birrefringencia de un SLM predictivo, considerando el ángulo de las moléculas de entrada con respecto a las de salida. En el 2010, Ariel Burman [17] presenta su tesis donde caracteriza un modulador espacial de luz obtenida de un proyector casero y empleando su sistema de proyección. En el 2007, Minyoung K. [18] la caracterización de un modulador espacial de luz modelo LC 2002 y emplea el modulador para uso de codificación de frente de onda. En el 2014, Ariana S. [19] presenta una caracterización de

un modulador espacial de luz modelo PLUTO-VIS tipo reflexión el cual coloca perpendicular a el eje óptico del sistema. En 1994, Soutar. C. [20] mide la transmitancia de un modulador espacial de luz de transmitancia tipo Epson utilizando vectores de stokes. En 1995, Bergeron A. [21] calibra un modulador espacial de luz utilizando el método de Saleh el cual utiliza vectores de Jones, los cuales son utilizados para caracterización de fase

En 2003, Hossak W. [22] utiliza un modulador espacial de luz en un sistema de holografía caracterizando previamente el modulador como proyección del holograma.

1.2. Aplicaciones

Desde sus inicios los SLM han aumentado en popularidad al ser usados en un sinnúmero de lugares como lo son: el hogar, la industria y los laboratorios de investigación.

- En el hogar, los SLM son empleados en televisiones, tabletas, celulares, balanzas eléctricas o cualquier elemento eléctrico que contenga una pantalla.
- En la industria, los SLM ocupa un puesto importante, un ejemplo sería el uso de grabación de metal, al modificar la intensidad, esto se observa en los celulares [23].
- En laboratorios ópticos los SLM son empleados en: holográfica digital para proyección de hologramas, codificación de frente de onda para el aumento de profundidad de campo proyectando sobre la SLM la máscara de fase (el cual se presenta en este trabajo) [24] [25].

1.3. Justificación

La caracterización de un SLM permite la relación de niveles de gris contra la diferencia de fase usando los métodos Yamauchi, Saleh y Marquez. Éstos métodos emplean matrices e Jones las cuales son necesarias para una caracterización en modalidad fase, así como, las matrices de Muller son utilizadas para la caracterización en modalidad amplitud.

El uso de SLM como máscara de fase permite tener un sistema óptico codificador de frente de onda flexible. Utilizar el SLM como elemento modificador de fase en un sistema codificador del frente de onda, nos permite modificar la máscara de fase en forma y amplitud.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Comparación de cuatro modelos matemáticos para la caracterización de una SLM, considerando tres puntos: linealidad de fase, amplitud de fase, linealidad de transmitancia. Así como, emplearla en un sistema codificador del frente de onda

1.4.2. Objetivos Particulares

1. Programar un algoritmo para el cálculo numérico de birrefringencia.
2. Implementar un sistema óptico para la obtención de la birrefringencia experimental y su comparación con la numérica.
3. Caracterizar un modulador espacial de luz (SLM) LC 2012 en modo modulado en fase, al relacionar niveles de gris contra el retardo de fase.
4. Implementar un interferómetro Mach Zehnder para demostrar la modulación de fase.
5. Implementar un sistema óptico de codificación de frente de onda utilizando la SLM como placa de fase.

1.5. Aportaciones

- Revisión teórica de las matrices de Jones y Muller para representar los estados de polarización en observables.
- Revisión teórica de los métodos de Yamauchi, Saleh y Marquez para la caracterización de un modulador espacial de luz.
- Modelo matemático Yamauchi modificado agregando nuevos elementos
- Comparación de los modelos matemáticos Yamauchi, Saleh, Márquez y Yamauchi modificado que emplean matrices de Jones
- Sistema experimental empleando un interferómetro Mach Zehnder para caracterizar el SLM modelo LC 2012
- Sistema óptico 4f para la implementación de un sistema de codificación de imagen utilizando Yamauchi modificado

- Comparación de máscaras de fase utilizando SLM modelo Pluto
- M.Olvera. Caracterización de un modulador espacial de luz utilizando el método de Yamauchi. Memoria presentada en Universidad Politécnica de Tulancingo: Universidad Politécnica de Tulancingo, 2016.

1.6. Conclusiones

Los SLM son utilizados en muchos elementos electrónicos, sin embargo, para su uso es necesario una caracterización previa, la cual es conseguida utilizando alguno de los métodos utilizados en este trabajo, considerando tres puntos: linealidad de fase, amplitud de fase, linealidad de transmitancia. Se utilizan los métodos de Yamauchi, Saleh y Marquez ya que estos emplean matrices de Jones, las cuales, sirven para caracterizar en fase un modulador espacial de luz. Se utiliza un interferómetro Mach Zehnder para generar los interferogramas necesarios para comprobar cada método.

Capítulo 2

Fundamentos matemáticos

2.1. Introducción

Christian Huygens en 1678 descubre la polarización de la luz al observar la doble refracción de la calcita. Ya que al ser un elemento birrefringente, Huygens observó que la luz oscilaba sólo en un plano al atravesar la calcita. Sin embargo, se creyó que la luz atravesaba a la calcita longitudinalmente, fue después de años que se vio que eran transversales [26].

Existen diferentes formas de polarizar la luz, las cuales son:

1. Polarización por difracción: más concretamente la polarización de rejilla de alambre, la cual suprime las componentes en una dirección y deja pasar la luz en otra dirección.
2. Polarización por material birrefringente: existen materiales los cuales tienen dos índices de refracción llamados índice ordinario e índice extraordinario, al incidir luz no polarizada sobre el material se divide en dos rayos; uno polarizado y uno no polarizado.
3. Polarización por espárcimiento: si una onda electromagnética (luz) incide sobre un átomo, éste tiende a vibrar. Lo que provoca que irradie en muchas direcciones, solo la dirección en la que se incide al átomo es luz polarizada.
4. Polarización por reflexión: si la luz es reflejada en una superficie plana entre dos medios transparentes, la luz que se refleja es parcialmente polarizada. La cantidad de polarización dependerá del ángulo de incidencia. Para lograr una polarización completa se necesita que el ángulo de reflexión y el ángulo de refracción sean perpendiculares.

2.2. Polarización

Si consideramos una onda luminosa no polarizada estaríamos hablando de una onda la cual vibra en diferentes planos. Para considerar una onda luminosa polarizada esta tendría que estar en un sólo plano. Cabe aclarar que existen tres tipos de polarización (lineal, circular y elíptica), se considera solo la obtención de una onda polarizada elípticamente ya que es la fórmula general de la cual se desprende la polarización elíptica y circular [27].

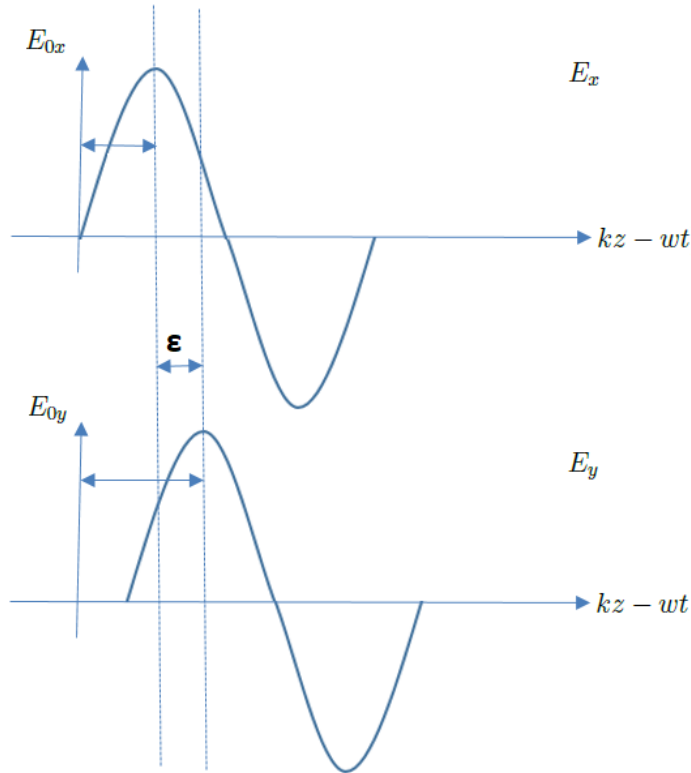


Figura 2.1: Gráfica mostrando el desfase de fase entre E_x y E_y , donde ϵ es la diferencia de fase

2.2.1. Polarización elíptica

Partiendo de dos ondas mostradas en la figura 2.1,

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - wt). \quad (2.2.1)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - wt + \varepsilon), \quad (2.2.2)$$

donde la amplitud en x, la amplitud en y, la diferencia de fase y el movimiento de la onda a través del tiempo están dadas como E_{0x} , E_{0y} , ε y $kz - wt$ respectivamente. La ecuación de la curva que se busca no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, se debe quitar la dependencia de $(kz - wt)$. Desarrollando la expresión para E_y , al despejar E_{0y} y aplicando la identidad trigonométrica $\cos(x \pm y) = \cos(x) \cos(y) \pm \sin(x) \sin(y)$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - wt) \cos(\varepsilon) - \sin(kz - wt) \sin(\varepsilon). \quad (2.2.3)$$

así mismo E_x mostrado en la ecuación 2.2.1 es multiplicado por $\cos(\varepsilon)$

$$\cos(\varepsilon) \left[\frac{E_x}{E_{0x}} \right] = \cos(kz - wt) \cos(\varepsilon). \quad (2.2.4)$$

Combinando la ecuación 2.2.4 y la ecuación 2.2.1,

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\varepsilon) = \cos(kz - wt) \cos(\varepsilon) - \sin(kz - wt) \sin(\varepsilon) - \cos(kz - wt) \cos(\varepsilon), \quad (2.2.5)$$

simplificando se tiene que,

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\varepsilon) = -\sin(kz - wt) \sin(\varepsilon), \quad (2.2.6)$$

de la ecuación 2.2.4 y utilizando la identidad trigonométrica $1 = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)$ se deduce que

$$\sin(kz - wt) = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.2.7)$$

sustituyendo la ecuación 2.2.7 en la ecuación 2.2.6 se tiene que,

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos(\varepsilon) \right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] (\sin(\varepsilon))^2. \quad (2.2.8)$$

Al desarrollar el binomio cuadrado y ordenar los términos

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 (\cos(\varepsilon))^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos(\varepsilon) = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] (\sin(\varepsilon))^2. \quad (2.2.9)$$

factorizando $\left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 (\cos(\varepsilon))^2$ y aplicando la identidad trigonométrica $1 = \cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)$

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos(\varepsilon) = (\sin(\varepsilon))^2. \quad (2.2.10)$$

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el sistema coordenado (E_x, E_y) tal que,

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos(\varepsilon)}{(E_{0x})^2 - (E_{0y})^2}. \quad (2.2.11)$$

En la Fig. 2.2 se muestra la polarización elíptica con distintas diferencias de fase, siendo, la línea azul el campo magnético y la línea roja el campo eléctrico.

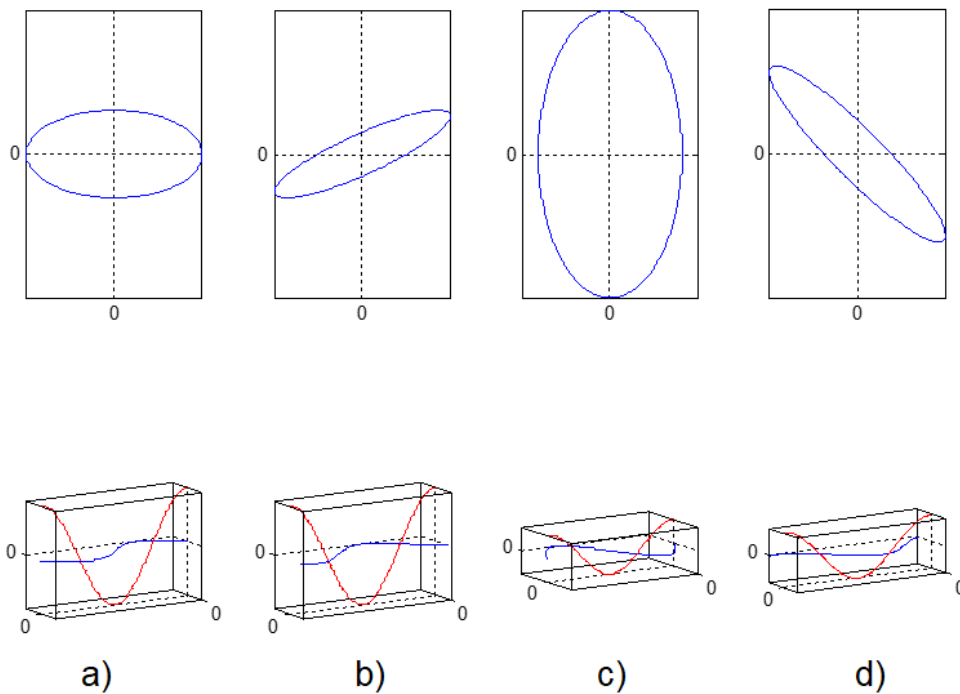


Figura 2.2: Polarización elíptica con $E_{0x} = E_{0y}$ y una diferencia de fase de a) $E_{0x} < E_{0y}$ y $\varepsilon < \pi/2$ b) $E_{0x} = E_{0y}$ y $\varepsilon = -\pi/2$ c) $E_{0x} > E_{0y}$ y $\varepsilon > 3\pi/2$ d) $E_{0x} = -E_{0y}$ y $\varepsilon = \pi/2$

2.2.2. Polarización circular

Partiendo de la ecuación de la polarización elíptica: cuando dos ondas tienen igual amplitud, es decir, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y además, su diferencia de fase relativa $\varepsilon =$

$-\pi/2 + 2m\pi$, donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, entonces,

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos(\varepsilon) = (\sin(\varepsilon))^2. \quad (2.2.12)$$

Si consideramos lo anterior, usando la ecuación de la elipse tenemos,

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 1. \quad (2.2.13)$$

Si despejamos y acomodamos nos queda la ecuación de círculo, así mismo, en la Fig. 2.3 se observa una polarización circular con variación de fase, donde se observa la línea azul el campo magnético y la línea roja el campo eléctrico.

$$(E_y)^2 + (E_x)^2 = (E_0)^2. \quad (2.2.14)$$

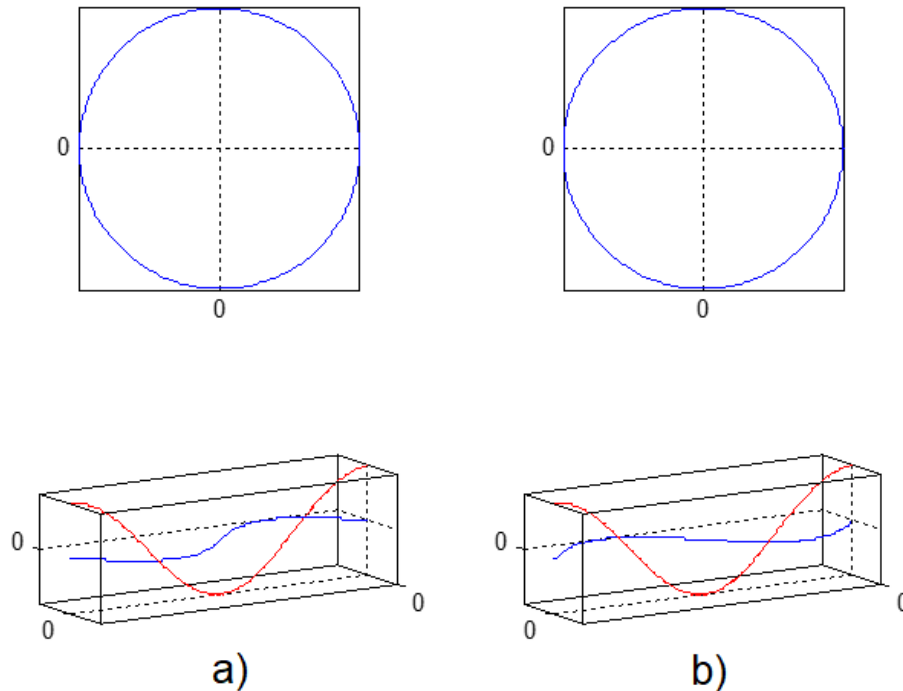


Figura 2.3: Polarización circular con $E_{0x} = E_{0y}$ y una diferencia de fase de a) $\varepsilon = -\pi/2$ y b) $\varepsilon = \pi/2$

2.2.3. Polarización lineal

Partiendo de la ecuación de la polarización elíptica ecuación 2.2.11: Cuando dos ondas tienen igual amplitud es decir $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y además, su diferencia de fase relativa $\varepsilon = \pi + 2m\pi$, donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, entonces,

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos(\varepsilon) = (\sin(\varepsilon))^2. \quad (2.2.15)$$

Si usamos la ecuación 2.2.15 y consideramos las condiciones de 0 desfaseamiento de fase tenemos que:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 1 = 0. \quad (2.2.16)$$

Si factorizamos como binomio cuadrado perfecto la ecuación 2.2.16 y consideramos el desfaseamiento de fase 0 nos queda la ecuación de círculo,

$$\left(\frac{E_x}{E_0} - \frac{E_y}{E_0}\right)^2 = 0. \quad (2.2.17)$$

si consideramos que E_{0y} y E_{0x} son iguales entonces:

$$\frac{E_x}{E_0} - \frac{E_y}{E_0} = 0, \quad (2.2.18)$$

entonces,

$$E_x = E_y. \quad (2.2.19)$$

Lo que es la ecuación de la polarización lineal

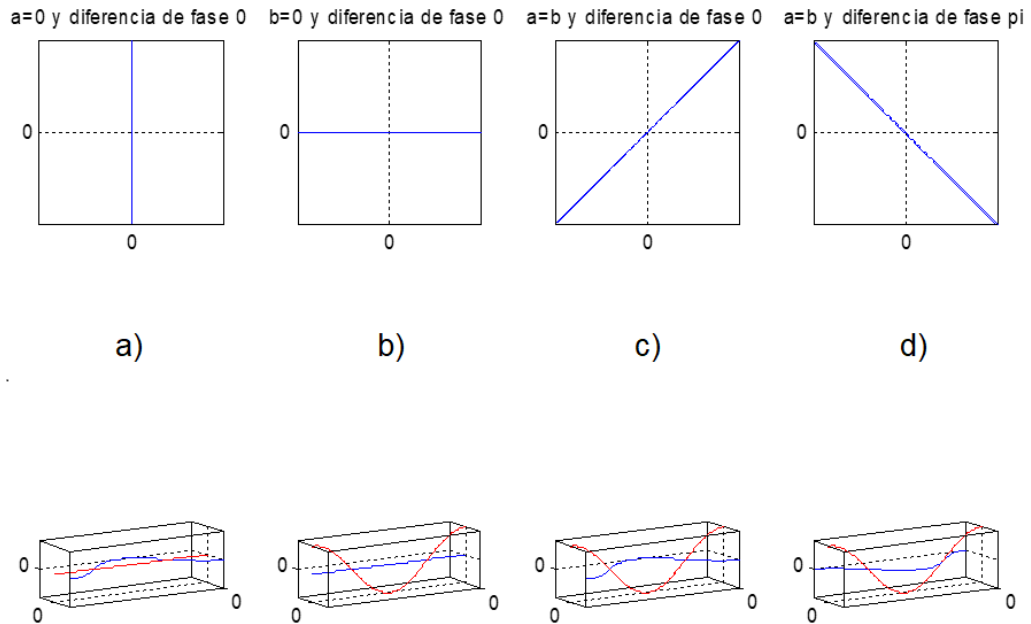


Figura 2.4: Polarización lineal donde a) $E_x = 0$ y $\varepsilon = 0$ b) $E_y = 0$ y $\varepsilon = 0$ c) $E_x = E_y$ y $\varepsilon = 0$ y d) $E_x = E_y$ y $\varepsilon = 0$

En la Fig. 2.4 se observa la gráfica de polarización lineal, siendo la línea azul el campo magnético y la línea roja el campo eléctrico.

2.3. Birrefringencia

En el año de 1669 se publicó un libro titulado “Ensayos con los cristales de espato calizo de Islandia que manifiestan una asombrosa y extraña refracción”. Escrito por E. Bartholin científico Danés. En esta publicación se observó que cuando a un cierto cristal se le incide un rayo, dentro del cristal, se divide en dos; uno que llamo rayo ordinario y otro llamado rayo móvil (más adelante llamado rayo extraordinario). El primer rayo ó rayo ordinario obedecía la ley de la refracción, como si el cristal se comportase como un cristal. Sin embargo, el rayo móvil o extraordinario tenía un comportamiento muy diferente. Estos comportamientos no se supieron explicar hasta que el científico y matemático Cristiaan Huygens explico que este cristal tenía que considerarse como un medio anisótropico. Lo cual consistía en que las propiedades del cristal dependían grandemente de la dirección elegida. Para observar la anisotropía primero se tiene que saber cuál es el eje óptico del cristal, el cual al girar alrededor de ese eje, el cristal se

consideraría isotrópico [28].

Si señalamos el caso de que la $V_e < V_o$ donde V es la velocidad, los cristales uniaxiales del cristal se le denominaran cristales positivos, ya que la velocidad del rayo extraordinario es menor que el del rayo ordinario. Esto también se puede interpretar como que el índice de refracción del rayo ordinario es menor al del rayo extraordinario se observa en la figura 2.5 a)

Si por el contrario el caso es $V_e > V_o$ los cristales se le denomina cristales negativos ya que la velocidad del rayo ordinario es menor del rayo extraordinario. De la misma forma el índice de refracción del rayo extraordinario será menor que el del rayo ordinario esto se observa en la figura 2.5 b).

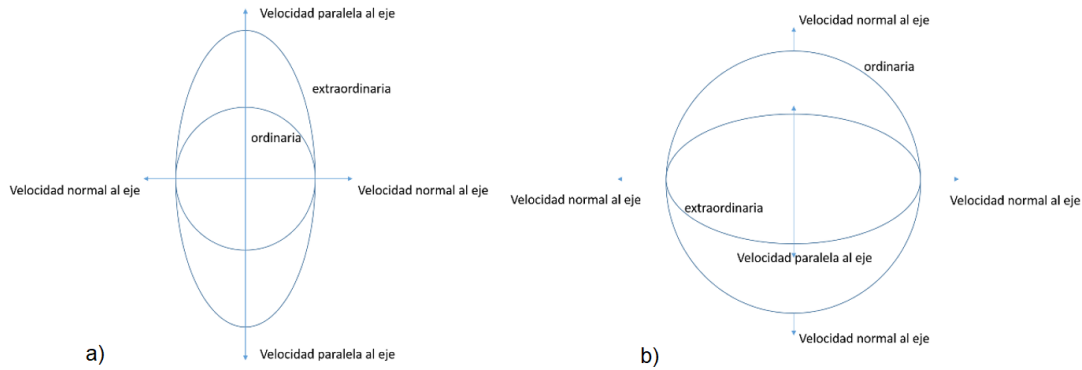


Figura 2.5: Diagrama de velocidades: a) en un cristal negativo y b) en un cristal positivo

2.3.1. Determinación de birrefringencia

Un ejemplo de elemento birrefringente es un modulador espacial de luz el cual para su uso es necesario obtener su birrefringencia para esto tomamos en cuenta el estado de polarización de entrada y la matriz de rotación que genera por cada capa.

Si empezamos del estado matemático [29].

$$E = P(\psi_A) J \begin{pmatrix} \cos(\psi_P) \\ \sin(\psi_P) \end{pmatrix}. \quad (2.3.1)$$

donde la matriz de transformación, el vector de entrada, la matriz de polarización y la matriz de rotación están dados por: J , $\begin{pmatrix} \cos(\psi_P) \\ \sin(\psi_P) \end{pmatrix}$, ψ_A y L_ψ respectivamente. Así mismo,

$$\psi_A = \begin{bmatrix} \cos^2(\psi) & \cos(\psi) \sin(\psi) \\ \cos(\psi) \sin(\psi) & \sin^2(\psi) \end{bmatrix}, \quad (2.3.2)$$

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (2.3.3)$$

$$\gamma = \sqrt{(\beta^2 + (\theta_E - \theta_S)^2)}, \quad (2.3.4)$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}(n_e(\theta) - n_o), \quad (2.3.5)$$

por consiguiente,

$$I = E^* E = [\cos(\psi_P) \sin(\psi_P)] J a^* \bullet P^T(\psi_A) \bullet P(\psi_A) \bullet J \begin{pmatrix} \cos(\psi_P) \\ \sin(\psi_P) \end{pmatrix}. \quad (2.3.6)$$

donde $[P^T(\psi_A)P(\psi_A)]$ puede escribirse como,

$$[P^T(\psi_A)P(\psi_A)] = L_0^T(\psi_A) \bullet P \bullet L^{-1T}(\psi_A) \bullet L^{-1}(\psi_A) \bullet P \bullet L(\psi_A). \quad (2.3.7)$$

Al reemplazar $L^{-1T} = L(\psi)$ y $P = P^T = P^2$ sustituyendo queda,

$$I = [\cos(\psi_P) \sin(\psi_P)] \bullet J a^* \bullet L^{-T}(\psi_A) \bullet P \bullet J \begin{pmatrix} \cos(\psi_P) \\ \sin(\psi_P) \end{pmatrix}. \quad (2.3.8)$$

Si consideramos que,

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = L_{\psi_A} \bullet J \begin{pmatrix} \cos(\psi_P) \\ \sin(\psi_P) \end{pmatrix}. \quad (2.3.9)$$

Si al sistema aplicamos tensión tenemos que,

$$R_{\psi_A} \bullet J a = L^{-1}(-\psi_A) \bullet J a = \begin{bmatrix} a_1 & -\bar{a}_2 \\ a_2 & \bar{a}_1 \end{bmatrix}, \quad (2.3.10)$$

considerando

$$a_1 = a_3 \cos(-\psi_A) - a_4 \sin(-\psi_A) = a_3 \cos(\psi_A) + a_4 \sin(\psi_A), \quad (2.3.11)$$

$$a_2 = a_3 \sin(-\psi_A) + a_4 \cos(-\psi_A) = -a_3 \sin(\psi_A) + a_4 \cos(\psi_A), \quad (2.3.12)$$

$$a_3 = \cos(\Gamma) \cos(\alpha) + \frac{\alpha}{\Gamma} \sin(\Gamma) \sin(\alpha) - i \frac{\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma) \cos(\alpha + 2\psi), \quad (2.3.13)$$

$$a_4 = \cos(\Gamma) \sin(\alpha) - \frac{\alpha}{\Gamma} \sin(\Gamma) \cos(\alpha) - i \frac{\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma) \sin(\alpha + 2\psi), \quad (2.3.14)$$

de esta forma para calcular E resulta

$$\begin{aligned} E_x &= a_1 \cos(\psi_P) - a_2 \sin(\psi_P) \\ &= [a_3 \cos(\psi_A) + a_4 \sin(\psi_A)] \cos(\psi_P) - [-\bar{a}_3 \cos(\psi_A) + \bar{a}_4 \sin(\psi_A)] \cos(\psi_P) \\ &= a_3 \cos(\psi_A) \cos(\psi_P) + \bar{a}_3 \sin(\psi_A) \sin(\psi_P) + a_4 \sin(\psi_A) \cos(\psi_P) \\ &\quad - \bar{a}_4 \cos(\psi_A) \sin(\psi_P). \end{aligned} \quad (2.3.15)$$

Si calculamos la irradiancia considerando las componentes x y y de cada elemento tenemos que x sería el valor real e y el valor imaginario

$$I = |E|^2$$

$$= [a_{x3} \cos(\psi_A - \psi_P) + a_{x4} \sin(\psi_A - \psi_P)]^2 + [a_{y3} \cos(\psi_A + \psi_P) + a_{y4} \sin(\psi_A + \psi_P)]^2. \quad (2.3.16)$$

desarrollando y considerando la intensidad del display en función de los parámetros del mismo está dada por

$$I = |E|^2 =$$

$$[\cos(\Gamma) \cos(\alpha - \psi_A + \psi_P) + \frac{\alpha}{\Gamma} \sin(\Gamma) \sin(\alpha - \psi_A + \psi_P)]^2 + [-\frac{\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma) \cos(\alpha + 2\Psi - \psi_A - \psi_P)]^2. \quad (2.3.17)$$

2.4. Conclusiones

Para lograr obtener una caracterización de un modulador espacial de luz es necesario saber su birrefringencia la cual se obtiene considerando el modulador como un elemento con dos índices de refracción. Para esto es necesario conocer los estados de polarización, pero al obtener los estados de polarización es fácil calcular la birrefringencia.

Capítulo 3

Modelo matemático de un modulador espacial de luz

3.1. Introducción

Para controlar las propiedades de la luz, los SLM tienen que utilizarse de forma cualitativa la cual consiste en saber qué nivel de gris es equivalente a cual desfase de fase, a esto se le llama caracterización.

Una caracterización es de fase o de amplitud dependiendo de la aplicación a ocupar. En este trabajo se utilizará una modulación de fase ya que el SLM a ocupar es mixto. Las matrices de Jones y las matrices de Muller son utilizadas para la caracterización [30]. En este trabajo utilizaremos matrices de Jones, ya que, al emplear el modulador como una máscara de fase es necesario solo considerar la caracterización en fase.

3.2. Modelos matemáticos de un SLM

El modelo matemático de un modulador espacial de luz emplea para su entendimiento matrices de Jones y vectores de Jones los cuales es necesario para la caracterización en fase.

3.2.1. Vectores de Jones

En 1941 el físico R. Clark Jones desarrolló una representación de luz polarizada. Que a diferencia de Stokes es aplicable solamente a ondas polarizadas. [31] Si dividimos una onda de luz cualquiera en sus elementos x y y ,

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix}. \quad (3.2.1)$$

CAPÍTULO 3. MODELO MATEMÁTICO DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Si consideramos la información de fase para manejar ondas coherentes,

$$\tilde{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \exp(i\varphi_x) \\ E_{0y} \exp(i\varphi_y) \end{pmatrix}, \quad (3.2.2)$$

donde: φ_y = es la fase en el eje y, φ_x = es la fase en el eje x. Tomando en cuenta que el término de exponencial es igual en las dos componentes ya que los vectores de Jones sólo funcionan para luz polarizada y coherente. Considerando que 1 es cuando el valor de polarización es el máximo, y 0 es el estado mínimo, se obtienen los valores de cada estado de polarización en términos de vectores como se ve en la tabla siguiente.

Estado de polarización	vector
Estado de polarización horizontal	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Estado de polarización vertical	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Estado de polarización a +45	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
Estado de polarización a -45	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
Estado de polarización circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$
Estado de polarización circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$

Tabla 3.1: Estados de polarización

3.2.2. Matrices de Jones

Si consideramos el vector de Jones de entrada que pasa por un sistema, entonces tendremos un vector de Jones diferente al de entrada [32]

$$\begin{pmatrix} \overline{E_x} \\ \overline{E_y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad (3.2.3)$$

en donde $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ es el vector de entrada, $\begin{pmatrix} \overline{E_x} \\ \overline{E_y} \end{pmatrix}$ es el vector de salida, $\begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{bmatrix}$ es la matriz de transformación.

En las matrices de Jones la forma de polarización está dada por

$$dp = \begin{bmatrix} P_x & 0 \\ 0 & P_y \end{bmatrix}, \quad (3.2.4)$$

3.2. MODELOS MATEMÁTICOS DE UN SLM

Por consiguiente, si sólo se considera la polarización horizontal ($P_x = 1; P_y = 0$) y polarización vertical ($P_x = 0; P_y = 1$) como,

$$dp_H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2.5)$$

$$dp_V = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2.6)$$

Si consideramos la ecuación 3.2.5 y 3.2.6 y la rotación a un ángulo

$$J' = R(-\theta)JR(\theta) \quad (3.2.7)$$

donde $R(\theta)$ es la matriz de rotación dada por,

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (3.2.8)$$

al sustituir la ecuacion de 3.2.4 y 3.2.8 en 3.2.7,

$$J' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x & 0 \\ 0 & P_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}. \quad (3.2.9)$$

Multiplicando las matrices de la ecuación 3.2.9,

$$J' = \begin{bmatrix} P_x \cos^2(\theta) + P_y \sin^2(\theta) & (P_x - P_y) \sin(\theta) \cos(\theta) \\ (P_x - P_y) \sin(\theta) \cos(\theta) & P_x \cos^2(\theta) + P_y \sin^2(\theta) \end{bmatrix}, \quad (3.2.10)$$

Si consideramos una polarización lineal $\theta = 45^\circ$, $P_x = 1$ y $P_y = 1$,

$$J' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2.11)$$

Con la ecuación 3.2.8 podemos obtener cualquier estado de polarización como se muestra en la Tabla 3.2.

Estado de polarización	Matriz
Estado de polarización horizontal	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Estado de polarización vertical	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Estado de polarización a +45	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Estado de polarización a -45	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
Estado de polarización circular derecha	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$
Estado de polarización circular izquierda	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$
Lamina de cuarto de onda eje rápido vertical	$\exp(i\pi/4) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$
Lamina de cuarto de onda eje rápido horizontal	$\exp(i\pi/4) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Tabla 3.2: Polarización con matrices de Jones

3.3. Modelo de un modulador espacial de luz

Un modulador espacial de luz a pesar de ser considerado un solo elemento óptico, para su modelo matemático es dividido en multicapas. Por lo cual, se utiliza la fórmula general de superficies [33]

$$M_i = L^{-1}(\tau_i)S(\gamma)L(\tau_i), \quad (3.3.1)$$

3.3. MODELO DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

donde;

$$S(\gamma) = \begin{bmatrix} \exp(i\phi_x) & 0 \\ 0 & \exp(i\phi_x) \end{bmatrix}, \quad (3.3.2)$$

En este método la SLM es considerada con muchas superficies,

$$M = R^{-1}(\tau_N)S(\gamma)L(\tau_N)L^{-1}(\tau_{N-1})S(\gamma)L(\tau_{N-1})\dots L^{-1}(\tau_1)S(\gamma)L(\tau_1). \quad (3.3.3)$$

Factorizando la ecuación 3.3.3 tenemos que,

$$M = \prod_{i=1}^N L^{-1}(\tau_i)S(\gamma)L(\tau_i). \quad (3.3.4)$$

Se reestructura,

$$M = L^{-1}(\tau_N) \prod_{i=1}^N S(\gamma)L^{-1}(\tau_{i-1})L(\tau_i). \quad (3.3.5)$$

Considerando las propiedades mostrada en la ecuacion 3.3.6 y sustituyendo en la Ec. 3.3.5,

$$L(\theta_1 + \theta_2) = L(\theta_1)L(\theta_2), \quad (3.3.6)$$

$$L(-\theta) = L^{-1}(\theta) = L^T(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}, \quad (3.3.7)$$

$$L(\tau_i)L^{-1}(\tau_{i-1}) = L(\tau_i)L^{-1}(-\tau_{i-1}) = L(\tau_i - \tau_{i-1}) = L(\Delta\tau_i). \quad (3.3.8)$$

Si consideramos que $\Delta\tau_i = \frac{\alpha}{N}$ y sustituyendo,

$$M = L^{-1}(\tau_N) \prod_{i=1}^N S(\gamma)L\left(\frac{\alpha}{N}\right) = L^{-1}(\tau_N)[S(\gamma)L\left(\frac{\alpha}{N}\right)]^N. \quad (3.3.9)$$

Tomando solo la parte $S(\gamma)L\left(\frac{\alpha}{N}\right)$ y sustituyendo por la matriz de la ecuacion 3.2.4 y 3.2.8,

$$A = S(\gamma)L\left(\frac{\alpha}{N}\right) = \begin{bmatrix} \exp(i\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ 0 & \exp(i\frac{\gamma}{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\frac{\alpha}{N}) & \sin(\frac{\alpha}{N}) \\ -\sin(\frac{\alpha}{N}) & \cos(\frac{\alpha}{N}) \end{bmatrix}. \quad (3.3.10)$$

Multiplicando,

$$A = \begin{bmatrix} \exp(-i\frac{\gamma}{2}) \cos(\frac{\alpha}{N}) & \exp(-i\frac{\gamma}{2}) \sin(\frac{\alpha}{N}) \\ -\exp(i\frac{\gamma}{2}) \sin(\frac{\alpha}{N}) & \exp(i\frac{\gamma}{2}) \cos(\frac{\alpha}{N}) \end{bmatrix}. \quad (3.3.11)$$

Si aplicamos el teorema de Cayley-Hamilton mostrado en la ecuacion 3.3.12,

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I). \quad (3.3.12)$$

Aplicando el polinomio característico,

$$A = q_1 I + q_2 A, \quad (3.3.13)$$

CAPÍTULO 3. MODELO MATEMÁTICO DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

con,

$$p(\lambda) = \det \begin{bmatrix} \exp(-i\frac{\gamma}{2}) \cos(\frac{\alpha}{N}) - \lambda & \exp(-i\frac{\gamma}{2}) \sin(\frac{\alpha}{N}) \\ -\exp(i\frac{\gamma}{2}) \sin(\frac{\alpha}{N}) & \exp(i\frac{\gamma}{2}) \cos(\frac{\alpha}{N}) - \lambda \end{bmatrix}. \quad (3.3.14)$$

obteniendo

$$\lambda^2 - 2\lambda \cos(\frac{\alpha}{N}) \cos(\frac{\gamma}{2}) + 1 = 0, \quad (3.3.15)$$

considerando,

$$\cos(\varepsilon) = \cos(\frac{\alpha}{N}) \cos(\frac{\gamma}{2}). \quad (3.3.16)$$

Sustituyendo en la ecuación 3.3.14 y sumando $\cos^2(\varepsilon)$,

$$\lambda^2 - 2\lambda \cos(\varepsilon) + \cos^2(\varepsilon) = -1 + \cos^2(\varepsilon), \quad (3.3.17)$$

$$(\lambda - \cos(\varepsilon))^2 = \sin^2(\varepsilon), \quad (3.3.18)$$

$$\lambda = \cos(\varepsilon) \pm i \sin(\varepsilon) = \exp(\pm i\varepsilon). \quad (3.3.19)$$

Tomando el polinomio característico,

$$(\lambda_1) = q_1 + q_2 \lambda_1, \quad (3.3.20)$$

y

$$(\lambda_2) = q_1 + q_2 \lambda_2. \quad (3.3.21)$$

Al despejar la ecuación 3.3.20 tenemos que,

$$q_1 = -\frac{\sin[(N-1)\varepsilon]}{\sin(\varepsilon)}, \quad (3.3.22)$$

y la ecuación 3.3.21

$$q_1 = \frac{\sin(N\varepsilon)}{\sin(\varepsilon)}. \quad (3.3.23)$$

sustituyendo

$$A = -\frac{\sin[(N-1)\varepsilon]}{\sin(\varepsilon)} I + \frac{\sin(N\varepsilon)}{\sin(\varepsilon)} A. \quad (3.3.24)$$

En donde $N = \infty$

$$\Delta\tau = \frac{\alpha}{N} \rightarrow 0 \quad (3.3.25)$$

$$\gamma = \frac{2\pi(n_e - n_o)d}{\lambda_0 N} \rightarrow 0 \quad (3.3.26)$$

$$\sin(\frac{\alpha}{N}) = \frac{\alpha}{N} \quad (3.3.27)$$

$$\cos(\frac{\alpha}{N}) = 1 \quad (3.3.28)$$

$$\sin(\frac{\gamma}{2}) = \frac{\gamma}{2} \quad (3.3.29)$$

3.4. MODELOS MATEMÁTICOS DE CARACTERIZACIÓN

$$\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 1 \quad (3.3.30)$$

Desarrollando la serie de Taylor de la ecuación $\cos(\varepsilon) = \cos\left(\frac{\alpha}{N}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ y despreciando los términos de orden mayor a 2 obtenemos,

$$1 - \frac{\varepsilon^2}{2!} = 1 - \frac{1}{2!} \left(\frac{\alpha}{N}\right)^2 - \frac{1}{2!} \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2, \quad (3.3.31)$$

$$\varepsilon^2 = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{N}\right)^2, \quad (3.3.32)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\left(\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{N}\right)^2\right)}. \quad (3.3.33)$$

Al considerar todas las superficies

$$N\varepsilon = \sqrt{\left(\left(N\frac{\gamma}{2}\right)^2 + \left(N\frac{\alpha}{N}\right)^2\right)} \quad (3.3.34)$$

Definiendo β y Γ como

$$\beta = N\frac{\gamma}{2} = \frac{\pi(n_e - n_o)d}{\lambda} \quad (3.3.35)$$

$$\Gamma = N\varepsilon = \sqrt{(\beta^2 + \alpha^2)} \quad (3.3.36)$$

Sustituyendo la ecuacion 3.3.35 y 3.3.36 en la ecuacion 3.3.11 obtenemos la ecuación de la matriz

$$LC = \begin{bmatrix} \cos(\Gamma) - i\frac{\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma) & \frac{\alpha}{\Gamma} \sin(\Gamma) \\ -\frac{\alpha}{\Gamma} \sin(\Gamma) & \cos(\Gamma) + i\frac{\beta}{\Gamma} \sin(\Gamma) \end{bmatrix} \quad (3.3.37)$$

3.4. Modelos matemáticos de caracterización

El principio físico de los modelos matemáticos estudiados en este trabajo considera la SLM como un elemento compuesto por múltiples capas en lugar de solo una. Haciendo uso del efecto Faraday el cual dice que el plano de vibración de la luz incidente en un trozo de cristal gira cuando se aplica un campo magnético fuerte en la dirección de propagación del campo eléctrico. Los modelos matemáticos son mostrados a continuación para su estudio y aplicación.

3.4.1. Método Yamauchi modificado

Se propone un método basado en el uso de la matriz de Jones, la cual está dada por la expresión.

$$J = c \exp[-i(\Phi_0 + \beta)] \begin{bmatrix} f + ig & -h - ij \\ h - ij & f + ig \end{bmatrix}, \quad (3.4.1)$$

CAPÍTULO 3. MODELO MATEMÁTICO DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

los parámetros $f, h, j, g, \gamma, \beta, c$ y Φ están dados por las siguientes relaciones:

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + (\theta_E - \theta_S)^2}, \quad (3.4.2)$$

$$\Phi_0 = \frac{2\pi d}{\lambda} n_o, \quad (3.4.3)$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} (n_e(\theta) - n_o), \quad (3.4.4)$$

$$f = \frac{\theta_E - \theta_S}{\gamma} \sin(\gamma) \sin(\theta_E - \theta_S) + \cos(\gamma) \cos(\theta_E - \theta_S), \quad (3.4.5)$$

$$h = \frac{\theta_E - \theta_S}{\gamma} \sin(\gamma) \cos(\theta_E - \theta_S) + \cos(\gamma) \sin(\theta_E - \theta_S), \quad (3.4.6)$$

$$j = \frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \sin(\theta_E - \theta_S), \quad (3.4.7)$$

$$g = \frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \cos(\theta_E - \theta_S), \quad (3.4.8)$$

donde la birrefringencia β es una variable dependiente de las tonalidades de gris y β_{max} significa que no se ejerce voltaje. La diferencia angular $(\theta_E - \theta_S)$ indica el ángulo de trenzado del modulador siendo n_o y n_e índice ordinario e índice extraordinario.

La SLM se coloca entre dos polarizadores $P1$ y $P2$ y dos retardadores $R1$ y $R2$. El modelo matemático se muestra a continuación,

$$\begin{pmatrix} x_{out} \\ y_{out} \end{pmatrix} = P_1(\psi_A) R_1(\phi_1) J R_2(\phi_2) P_2(\psi_P) \begin{pmatrix} x_{in} \\ y_{in} \end{pmatrix} \quad (3.4.9)$$

Al calcular los valores de ψ_A (ángulo analizador) y ψ_P (ángulo polarizador) se obtiene una modulación de fase y una modulación de transmitancia. Así mismo, la representación matemática de un polarizador y el retardador se expresa en forma matricial por

$$P(\psi) = \begin{bmatrix} \cos^2(\psi) & \cos(\psi) \sin(\psi) \\ \cos(\psi) \sin(\psi) & \sin^2(\psi) \end{bmatrix} \quad (3.4.10)$$

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} \cos(2\phi) i}{2} & \frac{\sqrt{2} \sin(2\phi) i}{2} \\ \frac{\sqrt{2} \sin(2\phi) i}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2} \cos(2\phi) i}{2} \end{bmatrix} \quad (3.4.11)$$

Al sustituir la ecuación 3.4.11 y la ecuación 3.4.10 en la ecuación 3.4.9 y multiplicando los módulos con el módulo del vector de entrada, se expresa en la ecuación siguiente

con la variante de que $\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}$ está dada por,

$$\begin{aligned}
 \tilde{T}_{\psi_P, \psi_A} = & ig \cos(\psi_P + \psi_A - 2\phi_1) + if(\psi_P - \psi_A + 2\phi_1 - 2\phi_2) - \\
 & g \cos(\psi_P - \psi_A + 2\phi_1 - 2\phi_2) + f \cos(\psi_P - \psi_A + 2\phi_2) - \\
 & ig \cos(\psi_P - \psi_A + 2\phi_2) - f \cos(\psi_P + \psi_A + 2\phi_2) - ig \cos(\psi_P + \psi_A - 2\phi_2) \\
 & if \cos(\psi_P - \psi_A - 2\phi_1 + 2\phi_2) + g \cos(\psi_P - \psi_A - 2\phi_1 + 2\phi_2) + \\
 & if \cos(\psi_P + \psi_A - 2(\psi_P + \psi_P)) + g \cos(\psi_P + \psi_A - 2(\phi_P + \phi_P)) - \\
 & if \cos(\psi_P + \psi_A + 2(\phi_P + \psi_A)) + g \cos(\psi_P + \psi_A + 2(\psi_P + \psi_P)) + \\
 & 2ih \sin(\psi_P + \psi_A) - 2j \sin(\psi_P + \psi_A) - h \sin(\psi_P - \psi_A - 2\phi_1) + \\
 & ij \sin(\psi_P - \psi_A - 2\phi_1) + h \sin(\psi_P + \psi_A - 2\phi_1) - ij \sin(\psi_P + \psi_A - 2\phi_1) - \\
 & h \sin(\psi_P - \psi_A + 2\phi_1) - ij \sin(\psi_P - \psi_A + 2\phi_2) - h \sin(\psi_P + \psi_A + 2\phi_1) - \\
 & ij \sin(\psi_P + \psi_A + 2\phi_1) - h \sin(\psi_P - \psi_A - 2\phi_2) + ij \sin(\psi_P - \psi_A - 2\phi_2) - \\
 & h \sin(\psi_P + \psi_A - 2\phi_2) - ij \sin(\psi_P + \psi_A - 2\phi_2) - ih \sin(\psi_P + \psi_A + 2\phi_1 + 2\phi_2) + \\
 & + j \sin(\psi_P + \psi_A + 2\phi_1 - 2\phi_2) - h \sin(\phi_P - \phi_A + 2\phi_2) - ij \sin(\psi_P - \psi_A + 2\phi_2) + \\
 & + h \sin(\psi_P - \psi_A + 2\phi_2) - j \sin(\psi_P - \psi_A + 2(\phi_1 + \phi_2))
 \end{aligned}$$

Al considerar el módulo de los valores de polarización y retardo de entrada, multiplicando por el módulo de $\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}$ obtenemos la transmitancia de la SLM, con este hecho no importa qué valor de estado de polarización de entrada tengamos,

$$T_{\psi_P, \psi_A} = c^2 |x_{in} \cos(\psi_P + y_{in} \sin(\psi_P))|^2 |\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}|^2, \quad (3.4.12)$$

donde c^2 es una constante de regulación de precisión, Para el cálculo de la fase se procede a la diferencia de la birrefringencia con respecto al ángulo de $\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}$;

$$\delta_{\psi_P, \psi_A} = \beta - \text{angle}(\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}). \quad (3.4.13)$$

3.4.2. Método de Saleh

Este método no considera el estado de polarización del haz de entrada, ya que propone tener la polarización del láser en posición horizontal o en su defecto incorporar un polarizador extra en posición horizontal, con lo cual la transmitancia está dada por la expresión [34]

$$T_{\psi_P, \psi_A} = \left[\frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) \cos(\psi_P - \psi_A) + \cos(\gamma) \sin(\psi_P - \psi_A) \right]^2 + \left[\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \sin(\psi_P - \psi_A) \right]^2 \quad (3.4.14)$$

La expresión de fase δ_{ψ_P, ψ_A} viene dada por;

$$\delta_{\psi_P, \psi_A} = \beta - \arctan \frac{\frac{\beta}{\alpha} \sin(\gamma) \sin(\psi_P + \psi_A)}{\frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) \cos(\psi_P + \psi_A) + \cos(\gamma) \sin(\psi_P + \psi_A)} \quad (3.4.15)$$

En la Ec. 3.4.13 se observa la diferencia del polarizador y analizador, la cual tiene una connotación diferente a la mostrada en la modulación de fase mostrada en la Ec. 3.4.20. La cual solo es una representación de fase en los dos valores de polarizador y analizador respectivamente.

3.4.3. Método de Márquez

El estado de polarización de entrada en este modelo es calculado en base a gamma y a la birrefringencia [35],

$$X = \cos(\gamma) \quad (3.4.16)$$

$$Y = \frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma)$$

$$Z = \frac{\theta}{\gamma} \sin(\gamma)$$

Con las ecuaciones mostradas en la Ec. 3.4.20, se obtienen los valores de X_1 y Y_1 dados por,

$$X_1 = X \cos(0,2) - Y \sin(0,2) \quad (3.4.17)$$

$$Y_1 = X \sin(0,2) - Y \cos(0,2) \quad (3.4.18)$$

Con las formulas mostradas en las Ec 3.4.20 y Ec 3.4.16 se calcula la transmitancia

$$T_{\psi_P, \psi_A} = [X_1 \cos(\psi_P + \psi_A) + Z \sin(\psi_P + \psi_A)]^2 + [Y \sin(\psi_P + \psi_A)]^2 \quad (3.4.19)$$

La modulación de fase se calcula con la diferencia de birrefringencia, un valor de exactitud y el ángulo de transmitancia,

$$\delta_{\psi_P, \psi_A} = \beta - 0,2 - \arctan \frac{Y_1 \cos(\psi_P + \psi_A)}{X_1 \cos(\psi_P + \psi_A) + Z \cos(\psi_P + \psi_A)}. \quad (3.4.20)$$

El valor 0.2 es utilizado para generar mejor exactitud ya que entre más cercano a 0 sin ser 0 es más exacto la caracterización de fase [33].

3.4.4. Método de Yamauchi

El dispositivo a caracterizar SLM-TN se coloca entre dos polarizadores P_1 y P_2 [36],

$$\begin{pmatrix} x_{out} \\ y_{out} \end{pmatrix} = P_2(\psi_A) J P_1(\psi_P) \begin{pmatrix} x_{in} \\ y_{in} \end{pmatrix} \quad (3.4.21)$$

Al calcular los valores de ψ_A (ángulo analizador) y ψ_P (ángulo polarizador) se obtiene una modulación de fase y una modulación de transmitancia. Así mismo, la representación matemática de un polarizador se expresa en forma matricial por Y sustituir en la

ecuación 3.4.10 obtenemos que:

$$\begin{pmatrix} x_{out} \\ y_{out} \end{pmatrix} = c \exp[-i(\Phi_0 + \beta)](x_{in} \cos(\psi_P) + (y_{in} \sin(\psi_P))) \quad (3.4.22)$$

$$(f \cos(\psi_A - \psi_P) + h \sin(\psi_A - \psi_P) - ig \cos(\psi_A - \psi_P) + j \sin(\psi_A - \psi_P)) \begin{pmatrix} \cos(\psi_A) \\ \sin(\psi_A) \end{pmatrix}$$

por consiguiente,

$$\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A} = f \cos(\psi_A - \psi_P) + h \sin(\psi_A - \psi_P) - i(g \cos(\psi_A + \psi_P) + j \sin(\psi_A + \psi_P)), \quad (3.4.23)$$

Al considerar el módulo de los valores de polarización de entrada y multiplicando por el módulo de $\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}$ obtenemos la transmitancia de la SLM, con este hecho no importa qué valor de estado de polarización de entrada tengamos. Para el cálculo de la fase se procede a la diferencia de la birrefringencia con respecto al ángulo de $\tilde{T}_{\psi_P, \psi_A}$ mostrado en la Ec. 3.4.12.

3.5. Conclusiones

Existen varios métodos de caracterización para un modulador espacial de luz, cada modelo tiene sus propias formulas matemáticas. Sin embargo, en todos los modelos el SLM es considerado una unión de láminas. El modelo de Yamauchi modificado tiene más elementos con los cuales garantiza una fase más lineal.

CAPÍTULO 3. MODELO MATEMÁTICO DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Capítulo 4

Caracterización de un modulador espacial de luz

4.1. Introducción

El objetivo de caracterizar un modulador espacial de luz con modalidad en transmitancia, es lograr un desempeño cualitativo del elemento óptico. En este capítulo, se describe el proceso de caracterización en los diferentes métodos. Se caracteriza en modalidad de fase en un SLM modelo Holoeye 2012, para lo cual se obtiene su birrefringencia y modulación de fase.

Además, se diseña un interferómetro Mach-Zender para obtener una gráfica de tonalidades de gris contra la diferencia de fase [37]. Se emplean múltiples modelos para la caracterización del SLM y se decide la caracterización en base a:

1. Linealidad de fase
2. Transmitancia mas lineal posible
3. Mayor cantidad de diferencia de fase

4.2. Birrefringencia experimental

Para obtener la birrefringencia del SLM, se utiliza las características del modulador espacial de luz mostradas en la Tabla 4.1 y la Ec. 2.3.17. Se compara los resultados experimentales con los generados por la ecuación.

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Tipo	LCD traslucida
Modelo:	Twisted nematic
Niveles de gris	256(8 bits) niveles gris
Área activa	36,9 x 27,6mm
Tamaño display diagonal	1,8
Resolución	1024x768pixeles
Tamaño de pixel	36 μ m
Factor fill	58
Rango de imagen	60 Hz

Tabla 4.1: propiedades de la SLM

El sistema óptico utiliza un láser que emite una longitud de onda de 633 nm, una lente colimadora, un retardador y un polarizador para obtener una polarización circular. Cabe aclarar que es necesario que la polarización sea circular para que sólo afecte la fase y no la amplitud. Entre la SLM y el otro polarizador P_2 se genera la irradiancia. El diseño es mostrado en la figura 4.1

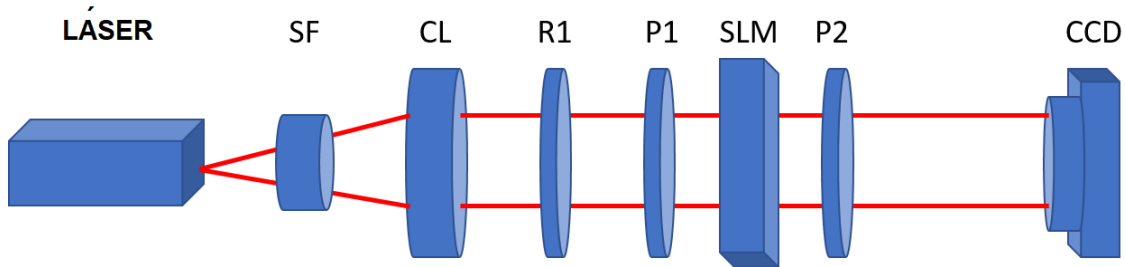


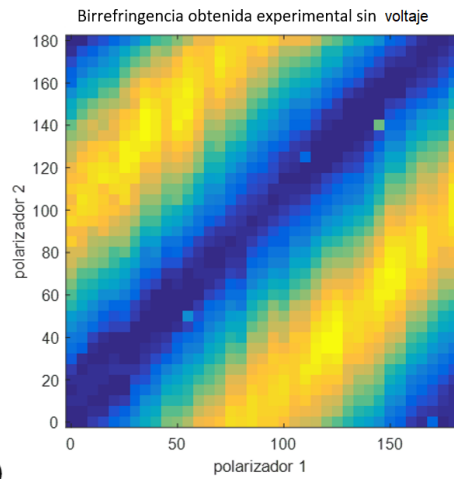
Figura 4.1: Sistema óptico para obtener la birrefringencia de la SLM

Para la obtención de los datos se procedió a girar el polarizador P_1 y el polarizador P_2 de 0° a 180° , con un brinco de 5° sin tensión aplicada y comparar los resultados con los simulados variando los polarizadores de igual manera que la forma experimental. Utilizando la fórmula de error promedio mostrada en la Fig. 4.2,

$$Error = \frac{1}{N} \sum_{ijk} (I(\psi_{P,i}, \psi_{A,j}, V_k) - \tilde{I}(\psi_{P,i}, \psi_{A,j}, V_k)). \quad (4.2.1)$$

4.2. BIRREFRINGENCIA EXPERIMENTAL

Experimental



Simulación Numérica

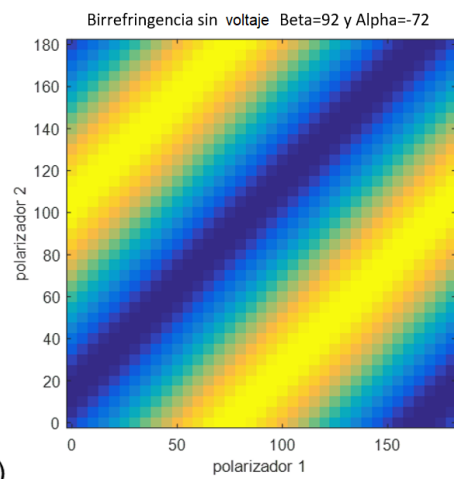
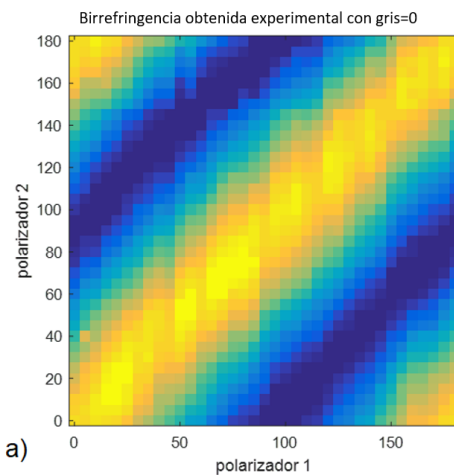


Figura 4.2: Irradiancia sin tensión variando los polarizadores a) Irradiancia experimental b) Irradiancia simulada variando la birrefringencia

Se procedió a hacer lo mismo para las tensiones un ejemplo es mostrado en la Fig.4.3. Para cada variación de tonalidad de gris con un salto de 5 hasta llegar a 255.

Experimental



Simulación Numérica

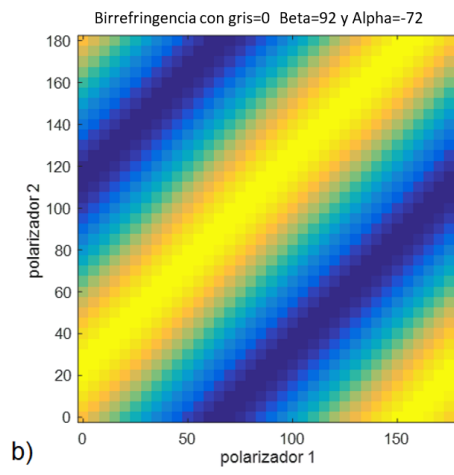


Figura 4.3: Irradiancia variando los polarizadores a) Irradiancia experimental b) Irradiancia simulada variando la birrefringencia

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Al obtener los valores que se tiene en la birrefringencia y graficándolos como se observa en la Fig. 4.4 obtenemos la birrefringencia real de la SLM, la cual varía dependiendo de cada una de las SLM aun siendo del mismo modelo.

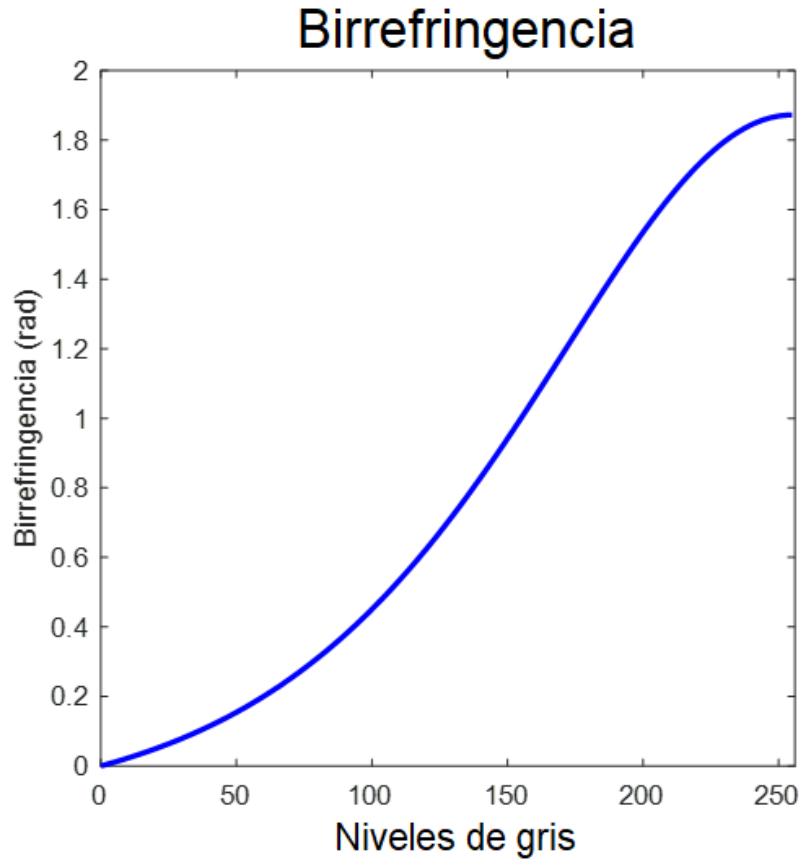


Figura 4.4: Birrefringencia real de la SLM holoeye 2012

4.3. Caracterización de la SLM

Para la comprobación de la caracterización de fase de la SLM utilizando el Método compuesto se procedió a armar un interferómetro Mach Zehnder como el mostrado en la Figura 4.5 donde se colocan un par de polarizadores y retardadores. Los retardadores son mostrados para lograr una mejor modulación de fase, en el principio y final del interferómetro respectivamente.

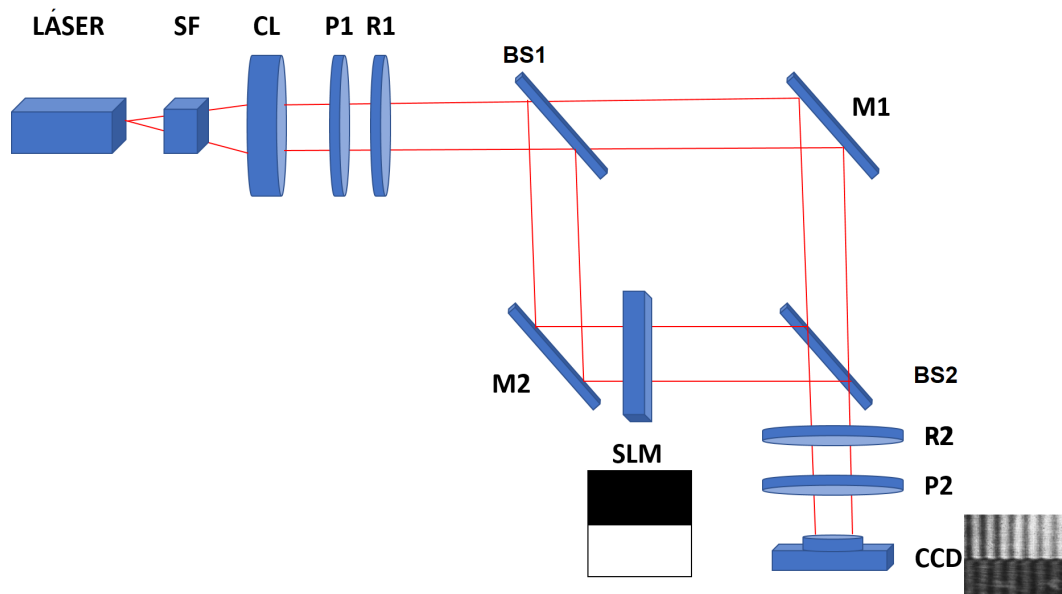


Figura 4.5: Interferómetro de Mach Zehnder para la caracterización de la SLM. En este esquema se tiene un rayo láser seguido de un filtro espacial SF, una lente colimadora CL, dos polarizadores $P1$ y $P2$ (polarizador y analizador respectivamente), dos divisores de haz

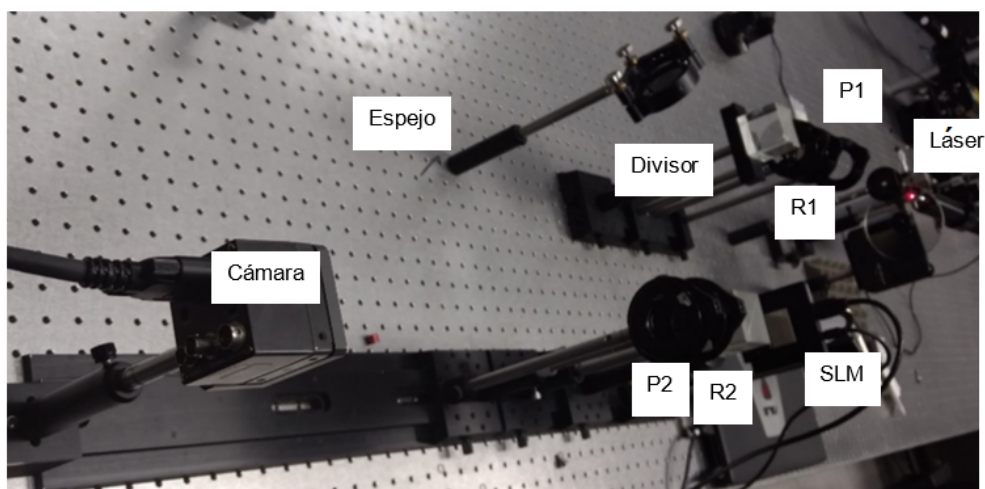


Figura 4.6: Sistema óptico de un interferómetro usando la SLM experimental

Si consideramos los datos de la SLM y aplicándolos a una simulación con los rangos de polarización que van de 0° a 180° , rangos de los retardadores de 0° a 180° y un

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

rango de tonalidad de gris, dependiente del voltaje de 0 a 255, con una diferencia de 30 entre valor y valor, logramos obtener los valores que concuerden con lo que se espera; una fase amplia, fase lineal y transmitancia lineal. Se observa este procedimiento en la Figura 4.7.

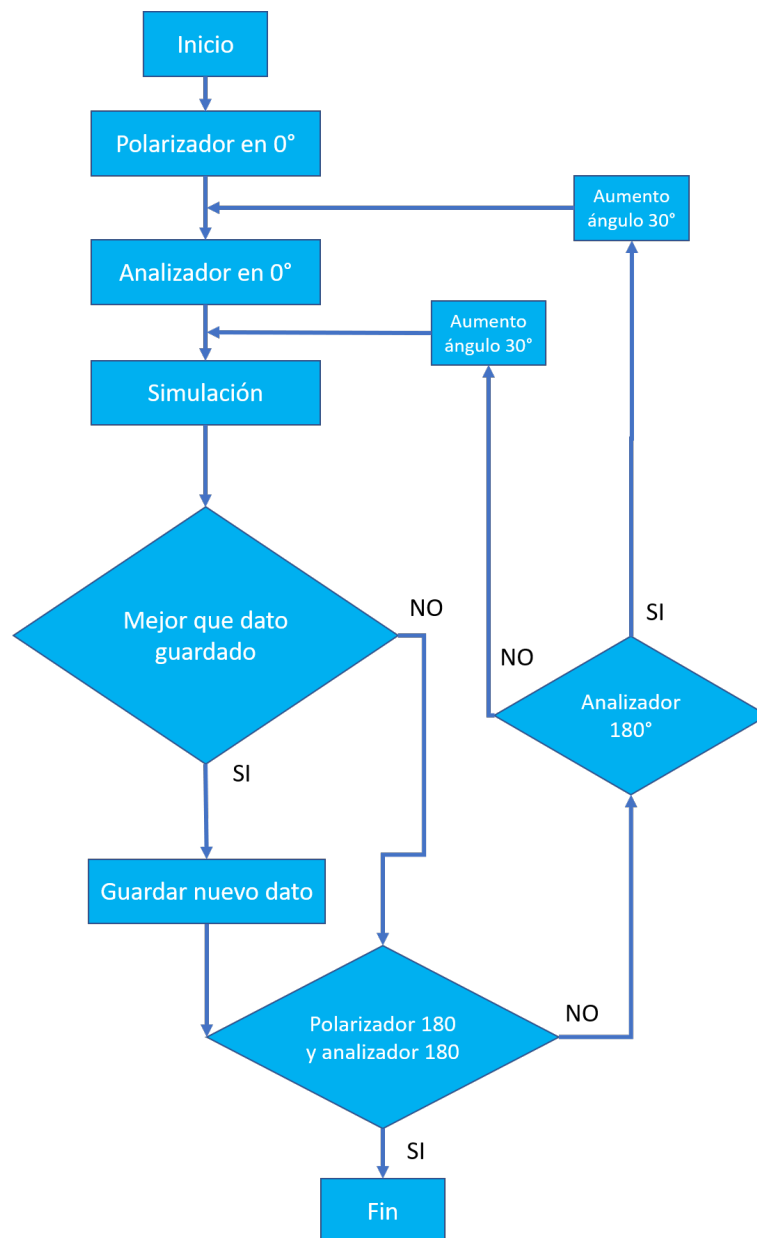


Figura 4.7: Proceso empleado en la optimización de la SLM

4.3.1. Método de Yamauchi modificado

Los valores mostrados en formato de matrices de Jones de la SLM holoeve 2012 se presentan los niveles de gris y la birrefringencia en cada tonalidad. Cabe aclarar que la birrefringencia utilizada es la obtenida experimentalmente de la sección anterior y los valores de Fig. 4.8 son empleados para obtener una caracterización óptima.

Nivel de gris	Birrefringencia (rad)	Matriz de Jones
0	1.8678	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 1.8678)] \begin{pmatrix} 1.8678 - i3.0227e - 17 & -0.7641 + i0.7641 \\ -0.7641 + i0.7641 & 1.8678 + i3.0227e - 17 \end{pmatrix}$
30	1.7861	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 1.7861)] \begin{pmatrix} 0.4563 - i3.1777e - 17 & -0.7227 - i0.5189 \\ -0.7227 - i0.5189 & 0.4563 + i3.1777e - 17 \end{pmatrix}$
60	1.6626	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 1.6626)] \begin{pmatrix} 0.5178 - i3.3564e - 17 & -0.6567 - i0.5481 \\ -0.6567 - i0.5481 & 0.5178 + i3.3564e - 17 \end{pmatrix}$
90	1.4823	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 1.4823)] \begin{pmatrix} 0.6047 - i3.4944e - 17 & -0.5555 - i0.5706 \\ -0.5555 - i0.5706 & 0.6047 + i3.4944e - 17 \end{pmatrix}$
120	1.2325	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 1.2325)] \begin{pmatrix} 0.7164 - i3.4423e - 17 & -0.4131 - i0.5621 \\ -0.4131 - i0.5621 & 0.7164 + i3.4423e - 17 \end{pmatrix}$
150	0.9137	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 0.9137)] \begin{pmatrix} 0.8382 - i2.9859e - 17 & -0.2439 - i0.4876 \\ -0.2439 - i0.4876 & 0.8382 + i2.9859e - 17 \end{pmatrix}$
180	0.5554	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 0.5554)] \begin{pmatrix} 0.9385 - i2.0321e - 17 & -0.0951 - i0.3318 \\ -0.0951 - i0.3318 & 0.9385 + i2.0321e - 17 \end{pmatrix}$
210	0.2277	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 0.2277)] \begin{pmatrix} 0.9895 - i8.7858e - 18 & -0.0164 - i0.1434 \\ -0.0164 - i0.1434 & 0.9895 + i8.7858e - 18 \end{pmatrix}$
240	0.0271	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 0.0271)] \begin{pmatrix} 0.9998 - i1.0577e - 18 & -0.0002 - i0.0172 \\ -0.0002 - i0.0172 & 0.9998 + i1.0577e - 18 \end{pmatrix}$
255	0.0271	$J = \exp[-i(\Phi_0 + 0.0271)] \begin{pmatrix} 0.9998 - i1.0577e - 18 & -0.0002 - i0.0172 \\ -0.0002 - i0.0172 & 0.9998 + i1.0577e - 18 \end{pmatrix}$

Figura 4.8: Resultados de calibración método combinado

Con los valores obtenidos en la simulación los cuales son $\psi_P = 55, \psi_A = 0, \phi_1 = 25, \phi_2 = 100$ y agregándolos al experimento de la Figura 4.5 se adquirieron las imágenes mostradas. Como se observa en la Fig. 4.9 variando la tonalidad de gris en la parte baja y una tonalidad de gris de 0 en la parte superior. Se considera un rango de desplazamiento de una franja oscura a otra como 2π . Con lo cual el desplazamiento de la franja al cambiar la tonalidad de gris de la SLM nos genera un valor de fase en las

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

franjas.

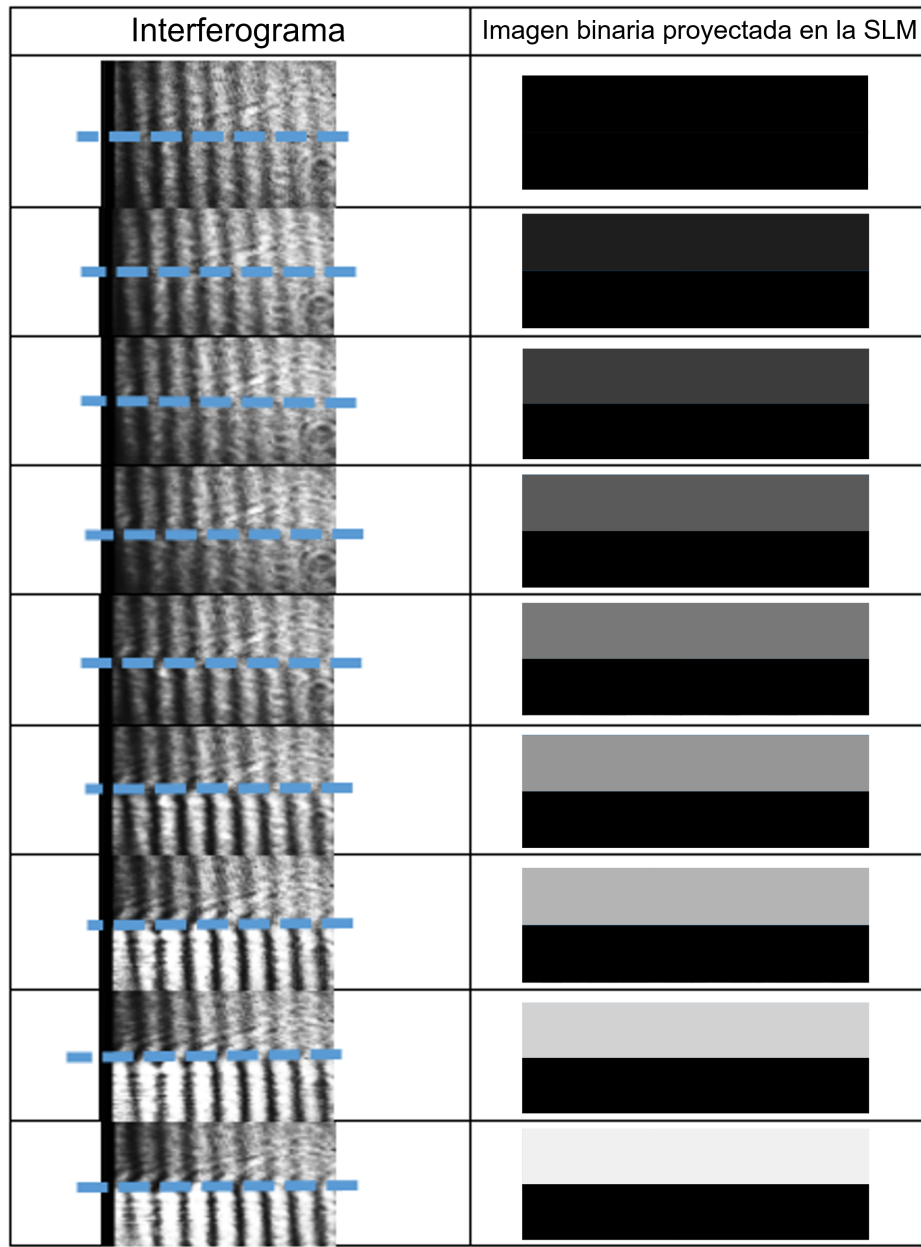


Figura 4.9: Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 55$, $\psi_A = 0$, $\phi_1 = 25$, $\phi_2 = 100$ utilizando el método combinado

Se presentan los resultados obtenidos de cambio de fase de forma gráfica en la

Fig. 4.10. Obteniendo una modulación de fase amplia, lineal y comparándola con lo obtenido de forma simulada.

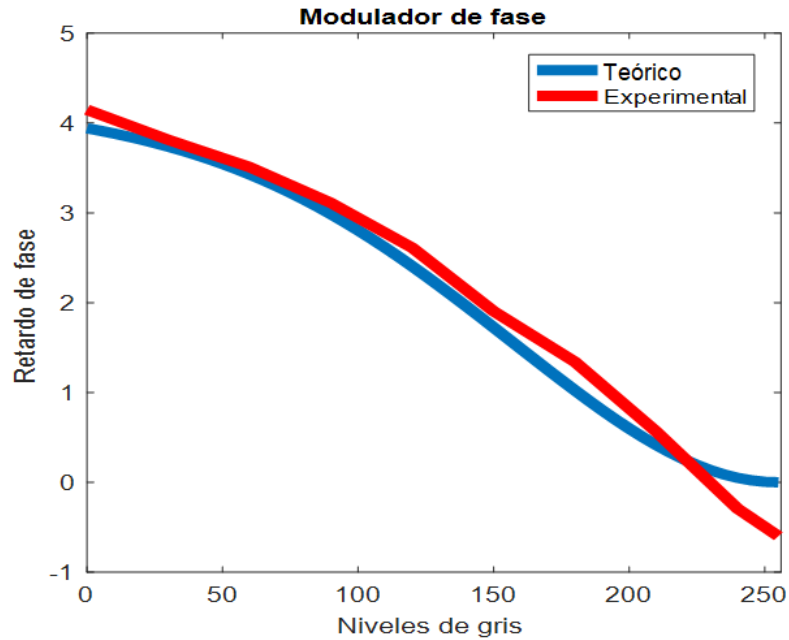


Figura 4.10: Retardo de fase de teoría contra la medición usando método de Yamauchi modificado

4.3.2. Método de Saleh

Con los valores obtenidos en la simulación los cuales son $\psi_P = 15$, $\psi_A = 120$ y agregándolos al experimento de la Figura 4.5 se adquirieron los interferogramas de la figura 4.11. Se considera un rango de desplazamiento de una franja oscura a otra como 2π , con lo cual el desplazamiento de la franja al cambiar la tonalidad de gris de la SLM nos genera un valor de fase en las franjas.

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

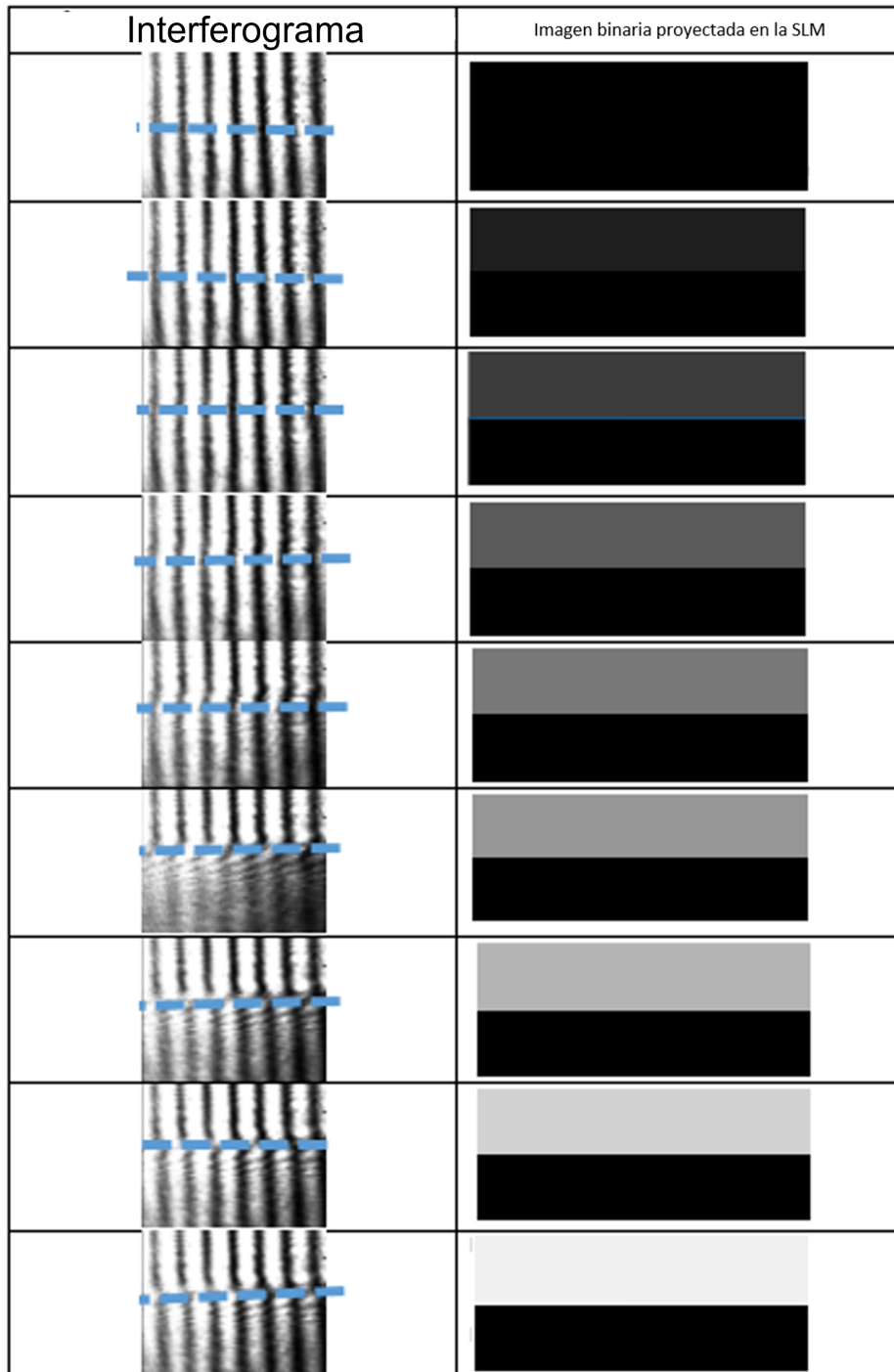


Figura 4.11: Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 15$, $\psi_A = 120$ utilizando el método Saleh

Se presentan los resultados obtenidos de fase de forma gráfica mostrados en la Fig. 4.12. Obteniendo una modulación de fase amplia, lineal y comparándola con lo obtenido de forma simulada.

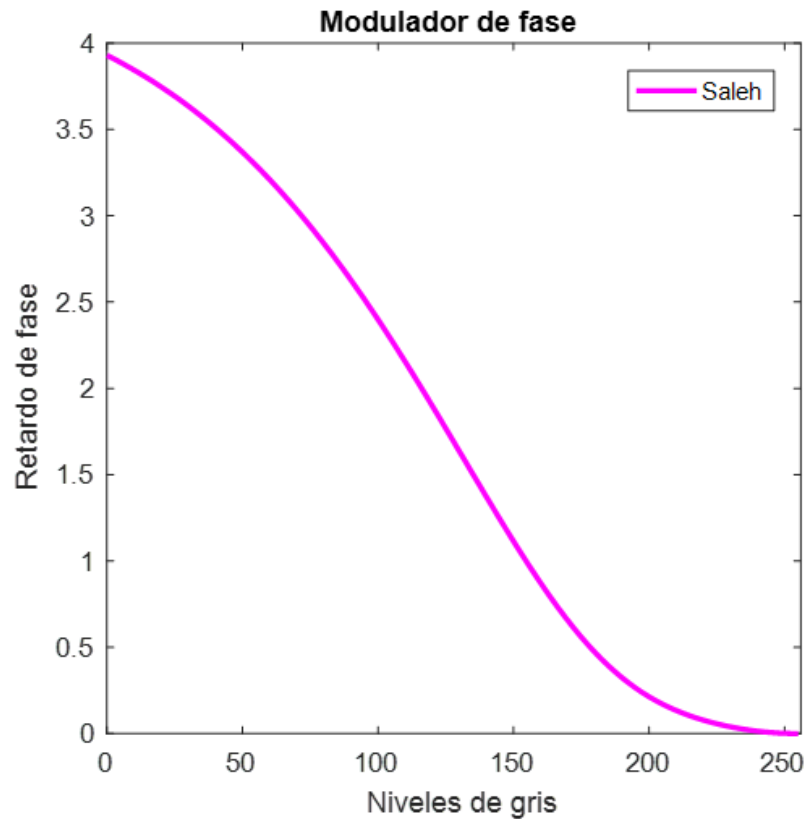


Figura 4.12: Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Saleh

4.3.3. Método de Márquez

Con los valores obtenidos en la simulación los cuales son $\psi_P = 20$, $\psi_A = 65$ y agregándolos al experimento de la Fig. 4.5 se adquirieron las imágenes mostradas y como se observa en la tabla siguiente variando la tonalidad de gris en la parte baja y una tonalidad de gris de 0 en la parte superior. Se considera un rango de desplazamiento de una franja oscura a otra como 2π , con lo cual el desplazamiento de la franja al cambiar la tonalidad de gris de la SLM nos genera un valor de fase en las franjas.

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

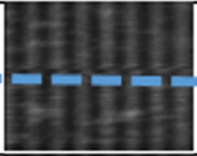

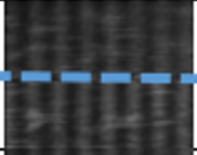

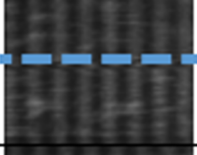
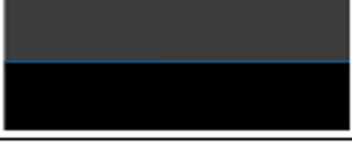
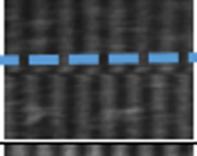

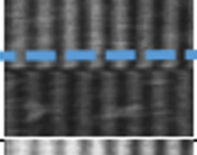

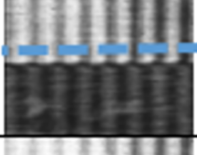

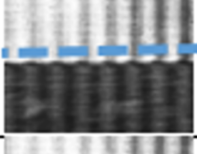

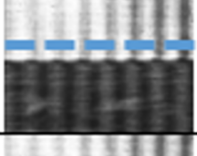

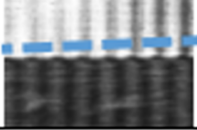
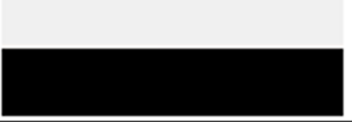
Interferograma	Imagen binaria proyectada en la SLM
	
	
	
	
	
	
	
	
	

Figura 4.13: Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 20$, $\psi_A = 65$ utilizando el método Márquez

Se presentan los resultados obtenidos de fase de forma gráfica mostrados en la Fig. 4.14. Obteniendo una modulación de fase amplia, lineal y comparándola con lo obtenido de forma simulada.

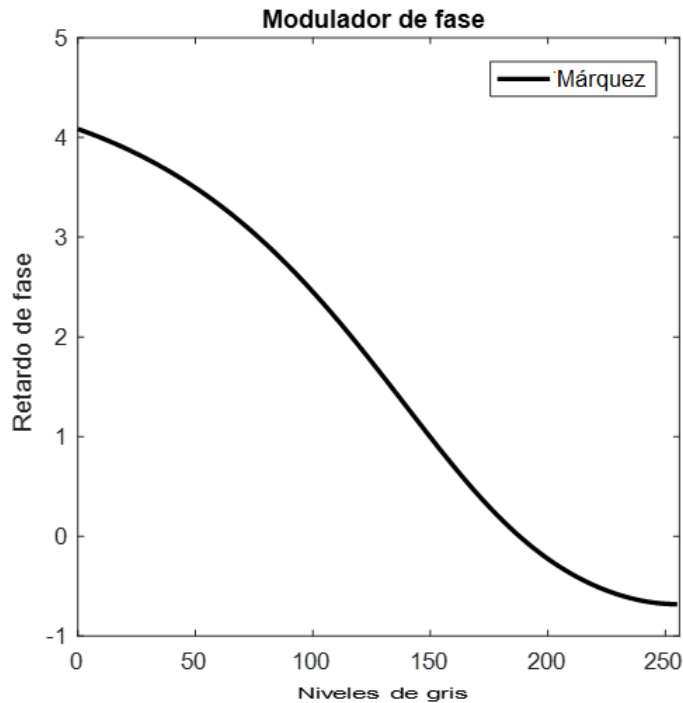


Figura 4.14: Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Márquez

4.3.4. Método de Yamahuchi

Con los valores obtenidos en la simulación los cuales son $\psi_P = 10$, $\psi_A = 100$ y agregándolos al experimento de la Figura 4.5 se adquirieron los interferogramas mostrados. Se considera un rango de desplazamiento de una franja oscura a otra como 2π , con lo cual el desplazamiento de la franja al cambiar la tonalidad de gris de la SLM nos genera un valor de fase en las franjas.

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Interferograma	Imagen binaria proyectada en la SLM

Figura 4.15: Interferograma de imágenes binarias con niveles de gris 0 en la parte superior y 0 a 240 en la parte inferior con polarizadores y retardadores de $\psi_P = 10$, $\psi_A = 100$ utilizando el método Yamahuchi

Se presentan los resultados obtenidos de fase de forma gráfica mostrados en la Fig. 4.16. Obteniendo una modulación de fase amplia y lineal y comparándola con lo obtenido de forma simulada.

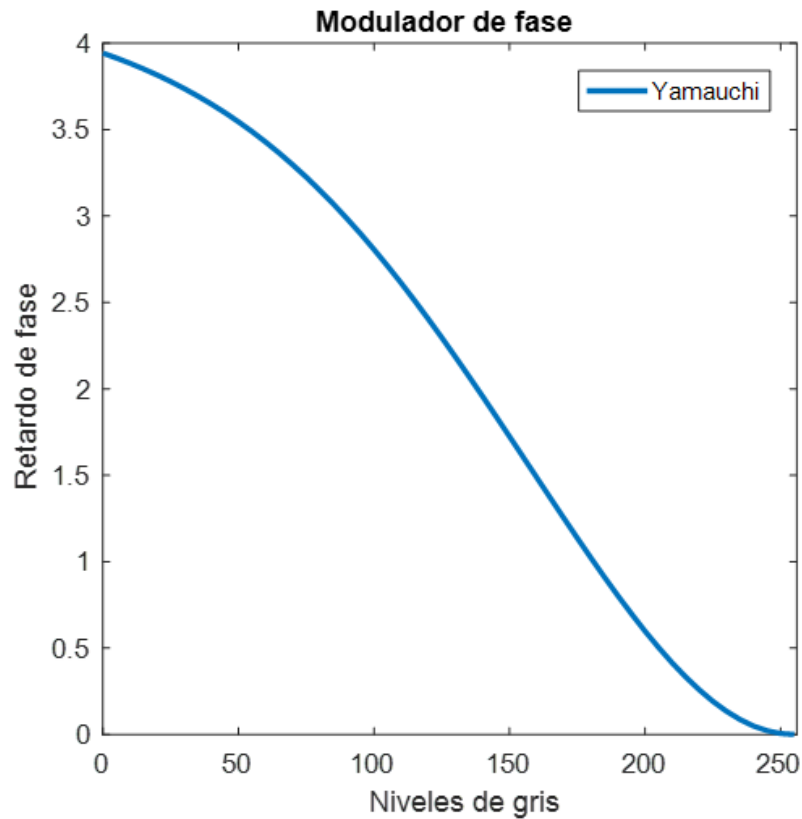


Figura 4.16: Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra niveles de gris utilizando el método de Yamahuchi

4.4. Conclusiones

Cada método de caracterización tiene pros y contras en el sentido de requerir algunos valores diferentes de otro. Sin embargo, cada uno de los modelos requiere una birrefringencia experimental. La decisión de cual método tomar fue considerada de acuerdo a los puntos tratados en el capítulo 1 donde el método de Yamauchi modificado es el mejor como se observa en la Fig. 4.17

CAPÍTULO 4. CARACTERIZACIÓN DE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

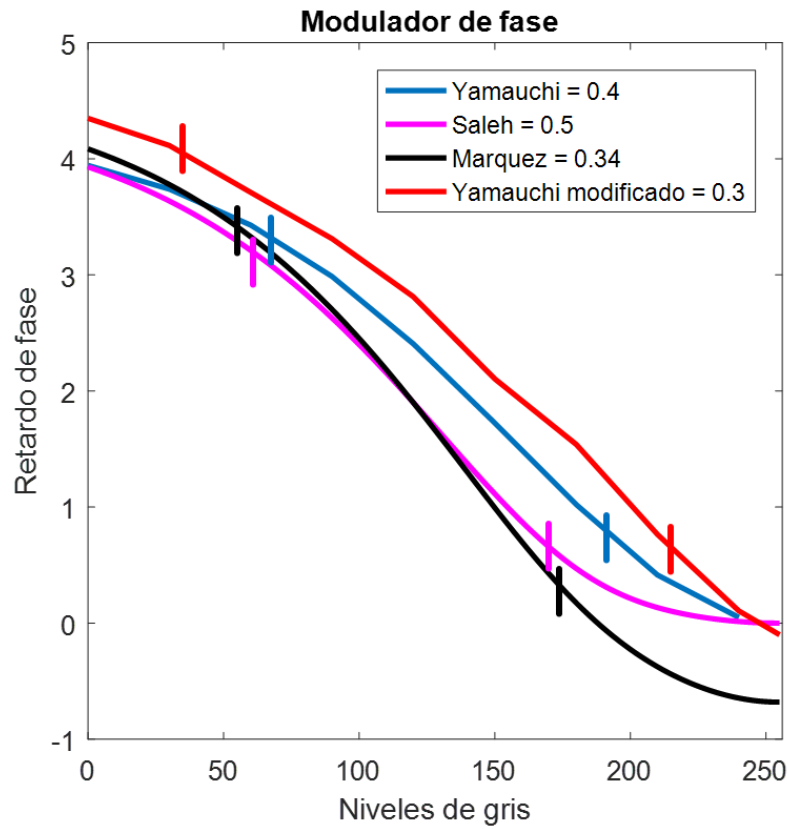


Figura 4.17: Gráfica donde se observa la relación de modulación de fase contra el nivel de gris de todos los métodos analizados

Capítulo 5

Aplicación: Codificación variable del frente de onda usando una SLM

5.1. Introducción

En algunos sistemas ópticos tal es el caso de los microscopios la profundidad de campo suele ser muy pequeña, lo cual limita el volumen de visualización. Un método para lograr extender la profundidad de campo es utilizando codificación de frente de onda. [38]

Un sistema de WFC usa una máscara de fase que codifica el frente de onda. La imagen codificada es grabada con un sensor. La decodificación hace uso de procesamiento digital de imágenes, el resultado es una imagen nítida [39].

Las máscaras de fase que se ocupan son: a) cúbica, b) trefoil y c) polinomios de Jacobi-Fourier, los cuales son proyectados sobre la SLM caracterizada en el Capítulo 4.

5.2. Codificación del frente de onda

Los sistemas codificadores del frente de onda son utilizados para corrección de aberraciones o el uso de aumentar la profundidad de campo, sin embargo, para lograr la codificación es necesario un elemento externo el cual es llamado máscara de fase.

Existen dos tipos de máscara de fase; las máscaras de fase físicas que son lentes construidas con la superficie dada y las máscaras proyectadas en una SLM las cuales son de forma discreta.

Si consideramos un sistema óptico sencillo como el mostrado en la Fig. 5.1, y en la pupila de salida es colocada una máscara de fase física logramos una codificación de frente de onda.

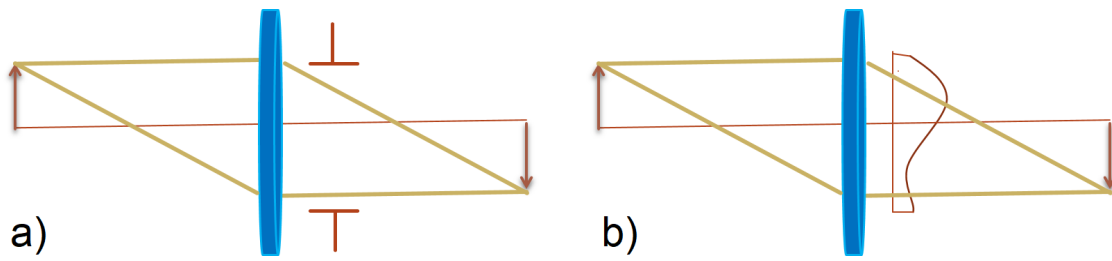


Figura 5.1: Sistema óptico en la sección a) sistema óptico sencillo en donde se observa una pupila de salida y b) sistema óptico con máscara de fase con lo que se logra una codificación del frente de onda

La máscara de fase puede ser modificada agregando en la pupila de salida un SLM con lo que se sustituye la máscara de fase como el mostrado en la Fig.5.2 teniendo la facilidad de agregar una variación de amplitud y forma.

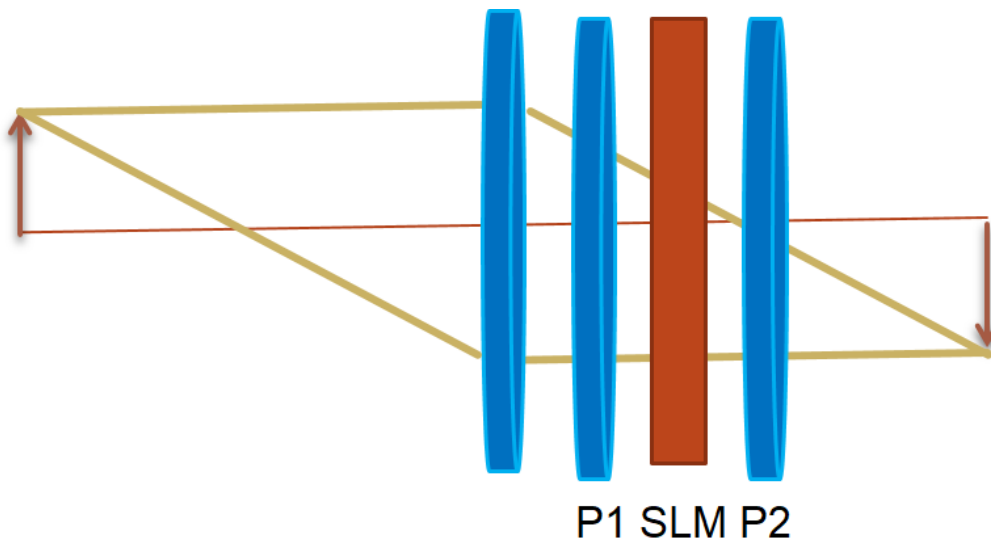


Figura 5.2: Sistema óptico codificador del frente de onda usando una SLM

5.3. Tipos de máscaras de fase

En este trabajo utilizamos tres tipos de máscara de fase las cuales son cubica, trifoil y los polinomios de Jacobi-Fourier, las expresiones matemáticas son utilizadas para

proyectar en la SLM y poder variar amplitud y forma.

5.3.1. Máscara Cúbica

Para esta mascara se tiene el modelo matemático:

$$A(x^3 + y^3) \quad (5.3.1)$$

Donde A es la amplitud de la máscara en este trabajo se utilizo una amplitud de 15λ y proyecto en la SLM para los resultados.

5.3.2. Mascara Zernike Z_3^3

Para esta mascara se utilizan los polinomios de Zernike en particular el Z_3^3 también llamada mascara trifoil.

$$R_n^m(r) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \quad (5.3.2)$$

donde m y n son 3 y se utilizo una amplitud de 15λ y proyecto en la SLM para buscar los resultados.

5.3.3. Mascara los polinomios de Jacobi-Fourier

Se consideraron los polinomios de Jacobi-Fourier como una variable a las otras dos mascara de fase utilizadas en este trabajo y tomando en cuenta la expresión matemática ecuación 5.3.3

$$J_n(p, q, r) = \sqrt{\frac{w(p, q, r)}{b_n(p, q)}} G_n(p, q, r) \quad (5.3.3)$$

donde $G_n(p, q, r)$ son los polinomios radiales de Jacobi-Fourier, $w(p, q, r)$ es la función de peso y $b_n(p, q)$ es la constante de normalización. Los cuales se obtienen a partir de:

$$G_n(p, q, r) = \frac{n! \Gamma(q)}{\Gamma(p+n)} \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{\Gamma(p+n+s)}{(n-s)! s! \Gamma(q+s)} r^s, \quad (5.3.4)$$

$$w(p, q, r) = (1-r)^{p-q} r^{q-1}, \quad (5.3.5)$$

y

$$b_n(p, q) = \frac{n! \Gamma^2(q) \Gamma(p-q+n+1)}{\Gamma(q+n) \Gamma(p+n) (p+2n)} \quad (5.3.6)$$

donde Γ representa la funcion gama, se generaron diferentes familias de polinomios al sustituir p y q.

5.4. Mascara de fase con placa zonal de Fresnel

Las máscaras de fase usadas en este trabajo son la máscara cubica, el Zernike Z_3^3 y los polinomios de Jacobi-Fourier. Para poder utilizarlos en la SLM, es necesario proyectar el módulo de la máscara deseada. Se propuso hacer un arreglo en el módulo de la máscara, el cual consiste en convolucionar una máscara de fase con una placa zonal de Fresnel mostrada en la Fig. 5.3 ya que la SLM Holoeye LC 2012 es de modulación mixta. Para la segunda SLM modelo Pluto no fue necesario este arreglo.

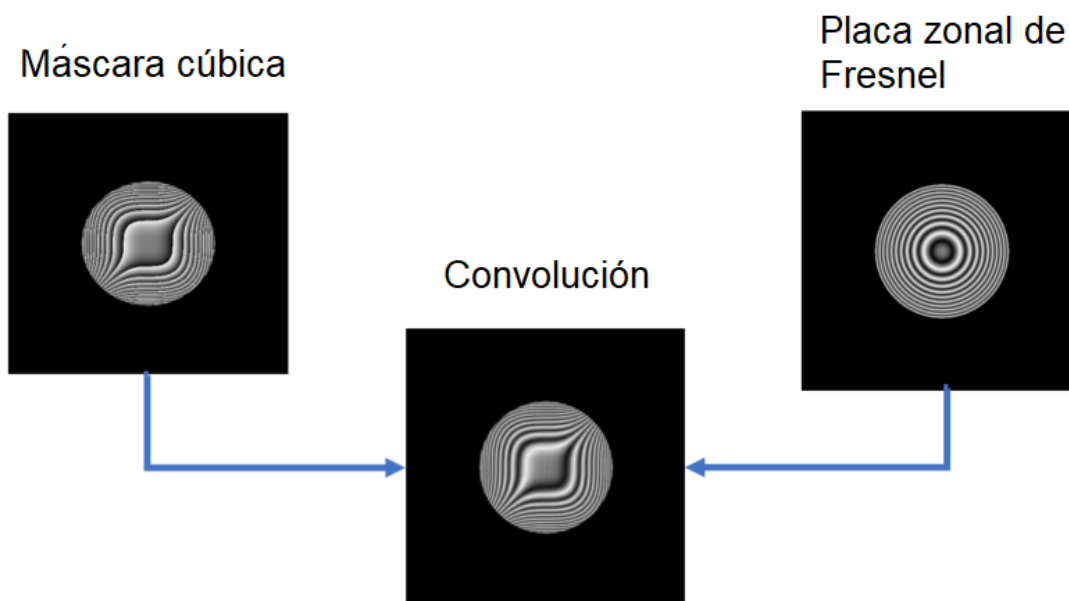


Figura 5.3: Máscara de fase cúbica convolucionada con una Placa zonal de Fresnel.

5.5. Sistema óptico de codificación de frente de onda utilizando una SLM

5.5.1. Diseño óptico para un sistema puntual

En el proceso experimental se empleó un láser continuo gaussiano con $\lambda = 633nm$ colimado. Para trasladar la imagen al plano de la SLM, se empleó un sistema 4f utilizando las lentes $L2$ y $L3$. La SLM fue previamente caracterizada utilizando el método de Yamahuchi, y se proyectó máscaras de fase variando la magnitud. Se utilizó un segundo sistema 4f ($L4$ y $L5$) para trasladar la imagen codificada al sensor Shack Hartman. La

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA UTILIZANDO UNA SLM

lente $L6$ forma la imagen en la CCD, el arreglo es mostrado en la Fig. 5.4. Se utilizo el sensor de frente de onda para alinear la máscara de fase y evitar aberraciones [40].

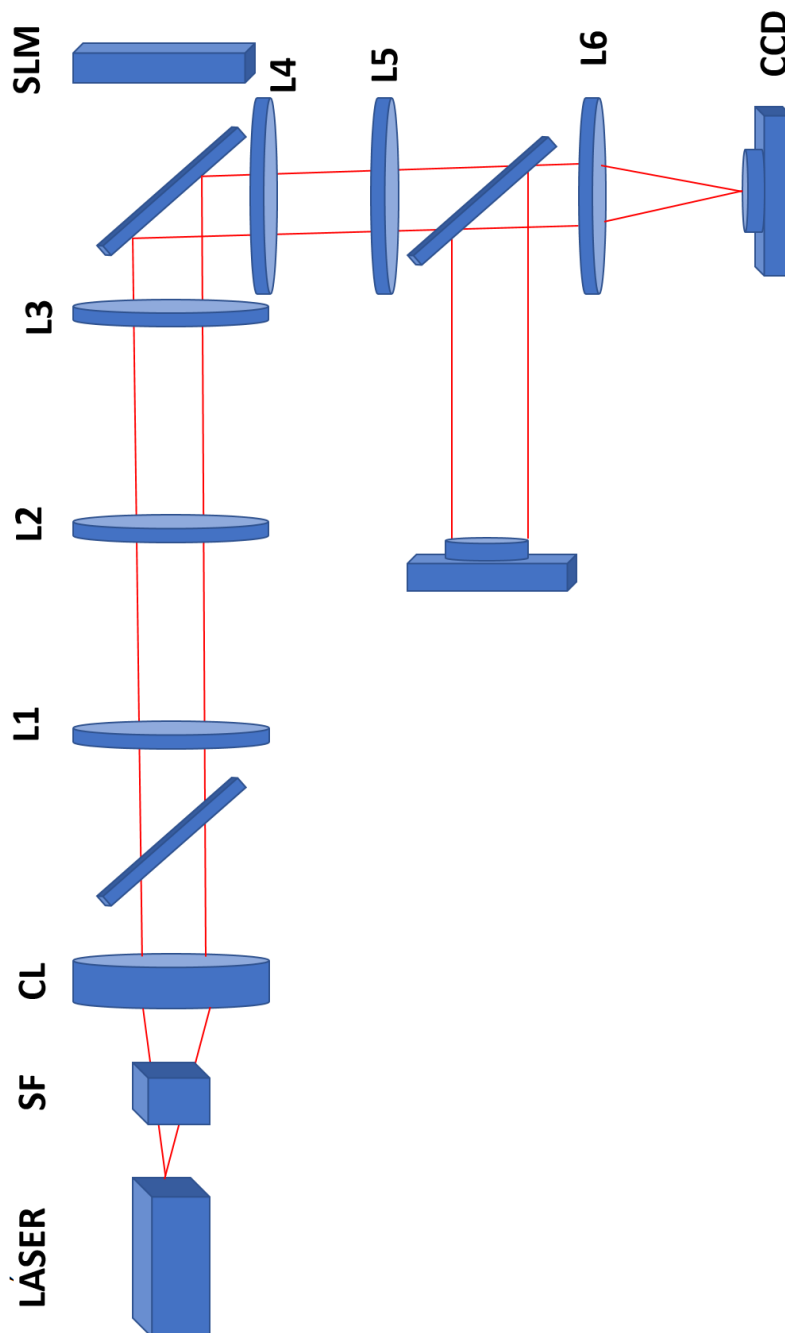


Figura 5.4: Diseño óptico para ver la PSF del sistema y de la máscara de fase.

El sensor Hartman Shack es empleado para observar las aberraciones del sistema,

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

así como también el alineamiento de la máscara de fase. Cabe aclarar que la caracterización de la SLM también se puede hacer a través del sensor de frente de onda. Para el alineamiento de la máscara de fase en la SLM se empleó un método visual, mostrado en la Figura 5.5.

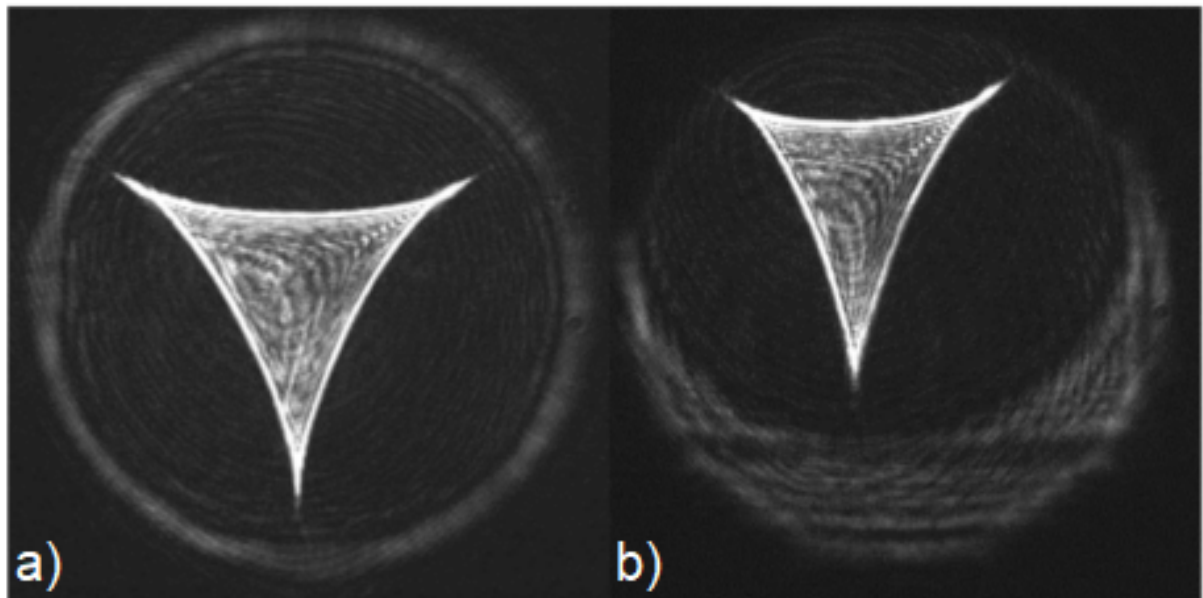


Figura 5.5: Alineamiento visual a) la máscara de fase alineada y b) la máscara no alineada

El método fue sustituido utilizando el sensor Hartman Shack con el cual se corrigió el método de alineamiento cualitativo a uno cuantitativo. Al mismo tiempo, se calibró para que los coeficientes en el programa generador de máscaras de fase fueran los mismos que los mostrados en el sensor mostrado en la Fig. 5.6.

Se proyectó en la SLM las máscaras de Jacobi-Fourier, la $Z_3^3(r, \theta)$ y cubica. En la Fig. 5.7 Se comparó la máscara vs la PSF experimental para estar seguros que la PSF del sistema no afecta.

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA UTILIZANDO UNA SLM

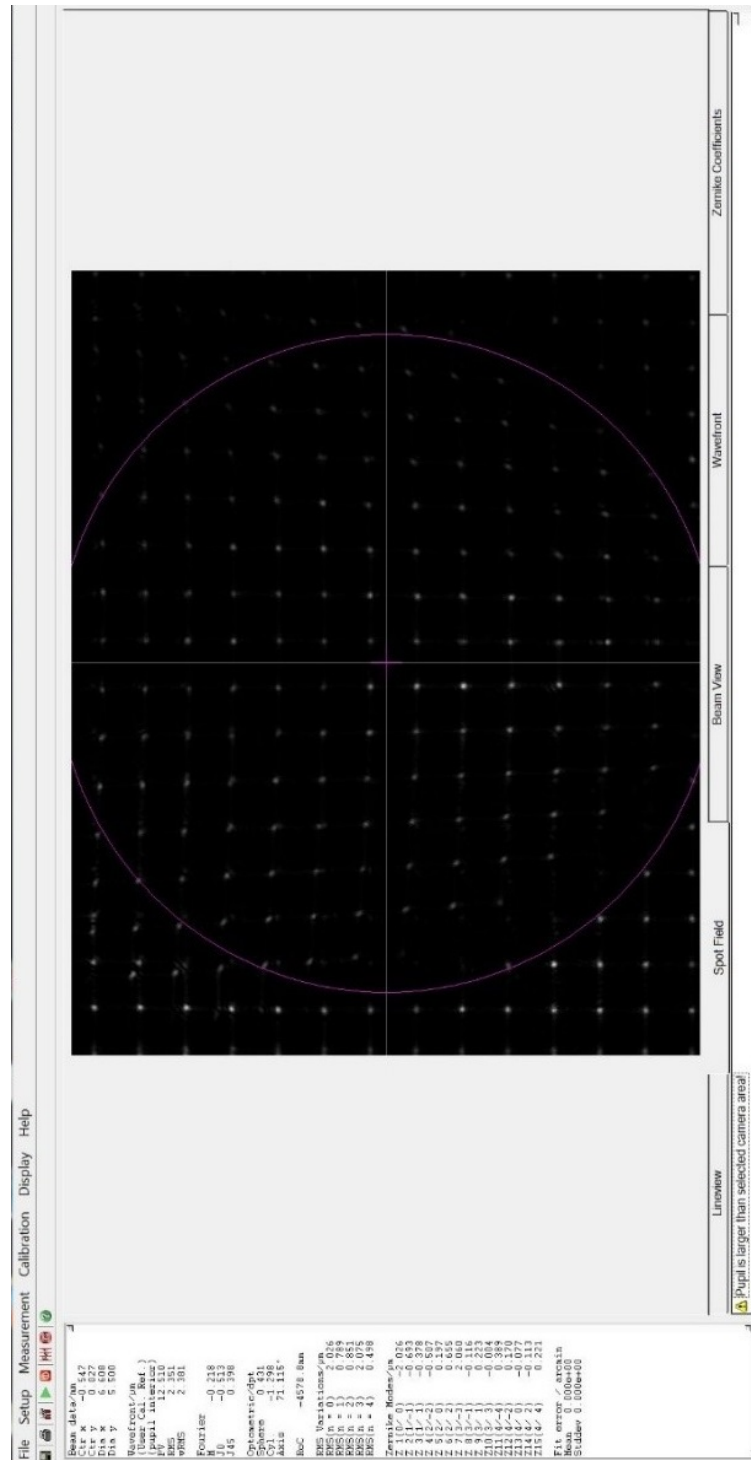


Figura 5.6: Alineamiento usando el sensor el cual nos muestra un $Z_3^3(r, \theta)$ el cuál es la máscara trefoil con 2 lambda de fuerza.


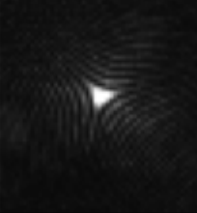

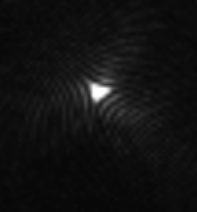

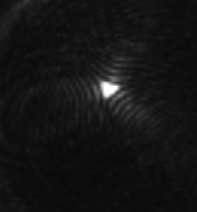

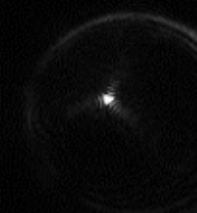

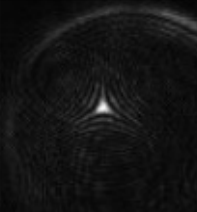
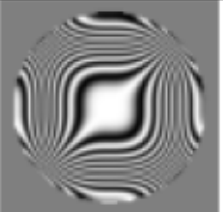
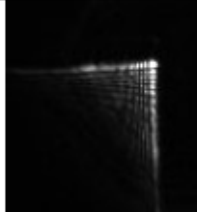
Función	Mascara de fase	Zoom PSF
$f_1(r, \theta) = J_0(8,8,r)\{\cos 3\theta + \sin 3\theta\}$		
$f_2(r, \theta) = J_0(9,9,r)\{\cos 3\theta + \sin 3\theta\}$		
$f_3(r, \theta) = J_0(10,10,r)\{\cos 3\theta + \sin 3\theta\}$		
$f_4(r, \theta) = J_0(11,11,r)\{\cos 3\theta + \sin 3\theta\}$		
$Z_3^3(r, \theta)$		
$A(x^3 + y^3)$		

Figura 5.7: Mascaras de fase proyectadas en la SLM

5.5.2. Diseño óptico para un objeto extendido

Para el sistema de WFC en un diseño de objeto extendido, se utilizó un led 633 nm, y un sistema conjugado 4f compuesto por $L1$ y $L2$ para traspasar la imagen a un plano intermedio. En el segundo sistema conjugado 4f compuesto por $L3$ y $L4$ donde también se codifica la imagen del objeto extendido. El tercer sistema conjugado 4f proyecta la imagen en la CCD. El sistema óptico se observa en la Fig. 5.8

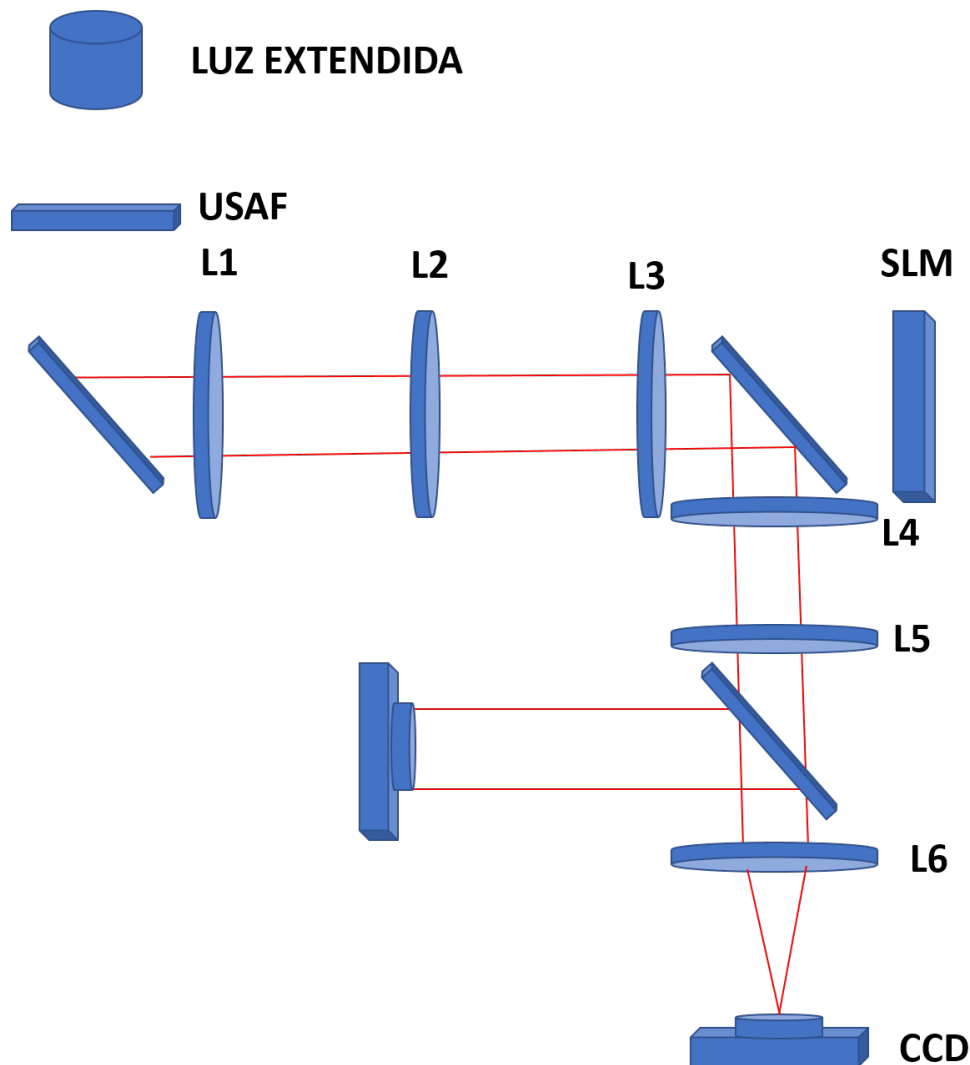


Figura 5.8: Sistema codificador de frente de onda usando un objeto extendido

5.5.3. Codificación de frente de onda

Para una codificación completa, se generó un sistema uniendo tanto un diseño puntual como un diseño de objeto extendido y con el sistema se procedió a codificar con diferentes mascarar de fase como se observa en la Fig. 5.9.

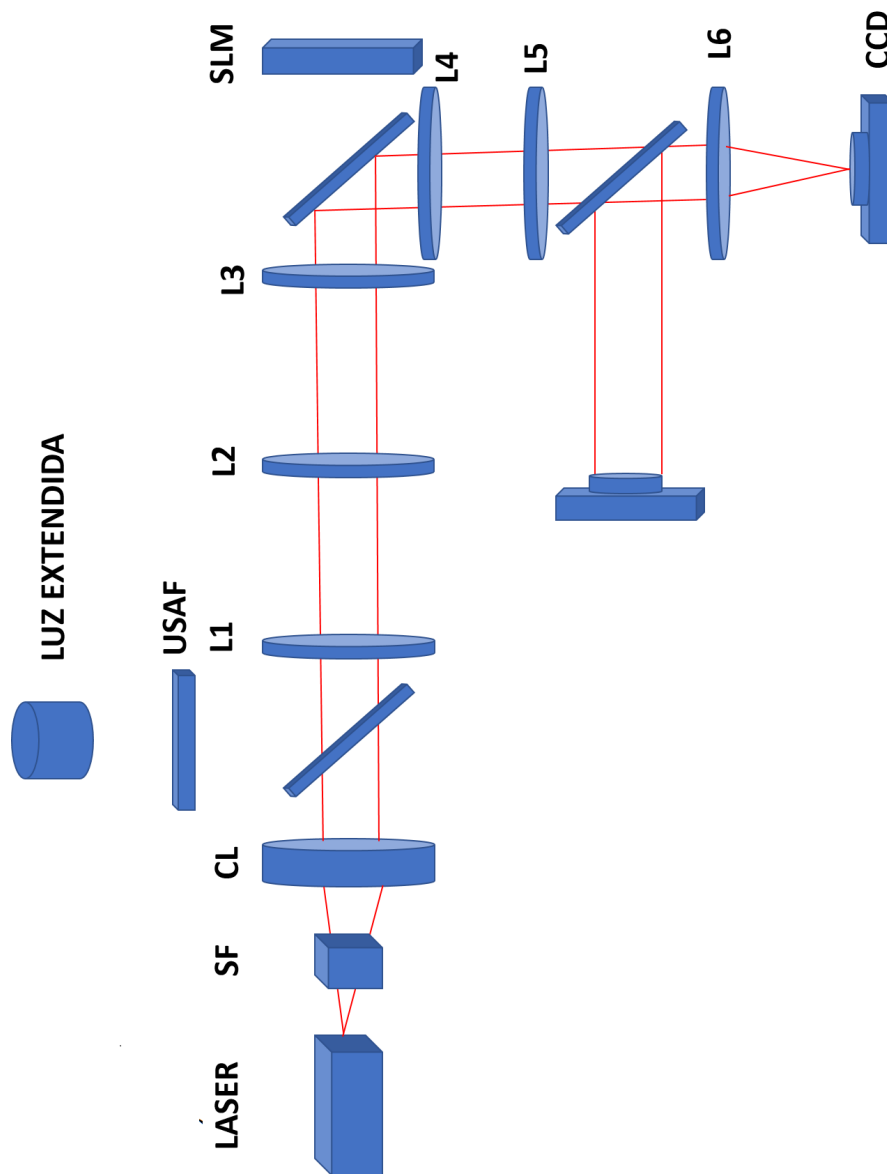


Figura 5.9: Sistema codificador de frente de onda usando una SLM

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA UTILIZANDO UNA SLM

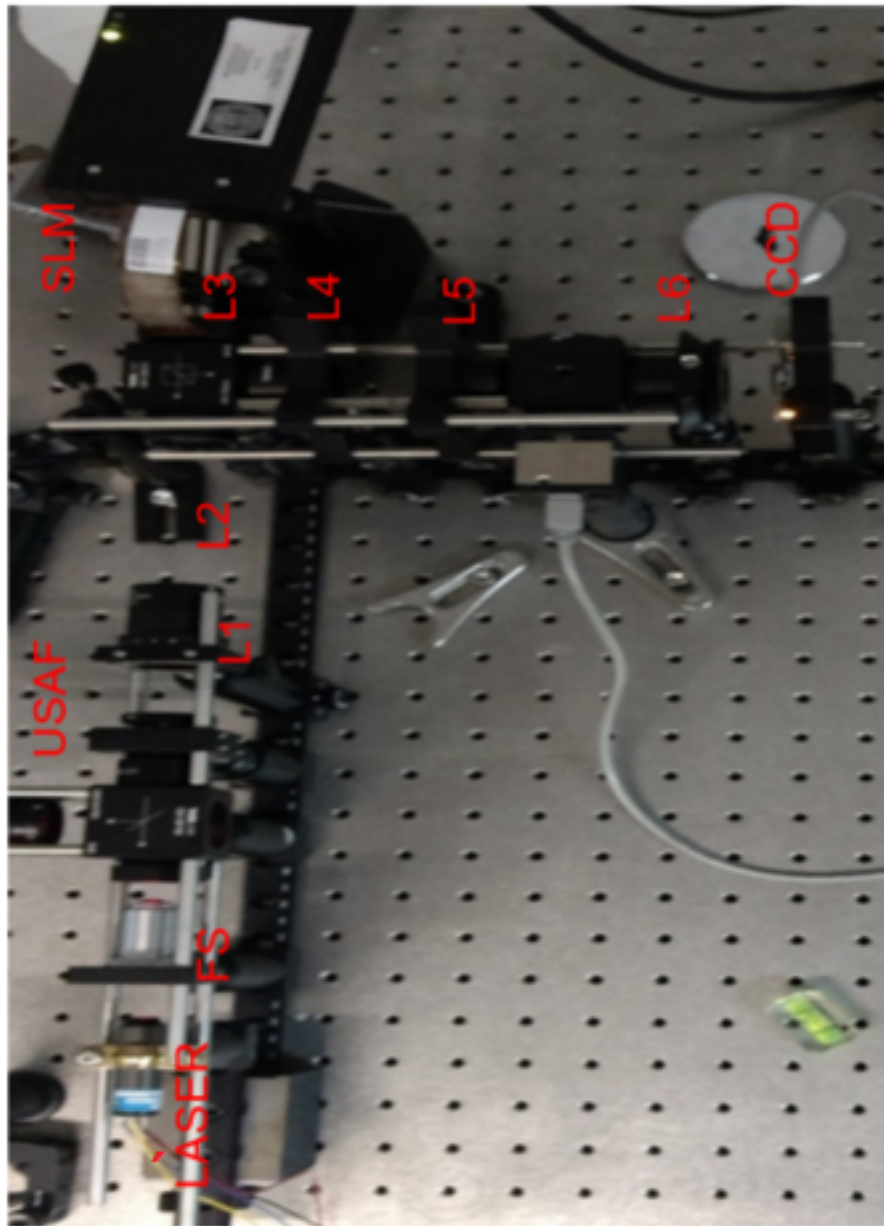


Figura 5.10: Sistema óptico de WFC experimental

Utilizando las máscaras de fase de la Figura 5.7 y tomando un intervalo de $[-2\lambda, 2\lambda]$ de desenfoque los resultados son mostrados para obtener el rango de trabajo de las máscaras mostrado en las Fig. 5.11, Fig. 5.12, Fig. 5.13, Fig. 5.14, Fig. 5.15, Fig. 5.16, Fig. 5.17 y Fig. 5.18.

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

Lambdas de desenfoco	$J_{03}(8, 8, r)$ con fuerza de 9λ	$J_{03}(9, 9, r)$ con fuerza de 23λ	$J_{03}(10, 10, r)$ con fuerza de 29λ	$J_{03}(11, 11, r)$ con fuerza de 11λ
-2				
-1.75				
-1.5				
-1.25				
-1				

Figura 5.11: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de -2λ a -1λ

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA
UTILIZANDO UNA SLM

Lambdas de desenfoque	$J_{03}(8, 8, r)$ con fuerza de 9λ	$J_{03}(9, 9, r)$ con fuerza de 23λ	$J_{03}(10, 10, r)$ con fuerza de 29λ	$J_{03}(11, 11, r)$ con fuerza de 11λ
-0.75				
-0.5				
-0.25				
0				
0.25				

Figura 5.12: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $-0,75\lambda$ a $0,25\lambda$

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

Lambdas de desenfoque	$J_{03}(8, 8, r)$ con fuerza de 9λ	$J_{03}(9, 9, r)$ con fuerza de 23λ	$J_{03}(10, 10, r)$ con fuerza de 29λ	$J_{03}(11, 11, r)$ con fuerza de 11λ
0.5				
0.75				
1				
1.25				
1.5				

Figura 5.13: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $0,5\lambda$ a $1,5\lambda$

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA
UTILIZANDO UNA SLM

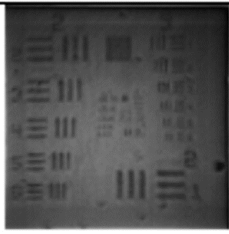
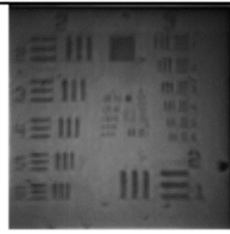
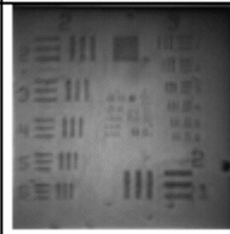
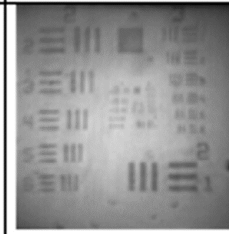
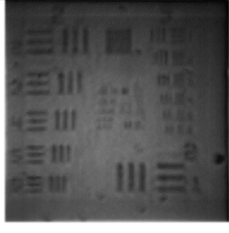
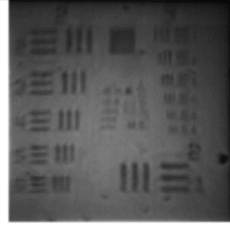
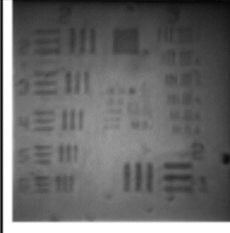
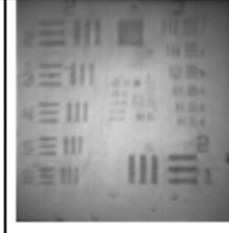
Lambdas de desenfoque	$J_{03}(8, 8, r)$ con fuerza de 9λ	$J_{03}(9, 9, r)$ con fuerza de 23λ	$J_{03}(10, 10, r)$ con fuerza de 29λ	$J_{03}(11, 11, r)$ con fuerza de 11λ
1.75				
2				

Figura 5.14: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $1,75\lambda$ a 2λ

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

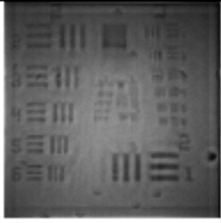
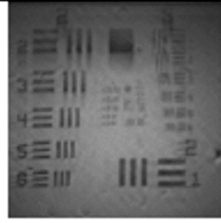
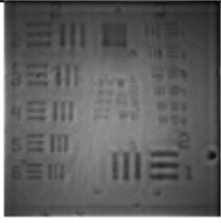
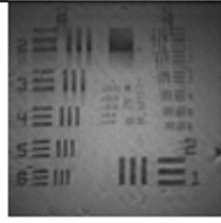
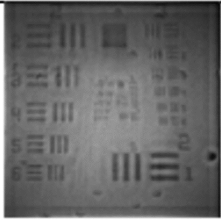
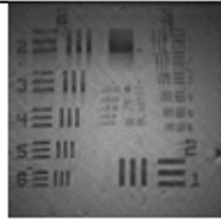
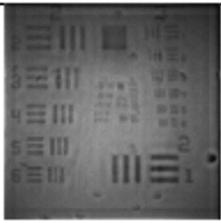
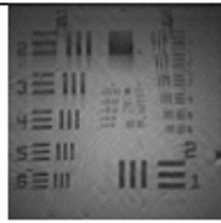
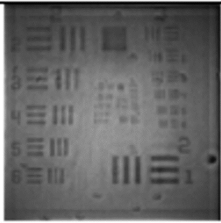
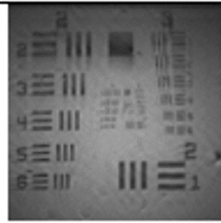
Lambdas de desenfoque	$Z_3^3(r, \theta)$ con fuerza de 15λ	$A(x^3 + y^3)$ con fuerza de 15λ
-2		
-1.75		
-1.5		
-1.25		
-1		

Figura 5.15: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de -2λ a -1λ

5.5. SISTEMA ÓPTICO DE CODIFICACIÓN DE FRENTE DE ONDA
UTILIZANDO UNA SLM

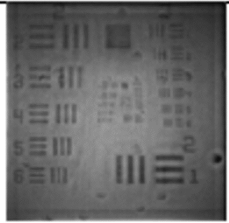
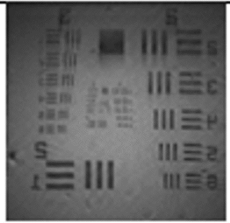
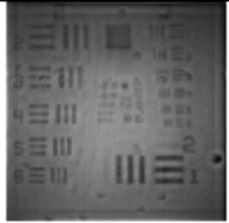
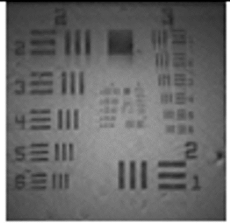
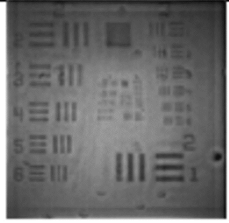
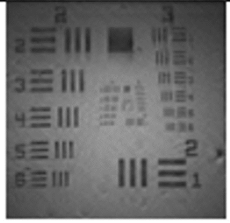
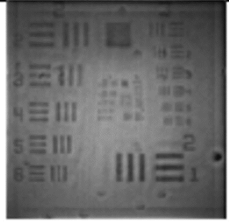
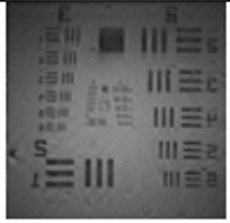
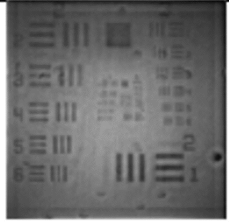
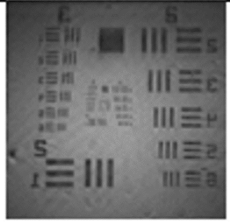
Lambdas de desenfoco	$Z_3^3(r, \theta)$ con fuerza de 15λ	$A(x^3 + y^3)$ con fuerza de 15λ
-0.75		
-0.5		
-0.25		
0		
0.25		

Figura 5.16: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $-0,75\lambda$ a $0,25\lambda$

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

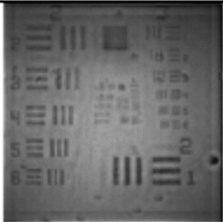
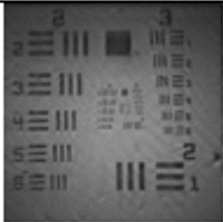
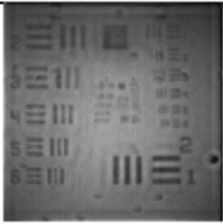
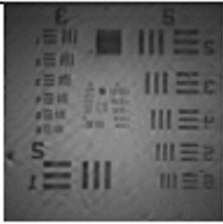
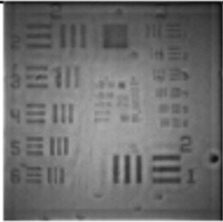
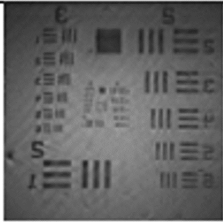
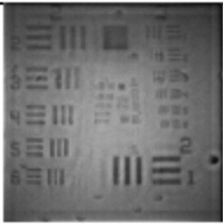
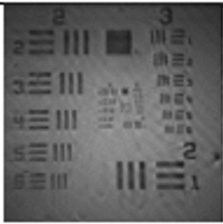
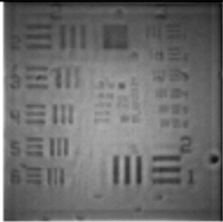
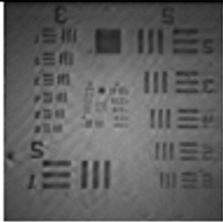
Lambdas de desenfoco	$Z_3^3(r, \theta)$ con fuerza de 15λ	$A(x^3 + y^3)$ con fuerza de 15λ
0.5		
0.75		
1		
1.25		
1.5		

Figura 5.17: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $0,5\lambda$ a $1,5\lambda$

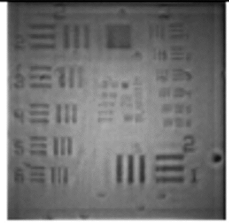
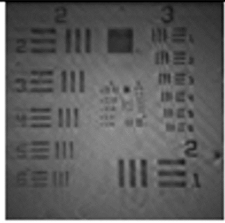
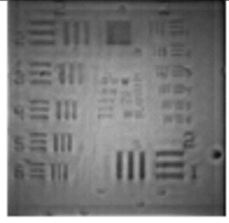
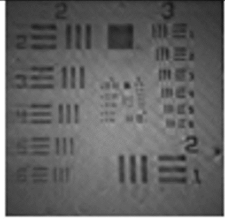
Lambdas de desenfoque	$Z_3^3(r, \theta)$ con fuerza de 15λ	$A(x^3 + y^3)$ con fuerza de 15λ
1.75		
2		

Figura 5.18: Imágenes decodificadas donde se muestra la profundidad de campo usando diferentes polinomios entre el rango de $1,75\lambda$ a 2λ

5.6. Conclusiones

Se implemento un sistema codificador de frente de onda usando un SLM. Lo anterior permite la codificación variable de frente de onda.

Con el propósito de evaluar la eficiencia de las mascarar de fase: a) cúbica, b) trefoil y c) polinomio de Jacobi-Fourier, se implemento un sistema de WFC. Si consideramos que la profundidad de campo en las secciones azules, se demuestra que el trefoil es el mejor en extender la profundidad de campo. Sin embargo los polinomios de Jacobi-Fourier tienen menos profundidad de campo pero más contraste y resolución.

CAPÍTULO 5. APLICACIÓN: CODIFICACIÓN VARIABLE DEL FRENTE DE ONDA USANDO UNA SLM

Capítulo 6

Conclusiones generales

6.1. Conclusiones

Se programo un algoritmo para el calculo numérico de la birrefringencia variando los ángulos del polarizador y analizador. Para obtener la birrefringencia del modulador espacial de luz se comparo los valores experimentales con los numéricos.

Se programo un algoritmo para obtener la caracterización de un modulador espacial de luz modelo LC 2012 empleando modelos matemáticos basados en matrices de Jones. Los modelos de Yamauchi, Yamauchi modificado , Saleh y Márquez demuestran una diferencia entre el analizador y el polarizador de 60° entre ellos.

Se implemento un interferómetro Mach Zehnder para demostrar la caracterización de los modelos matemáticos. El desfaseamiento de las franjas muestra el retardo de fase del modulador espacial de luz. Considerando que el movimiento de una franja a la posición de su vecina se considera 2π .

Se comparo la caracterización de los modelos matemáticos contra el método de caracterización que emplea un sensor Shack Harmann, obteniendo los mismos resultados.

Se implemento un sistema WFC para extender la profundidad de campo en 1 cm usando una SLM como elemento codificador del frente de onda. Los perfiles de fase desplegados fueron: (A) cúbico, (B) Trefoil y (C) Jacobi-Fourier. El sistema logra resolver hasta 20 pl/mm para Trefoil.

Se utilizaron dos tipos de alineación para la mascara de fase proyectada en el modulador: (A) visualmente y (B) utilizando un sensor Shack Harmann. El sistema empleado con el sensor Shack Harmann demostró ser mejor al tener una tolerancia de pixel.

6.2. Trabajo a futuro

1. Implementar un sistema óptico de codificación de frente de onda para mejoramiento de hologramas

2. Caracterización utilizando vectores de stokes
3. Implementar sistema codificación de onda empleando dos SLM generando codificación y recuperación

6.3. Trabajos derivados de la Tesis

J.M. Olvera-Angeles, A. Padilla-Vivanco, J. Sasian, J. Schwiegerling, J. Arines y E. Acosta. (2017). Optimizing the design of trefoil phase plates for wavefront coding. 22nd Microoptics Conference, Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Komaba, Tokyo, Japan, en revisión.

J. M. Olvera-Angeles, A. Padilla-Vivanco. (2016). Caracterización de moduladores espaciales de luz mediante matrices de Jones. 9 congreso internacional de investigación, UPT, memoria.

Bibliografía

- [1] Burman, A., Garea, M. T., Lutenberg, A., & Quintián, F. P. (2011). Characterization and control of a microdisplay as a spatial light modulator. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 274, No. 1, p. 012102). IOP Publishing.
- [2] Hermerschmidt, A. (2009, June). Experimental modules covering imaging, diffraction, Fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell SLM. In *Education and Training in Optics and Photonics* (p. EMA6). Optical Society of America.
- [3] Goldstein, D. H. (2016). *Polarized light*. CRC press.
- [4] Stover, J. C. (1995). *Optical scattering: measurement and analysis* (Vol. 2). Bellingham: SPIE optical engineering press.
- [5] Kim, H., & Lee, Y. H. (2005). Unique measurement of the parameters of a twisted-nematic liquid-crystal display. *Applied optics*, 44(9), 1642-1649.
- [6] Lu, K., & Saleh, B. E. (1990). Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator. *Optical Engineering*, 29(3), 240-247.
- [7] Yamauchi, M., & Eiju, T. (1995). Optimization of twisted nematic liquid crystal panels for spatial light phase modulation. *Optics Communications*, 115(1), 19-25.
- [8] Krüger, M., Kampmann, R., Kleindienst, R., & Sinzinger, S. (2015). Time resolved combination of the Mueller Stokes and Jones calculus for the optimization of a twisted-nematic spatial light modulator. *Applied Optics*, 54(13), 4239-4248.
- [9] Oliveira, J. A. R. (2006). *Caracterización de una Pantalla de Cristal Líquido Twisted Nematic mediante Elipses de Polarización-Edición Única*. Tecnológico de Monterrey Campus Hidalgo,
- [10] Li, J., Wu, S. T., Brugioni, S., Meucci, R., & Faetti, S. (2005). Infrared refractive indices of liquid crystals. *Journal of Applied Physics*, 97(7), 073501.

BIBLIOGRAFÍA

- [11] Márquez, A., Moreno, I., Iemmi, C., Lizana, A., Campos, J., & Yzuel, M. J. (2008). Mueller-Stokes characterization and optimization of a liquid crystal on silicon display showing depolarization. *Optics Express*, 16(3), 1669-1685.
- [12] Davis, J. A., Tsai, P. S., D’Nelly, K., & Moreno, I. S. (1999). Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Optical Engineering*, 38(5), 929-933.
- [13] Hsieh, M. L., Hsu, K. Y., Paek, E. G., & Wilson, C. L. (1999). Modulation transfer function of a liquid crystal spatial light modulator. *Optics Communications*, 170(4), 221-227.
- [14] David de Dios, P. G. M. Y. J. G. (2005). Método de calibración en tiempo real para moduladores de cristal líquido. *Óptica pura y aplicada, Universidad Complutense de Madrid* 38(2), 67-74.
- [15] Kohler, C., Haist, T., & Osten, W. (2009). Model-free method for measuring the full Jones matrix of reflective liquid-crystal displays. *Optical Engineering*, 48(4), 044002-044002.
- [16] Kumar, A. (2007). Calculation of optical parameters of liquid crystals. *Acta Physica Polonica Series A*, 112(6), 1213.
- [17] Makey, G., El-Daher, M. S., & Al-Shufi, K. (2015). Predicting wavelength dependency of optical modulation of twisted nematic liquid crystal display in the visible range. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 126(9), 917-922.
- [18] Bennis, N., Geday, M. A., Quintana, X., Cerrolaza, B., Medialdea, D. P., Spadlo, A., ... & Oton, J. M. (2009). Nearly-analogue blazed phase grating using high birefringence liquid crystal. *Opto-Electronics Review*, 17(2), 112-115.
- [19] Klapp, I., Solodar, A., & Abdulhalim, I. (2014). Extended depth of field using a liquid crystal annular spatial light modulator. *Applied optics*, 53(19), 4301-4312.
- [20] Soutar, C., Monroe, S. E., & Knopp, J. (1994). Measurement of the complex transmittance of the Epson liquid crystal television. *Optical Engineering*, 33(4), 1061-1069.
- [21] Bergeron, A., Gauvin, J., Gagnon, F., Gingras, D., Arsenault, H. H., & Doucet, M. (1995). Phase calibration and applications of a liquid-crystal spatial light modulator. *Applied Optics*, 34(23), 5133-5139.
- [22] Hossack, W. J., Theofanidou, E., Crain, J., Heggarty, K., & Birch, M. (2003). High-speed holographic optical tweezers using a ferroelectric liquid crystal microdisplay. *Optics Express*, 11(17), 2053-2059.

- [23] Gabor, D. (1948). A new microscopic principle. *Nature*, 161(4098), 777-778.
- [24] Pérez Medialdea, D. (2010). Liquid crystal photonic devices based on conductive polymers= Dispositivos fotónicos de cristal líquido basados en polímeros conductores (Doctoral dissertation, Telecomunicacion).
- [25] Chamadoira, S. (2012). Interferómetro de Difracción por Orificio, IDO, para la inspección y caracterización de lentes progresivas (Doctoral dissertation, Universidade de Santiago de Compostela).
- [26] Hecht, E. H. (2000). *Óptica*. Pearson Educación,.
- [27] Pérez, G., Jorge, J., & Bernabéu Martínez, E. (1983). Determinación de parámetros de polarización en representación matricial: Contribución teórica y realización de un dispositivo automático.
- [28] Chamadoira, S. (2012). Interferómetro de Difracción por Orificio, IDO, para la inspección y caracterización de lentes progresivas (Doctoral dissertation, Universidade de Santiago de Compostela).
- [29] Tyo, J. S., Goldstein, D. L., Chenault, D. B., & Shaw, J. A. (2006). Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. *Applied Optics*, 45(22), 5453-5469.
- [30] Zafra, J. C. T. (2009). Caracterización, modelado eléctrico y desarrollo de nuevas aplicaciones de dispositivos basados en cristales líquidos (Doctoral dissertation, Universidad Carlos III de Madrid).
- [31] Chiou, T. H., Kleinlogel, S., Cronin, T., Caldwell, R., Loeffler, B., Siddiqi, A., ... & Marshall, J. (2008). Circular polarization vision in a stomatopod crustacean. *Current Biology*, 18(6), 429-434.
- [32] Casas, J. (1978). *Óptica*. Universidad de Zaragoza, Cátedra de Óptica.
- [33] Kohler, C., Haist, T., & Osten, W. (2009). Model-free method for measuring the full Jones matrix of reflective liquid-crystal displays. *Optical Engineering*, 48(4), 044002-044002.
- [34] Hong, D., Park, K., Cho, H., & Kim, M. (2007). Flexible depth-of-field imaging system using a spatial light modulator. *Applied optics*, 46(36), 8591-8599.
- [35] Hurtado, S. A. T. (2016). Atrapamiento y manipulación óptica para aplicaciones biológicas. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica.
- [36] Scrymgeour, D., Boye, R., & Adelsberger, K. (2015). Advanced Imaging Optics Utilizing Wavefront Coding (No. SAND2015-4431). Sandia National Laboratories (SNL-NM), Albuquerque, NM (United States).

BIBLIOGRAFÍA

- [37] Lizana, A., Márquez, A., Moreno, I., Iemmi, C., Campos, J., & Yzuel, M. J. (2008). Wavelength dependence of polarimetric and phase-shift characterization of a liquid crystal on silicon display. *Journal of the European Optical Society-Rapid publications*, 3.
- [38] Carles, G., Muyo, G., Bosch, S., & Harvey, A. R. (2010). Use of a spatial light modulator as an adaptable phase mask for wavefront coding. *Journal of Modern Optics*, 57(10), 893-900.
- [39] Hermerschmidt, A. (2009, June). Experimental modules covering imaging, diffraction, Fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell SLM. In *Education and Training in Optics and Photonics* (p. EMA6). Optical Society of America.
- [40] Sarkadi, T., & Koppa, P. (2011). Measurement of the Jones matrix of liquid crystal displays using a common path interferometer. *Journal of Optics*, 13(3), 035404.
- [41] Li, C., Xia, M., Mu, Q., Jiang, B., Xuan, L., & Cao, Z. (2009). High-precision open-loop adaptive optics system based on LC-SLM. *Optics express*, 17(13), 10774-10781.
- [42] De La Cruz, A. R., Ferrer, A., Gawelda, W., Puerto, D., Sosa, M. G., Siegel, J., & Solis, J. (2009). Independent control of beam astigmatism and ellipticity using a SLM for fs-laser waveguide writing. *Optics express*, 17(23), 20853-20859.
- [43] Martín Badosa, E. (1998). Correlador óptico para el reconocimiento de objetos basado en las propiedades de modulación de los dispositivos de cristal líquido. *Universitat de Barcelona*.
- [44] Vijayakumar, A., & Bhattacharya, S. (2013). Characterization and correction of spherical aberration due to glass substrate in the design and fabrication of Fresnel zone lenses. *Applied optics*, 52(24), 5932-5940.
- [45] Pérez, G., Jorge, J., & Bernabéu Martínez, E. (1983). Determinación de parámetros de polarización en representación matricial: Contribución teórica y realización de un dispositivo automático.
- [46] Somayaji, M., Bhakta, V. R., & Christensen, M. P. (2012). Experimental evidence of the theoretical spatial frequency response of cubic phase mask wavefront coding imaging systems. *Optics express*, 20(2), 1878-1895.
- [47] Davis, J. A., Tsai, P. S., D’Nelly, K., & Moreno, I. S. (1999). Simple technique for determining the extraordinary axis direction for twisted-nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Optical Engineering*, 38(5), 929-933.

-
- [48] Porras, R., Vazquez-Montiel, S., & Castro, J. (2004, October). Wavefront coding technology in the optical design of astronomical instruments. In 5th Iberoamerican Meeting on Optics and 8th Latin American Meeting on Optics, Lasers, and Their Applications (Vol. 5622, pp. 796-801). International Society for Optics and Photonics.
- [49] Moreno, I., Iemmi, C., Campos, J., & Yzuel, M. J. (2006). Binary polarization pupil filter: Theoretical analysis and experimental realization with a liquid crystal display. *Optics communications*, 264(1), 63-69.
- [50] Sütö, A., & Lorincz, E. (2004). Optimisation of data density in Fourier holographic system using spatial filtering and sparse modulation coding. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 115(11-12), 541-546.
- [51] Carlesa, G., Muyo, G., Boscha, S., & Harvey, A. R. (2008, September). Implementation of a wavefront coded imaging system using a spatial light modulator. In *Proc. SPIE* (Vol. 7100, p. 71000X).
- [52] Leith, E. N., & Upatnieks, J. (1963). Wavefront reconstruction with continuous-tone objects. *JOSA*, 53(12), 1377-1381.
- [53] Leith, E. N., & Upatnieks, J. (1964). Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects. *Josa*, 54(11), 1295-1301.
- [54] Hong, D., Park, K., Cho, H., & Kim, M. (2007). Flexible depth-of-field imaging system using a spatial light modulator. *Applied optics*, 46(36), 8591-8599.
- [55] Moreno, I., Iemmi, C., Márquez, A., Campos, J., & Yzuel, M. J. (2004). Modulation light efficiency of diffractive lenses displayed in a restricted phase-mostly modulation display. *Applied optics*, 43(34), 6278-6284.
- [56] García-Márquez, J., López, V., González-Vega, A., & Noé, E. (2012). Flicker minimization in an LCoS spatial light modulator. *Optics express*, 20(8), 8431-8441.
- [57] Lizana, A., Moreno, I., Iemmi, C., Márquez, A., Campos, J., & Yzuel, M. J. (2008). Time-resolved Mueller matrix analysis of a liquid crystal on silicon display. *Applied optics*, 47(23), 4267-4274.