

U

P

T

**Implementación experimental de
la máscara de fase Jacobi-Fourier
para extender la profundidad de
campo**

por

Karina Ortega Sánchez

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

MAESTRO EN COMPUTACIÓN ÓPTICA

en la

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE
TULANCINGO**

Enero 2019

Tulancingo de Bravo, Hidalgo.

Supervisada por:

Dr. Alfonso Padilla Vivanco

Dra. Carina Toxqui Quitl

©UPT

El autor otorga a la UPT el permiso de reproducir y
distribuir copias en su totalidad o en partes de esta tesis.



Dedicatoria

A mi madre: Isabel, por ser mi cómplice, mi amiga, por ayudarme a crecer, por amarme, por tu trabajo y esfuerzo de todos estos años, pero sobre todo por nunca cortarme las alas.

A mi hermano: Luis Manuel, quien me acompaña en los buenos y malos momentos de mi vida.

A mi hijo: Franco Jamil, por su paciencia y soportar horas de ausencia, por entender a su corta edad, por llenarme de ánimo y fuerzas con su sonrisa.

Agradecimientos

A Dios, por darme la oportunidad de existir permitiendo iniciar y terminar con éxito una etapa más en mi vida.

Agradezco al Dr. Alfonso Padilla Vivanco, quien confió en mí desde el principio, por ser una fuente inagotable de ideas, por todas las explicaciones brindadas, por alabar y criticar el trabajo cuando fue necesario y hacerme pensar diferente.

Así también, agradezco a la Dra. Carina Toxqui Quitl, por toda la paciencia brindada, por enseñarme y nutrirme de ideas, por dejar siempre su puerta abierta para resolver mis dudas.

Al cuerpo académico de Óptica, el Dr. José Alberto Delgado Atencio, la Dra. Margarita Cunill Rodríguez, el Dr. César Joel Camacho Bello y el Dr. José Gabriel Ortega Mendoza, por todo lo aprendido, el tiempo y dedicación.

A mis Sinodales, el Dr. Alfonso Padilla Vivanco, la Dra. Carina Toxqui Quitl, el Dr. José Gabriel Ortega Mendoza y el Dr. José Humberto Arroyo Núñez, por sus enseñanzas, ideas y conocimientos compartidos.

Quisiera agradecer a mis compañeros en el camino y en el laboratorio, Laura Alvarado, Horlando Vargas, Benjamín Islas, Enrique González, Juan Miguel Olvera, Ricardo Calderón y Martín Hernández, por hacer el día a día más llevadero, por su ayuda y apoyo siempre que los necesité.

A mis amigos Erick Geovanny Morales y Rocío López, por escucharme, animarme, por nunca pedir nada a cambio, por todo su tiempo.

A mi familia, en especial a mi madre que me enseñó a no rendirme, por hacer más fáciles mis días, a mi hermano y mi cuñada, quienes forman parte de mis mejores amigos, a mi hijo y mis sobrinos quienes dan ese toque especial en mi vida y por hacer todo más sencillo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por facilitar la realización del presente trabajo de tesis a través de la beca otorgada. A la universidad Politécnica de Tulancingo por ser una institución formadora de grandes profesionales, por los conocimientos adquiridos dentro de ella en mi formación.

Resumen

En este trabajo se presenta una propuesta experimental para implementar un sistema de codificación del frente de onda (*WFC*, por sus siglas en inglés) en un objetivo de microscopio *Mitutoyo*® de $2x$. La técnica de *WFC* permite extender la profundidad de campo (*EDoF*) de un sistema formador de imágenes, haciendo uso de un elemento óptico llamado máscara de fase (*PM*) que se coloca en la pupila de salida del sistema. La función de punto extendido (*PSF*) resultante es casi invariante al desenfoque en un cierto rango axial. La imagen codificada presenta cierto grado de emborronamiento, que es procesada digitalmente con el fin de recuperar la información del objeto, es decir una imagen decodificada. Para la etapa de codificación, se utiliza una pantalla de cristal líquido (*LC*) Twisted-Nematic *Holoeye 2012* como modulador espacial de luz (*SLM*), para el despliegado de diferentes perfiles de las máscaras de fase (*PM*). Las *PM* Cúbica, *Trefoil* y un nuevo perfil propuesto en base a los polinomios de Jacobi-Fourier son analizadas bajo este esquema. La validación experimental para un sistema microscópico permitió observar que existe un compromiso entre *EDoF* y la calidad de la imagen decodificada, en términos de resolución, ruido y artefactos, para cada una de las máscaras analizadas.

Summary

In this paper an experimental proposal is presented to implement a wavefront coding system (*WFC*) in a *2x Mitutoyo*® microscope objective. The *WFC* technique allows to extend the depth of field (*EDoF*) of an image forming system, making use of an optical element called phase mask (*PM*) that is placed in the exit pupil of the system. The resulting extended point function (*PSF*) is almost invariant to blurring in a certain axial range. The encoded image has a certain degree of blurring, which is digitally processed in order to recover the information of the object, i.e. a decoded image. For the coding stage, a *Twisted – Nematic Holoeye 2012* liquid crystal display (*LC*) is used as a spatial light modulator (*SLM*), for the unfolding of different profiles of the *PM*. The cubic, Trefoil and a new profile proposed based on the Jacobi-Fourier polynomials are analyzed under this scheme. The experimental validation for a microscopic system allowed to observe that there is a compromise between *EDoF* and the quality of the decoded image, in terms of resolution, noise and artifacts, for each of the masks analyzed.

Prefacio

Algunos de los parámetros más importantes a considerar en un sistema óptico son la resolución espacial y la profundidad de campo (*DoF*), que están directamente relacionados con la apertura numérica (*NA*). Dependiendo del diámetro de la apertura, la energía que ingresa al sistema será mayor o menor. Los sistemas microscópicos presentan generalmente el problema de una *DoF* pequeña debido a que está determinada también por la amplificación del objetivo. En este tipo de sistemas, es esencial obtener imágenes con una *DoF* extendida sin disminuir la resolución, pues son utilizados para la inspección de muestras donde son de gran relevancia los pequeños detalles. Debido a que, el volumen de la muestra analizada es limitado, se dificulta la visualización y el proceso de análisis. Las imágenes digitales adquiridas por este sistema comúnmente tienen secciones enfocadas y desenfocadas dentro del mismo plano, este hecho se debe al grosor de la muestra. Normalmente, disminuir el tamaño de la *NA* permite ampliar la profundidad de campo del sistema, aunque esto presenta la desventaja de que la capacidad de resolución del sistema es reducida. La técnica de *WFC* se utiliza para *EDoF* en un sistema que hace uso de un objetivo de microscopio, de tal forma que se puede obtener una imagen enfocada en un rango axial más amplio. Por otra parte, el uso de un *SLM* permite una implementación flexible de la técnica de *WFC* a fin de probar distintos perfiles de *PM*. Lo anterior, facilita una validación de su desempeño y un mejor rendimiento del sistema óptico en general.

El trabajo de Tesis está estructurado de la siguiente manera: El Capítulo 1, aborda una introducción general y antecedentes en la técnica de *WFC*. Igualmente se presenta la justificación, objetivos, aportaciones, productos derivados de este trabajo de tesis.

En el Capítulo 2 se presentan los conceptos fundamentales necesarios para entender los planteamientos y resultados que se presentan en el resto de los capítulos. El análisis de dos de los perfiles de las *PM* que se manejan con mayor frecuencia en la literatura y el proceso para el diseño de un nuevo perfil en base a los polinomios de Jacobi-Fourier se presentan en el Capítulo 3. El Capítulo 4 muestra el diseño del arreglo experimental para la implementación de la técnica de WFC para un objetivo de microscopio. Los resultados y análisis experimental son presentados en el Capítulo 5. Por último, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones generales de este trabajo de tesis.

Índice

Resumen	III
Summary	IV
Prefacio	V
Capítulo 1 ANTECEDENTES GENERALES.....	14
1.1 Introducción.....	14
1.2 Justificación	16
1.3 Estado del arte	17
1.4 Objetivos de la tesis	22
1.5 Productos derivados de la tesis	23
1.6 Referencias.....	24
Capítulo 2 REVISIÓN TEÓRICA.....	26
2.1 Diafragmas.....	27
2.2 Profundidad de campo/foco.....	29
2.3 Sistemas formadores de imágenes	30
2.3.1 Función de punto extendido (<i>PSF</i>)	31
2.3.2 Función de Transferencia Óptica (<i>OTF</i>)	33
2.3.3 Función de Transferencia de Modulación (<i>MTF</i>)	34
2.4 Aberraciones.....	37
2.5 Sistema clásico codificador de frente de onda	41
2.6 Referencias.....	44
Capítulo 3 MÁSCARAS DE FASE CÚBICA, TREFOIL Y JACOBI-FOURIER	46

3.1	Cúbica.....	47
3.2	Trefoil.....	50
3.3	Jacobi-Fourier	52
3.3.1	Polinomios de Jacobi-Fourier	52
3.3.2	Máscara de fase en base a los polinomios de Jacobi-Fourier	54
3.4	Referencias.....	62
Capítulo 4 SISTEMA MICROSCÓPICO CON CODIFICACIÓN DEL FRENT		
ONDA		63
4.1	Interferómetro Mach-Zehnder	64
4.2	Modulador espacial de luz (SLM).....	64
4.3	Arreglo experimental de sistema de WFC	67
4.4	Referencias.....	73
Capítulo 5 RESULTADOS EXPERIMENTALES		74
5.1	Sistema microscópico 2x sin placa de fase.....	74
5.2	Sistema microscópico 2x con <i>PM</i>	77
5.3	Análisis de los resultados experimentales	97
5.3	Referencias.....	98
Capítulo 6 CONCLUSIONES		99
Apéndice A Objetivos de Microscopio.....		101
Apéndice B Caracterización de la pantalla de cristal líquido		103
Apéndice C Análisis experimental de la <i>PM</i> Jacobi-Fourier con perfil similar a la <i>PM</i>		
Trefoil.....		107

Índice de Figuras:

Fig. 1.1 Esquema de la técnica de Codificación de frente de onda.	15
Fig. 1.2 a) Imagen de sistema tradicional y b) imagen filtrada con incremento en la profundidad de campo.	17
Fig. 1.3 Interferómetro de Michelson con espejos plegables.....	18
Fig. 1.4 Función de ambigüedad de una apertura rectangular.	19
Fig. 1.5 Imágenes de fondo de ojo en alta resolución, a) Imagen degradada con una <i>PM</i> de manera experimental b) Imagen experimental restaurada mediante un filtro c) Imagen degradada en simulación d) Imagen de simulación restaurada con utilizando un filtro	20
Fig. 1.6 Arreglo experimental de la técnica de Codificación de frente de onda aplicada en microscopia.	21
Fig. 1.7 Arreglo experimental de la técnica de Codificación del frente de onda haciendo uso de un <i>SLM</i>	21
Fig. 2.1 Pupila de entrada en un sistema óptico.....	28
Fig. 2.2 Pupila de salida en un sistema óptico	28
Fig. 2.3 Esquema representativo de la profundidad de campo y profundidad de foco.....	29
Fig. 2.4 Distribución de Airy	32
Fig. 2.5 PSF de un sistema óptico libre de aberraciones (Disco de Airy)	32
Fig. 2.6 Sistema formador de imágenes.....	33
Fig. 2.7 Curva de MTF. Frecuencias que el sistema puede resolver para valores de 0.5 y 0.05 de contraste.....	35
Fig. 2.8 a) Sistema óptico capaz de resolver mayor frecuencia espacial b) Sistema óptico con un solo tono de gris para una frecuencia espacial mayor.....	36
Fig. 2.9 Imágenes adquiridas con sistemas ópticos diferentes.....	36
Fig. 2.10 Definición gráfica de aberración de onda.....	37
Fig. 2.11 Polinomios de Zernike, ordenados verticalmente por grado radial y horizontalmente por grado azimutal.....	41
Fig. 2.12 Sistema óptico de <i>WFC</i>	43

Fig. 3.1 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase cúbica	48
Fig. 3.2 MTF's de la placa de fase cúbica normalizada para valores de desenfoque de 0-5 lambdas	48
Fig. 3.3 MTF's de un sistema convencional para valores de desenfoque de 0-5 lambdas	49
Fig. 3.4 PSF numérica que corresponde a la PM cúbica	49
Fig. 3.5 MTF's utilizando la <i>PM</i> Trefoil con valores de desenfoque de 0-5 lambdas	51
Fig. 3.6 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase Trefoil	51
Fig. 3.7 <i>PSF</i> correspondiente a la máscara de fase Trefoil	52
Fig. 3.8 Sobreposición de curvas de los perfiles de las <i>PM</i> cúbica y Jacobi-Fourier.	55
Fig. 3.9 Áreas bajo la curva del perfil central de las <i>PM</i> cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 0 - 20$).....	55
Fig. 3.10 Áreas bajo la curva del perfil central superior e inferior de las <i>PM</i> cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 6 - 8$)	57
Fig. 3.11 Diferencia de áreas bajo la curva del perfil central superior (izquierda) e inferior (derecha) entre las <i>PM</i> cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 6 - 8$).....	58
Fig. 3.12 Similitud de las curvas centrales en las <i>PM</i> Jacobi-Fourier con valores de 6.8 vs la <i>PM</i> cúbica	58
Fig. 3.13 Similitud de las curvas centrales en las <i>PM</i> Jacobi-Fourier con valores de 7.2 vs la <i>PM</i> cúbica	59
Fig. 3.14 Similitud de las curvas centrales en las <i>PM</i> Jacobi-Fourier con valores de 7 vs la <i>PM</i> cúbica	59
Fig. 3.15 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase Jacobi-Fourier	61
Fig. 3.16 MTF's de la placa de fase Jacobi-Fourier normalizada para valores de desenfoque de 0-5 lambdas	61
Fig. 4.1 Representación gráfica del interferómetro Mach-Zehnder.....	64
Fig. 4.2 Modulador Espacial <i>Holoeye LC - 2012</i> y tabla de especificaciones	65
Fig. 4.3 Interferograma correspondiente a la <i>PM</i> Trefoil.....	66

Fig. 4.4 Interferograma correspondiente a la <i>PM</i> Cúbica.....	66
Fig. 4.5 Interferograma correspondiente a la <i>PM</i> Jacobi-Fourier.....	67
Fig. 4.6 Esquema del arreglo experimental <i>WFC</i>	68
Fig. 4.7 Arreglo experimental iluminación Köhler.....	70
Fig. 4.8 Tarjeta de resolución USAF 1951	70
Fig. 4.9 Arreglo experimental <i>WFC</i>	72
Fig. 5.1 Proyección del perfil de la <i>PM</i> Cúbica en el <i>SLM</i>	77
Fig. 5.2 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la <i>PM</i> cúbica....	78
Fig. 5.3 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la <i>PM</i> Trefoil ...	79
Fig. 5.4 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la <i>PM</i> Jacobi- Fourier.....	79
Fig. 5.5 Variación de la PSF experimental de la <i>PM</i> Cúbica al cambiar los valores de $\alpha = 5,10,15$ y 20	80
Fig. A1.1 Especificaciones de los objetivos de microscopio.....	101
Fig. B1.1 Desplazamiento de franjas producido por los diferentes niveles de gris.....	103
Fig. B1.2 Ejemplos de patrones de niveles de gris que producen un desplazamiento de franjas	104
Fig. B1.3 Desplazamiento de franjas al utilizar el <i>SLM</i>	105
Fig. B1.4 Modulación de fase en relación con los diferentes niveles de gris	106
Fig. C1.1 a) Mapa de contornos y b) superficie 3D correspondiente a la <i>PM</i> Jacobi-Fourier	107
Fig. C1.2 a) Imagen decodificada usando la <i>PM</i> Jacobi-Fourier y b) imagen decodificada usando la <i>PM</i> Trefoil para un valor de $\Delta Z = -0.5$	117
Fig. C1.3 a) Imagen decodificada usando la <i>PM</i> Jacobi-Fourier y b) imagen decodificada usando la <i>PM</i> Trefoil para un valor de $\Delta Z = 1$	118

Índice de Tablas:

Tabla 2.1 Aberraciones primarias de Seidel	37
Tabla 2.2 Polinomios de Zernike para representar aberraciones	39
Tabla 3.1 Comparación de perfiles de la PM cúbica y Jacobi-Fourier ($p = q = 1, 2, 3, 4, 9, 12$).	55
Tabla 5.1 Imágenes formadas por un sistema convencional en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	74
Tabla 5.2 Imágenes formadas por un sistema microscópico de <i>WFC</i> usando la PM cúbica en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	80
Tabla 5.3 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$ en el caso de la PM cúbica	83
Tabla 5.4 Imágenes formadas por un sistema microscópico de <i>WFC</i> usando la PM trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	86
Tabla 5.5 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$ en el caso de la PM Trefoil	88
Tabla 5.6 Imágenes formadas por un sistema microscópico de <i>WFC</i> usando la PM Jacobi-Fourier en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	91
Tabla 5.7 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$ en el caso de la PM Jacobi -Fourier	93
Tabla C1.1 Imágenes codificadas por un sistema de <i>WFC</i> usando la PM Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$.	106
Tabla C1.2 Imágenes decodificadas de un sistema de <i>WFC</i> usando la PM Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	107
Tabla C1.3 Imágenes codificadas por un sistema de <i>WFC</i> usando la PM Jacobi-Fourier con perfil similar a la PM Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$	109

Tabla C1.4 Imágenes decodificadas por un sistema de *WFC* usando la *PM* Jacobi-Fourier con perfil similar a la *PM* Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$ 111

ANTECEDENTES GENERALES

Capítulo

1

1.1 Introducción

La profundidad de campo (DoF) es el rango de distancia en el plano objeto donde los objetos en la escena aparecen enfocados [1]. A través del tiempo se han utilizado diferentes métodos para ampliar la DoF : como el uso de apodizadores [2], espejos deformables [3] y la fusión de imágenes [4]. El primer método para $EDoF$, reduce el diámetro de apertura del diafragma. Sin embargo, también se reduce la cantidad de luz con la que forma la imagen y con ello, la resolución espacial del sistema [2]. Incrementar la DoF manteniendo alta resolución espacial ha sido un tema ampliamente investigado [5,6]. Los métodos usados para extender la DoF sacrificando la cantidad de luz, se fueron orientando a la modificación de la fase. Se incrementó la búsqueda de propuestas hasta considerar la posibilidad de combinar la óptica con procesamiento digital de imágenes [7].

En la década de los noventa se presentó un trabajo para ampliar la DoF de un sistema óptico formador de imágenes mediante la modificación de la fase. La técnica tiene implícitos dos procesos, el primero es adquirir una imagen digital a la cual se le llama codificada o intermedia; y un segundo paso, donde se realiza la restauración de la imagen codificada usando un filtro de deconvolución, con la finalidad de obtener imágenes de alta resolución. Esta técnica es conocida como Wavefront Coding (WFC) [8]. En la Figura 1.1 se presenta el esquema general de esta técnica.

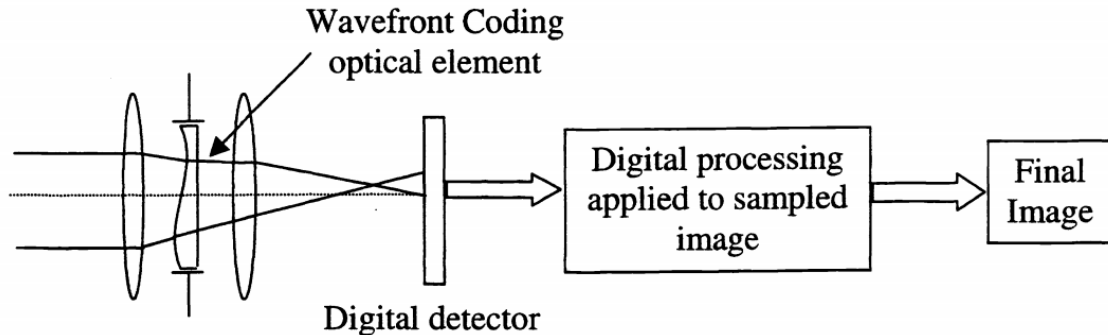


Fig. 1.1 Esquema de la técnica de Codificación de frente de onda [7].

La técnica presentó resultados de diferentes aplicaciones como en reconocimiento de personas mediante análisis biométrico del iris donde la cooperación del usuario no es requerida [9], control de desenfoque en imágenes infrarrojas [10]. Su aporte permitió también controlar las aberraciones relacionadas con el desenfoque [11]. Estas aberraciones van desde la curvatura de campo hasta el desenfoque.

El corregir estas aberraciones ofrece la posibilidad de mejorar la calidad de imagen. En la técnica de *WFC* se inserta la *PM* en el plano de la pupila de salida del sistema. Lo que genera una *PSF* invariante al desenfoque en un rango axial. Mientras que la función de transferencia óptica (*OTF*), no contenga ceros es posible recuperar la información por medio de procesamiento digital aplicado a la imagen intermedia. Generalmente las *PM* son construidas en materiales transparentes utilizando técnicas ópticas. Sin embargo, para una implementación flexible se hace uso de un *SLM* [12]. Para el uso del *SLM* como máscara de fase, se proyecta una imagen en escala de grises en el arreglo experimental, de manera que, el frente de onda se modifique.

1.2 Justificación

Cuando se requiere examinar una muestra utilizando un microscopio, frecuentemente el objeto bajo observación tiene un espesor d mayor que la DoF . Debido a esto, no es posible adquirir una imagen enfocada en los diferentes planos axiales. Reducir la apertura en el microscopio ofrece la posibilidad de ampliar la DoF a costa de disminuir la resolución espacial. Algunos microscopios han sido diseñados para resolver este problema construyendo imágenes 3D al capturar en secciones ópticas, pero esto implica un alto costo computacional [13]. *WFC* ofrece la posibilidad de incrementar la DoF en una sola imagen sin reducir la apertura, además de compensar otras aberraciones relacionadas con el desenfoque.

En la literatura, existen investigaciones como las de Yu et al. [14], donde se reportan sistemas *WFC* aplicados en microscopia para *EDoF*. Ellos se hace uso de la *PM* cúbica con la que se logra extender la *DOF* en un rango de distancia de 0.141mm a 0.193 mm para un objetivo de 40x. Ferran et al. [15], muestran una implementación de un sistema *WFC* usando una *SML – LC* donde la *PM* es el perfil cúbico con un término de aberración esférica. González et al. [16], determinan una familia de *PM* basadas en polinomios de Jacobi Fourier para un sistema de *WFC* que permite generar imágenes de alta resolución, libre de artefactos y robusta al ruido.

En este proyecto de Tesis se implementó un sistema formador de imágenes usando un objetivo de microscopio 2x con una placa codificadora del frente de onda. Para desplegar de forma variable diferentes perfiles de *PMS* se usó un *SLM – LC* 2012 en la pupila de salida. Se evaluó el desempeño de las *PM* Cúbica, *PM* Trebol y *Jacobi – Fourier* para *EDoF* y disminuir artefactos. La etapa de decodificado se llevó a cabo usando un filtro de deconvolución diseñado a partir de la *PSF* del sistema.

1.3 Estado del arte

La finalidad de *EDoF* en un sistema óptico formador de imágenes, radica en ampliar la distancia longitudinal entre el plano más cercano y el más lejano, en el que el sistema está enfocando. La búsqueda de técnicas para *EDoF* planteó la posibilidad de combinar la óptica con métodos de procesamiento digital para lograrlo.

Desde la década de los setenta, se proponen métodos para incrementar la profundidad de campo. Häusler [17], plantea un método que consiste en dos pasos. El primero trata de producir una imagen que es integrada por diferentes secciones ópticas, de modo que, se cambia el plano de enfoque suavemente, manteniendo el diafragma abierto. En el segundo paso, se realiza un proceso de filtrado a manera de obtener una imagen con un aumento en la profundidad de foco/campo, sus resultados se muestran en la Figura 1.2.

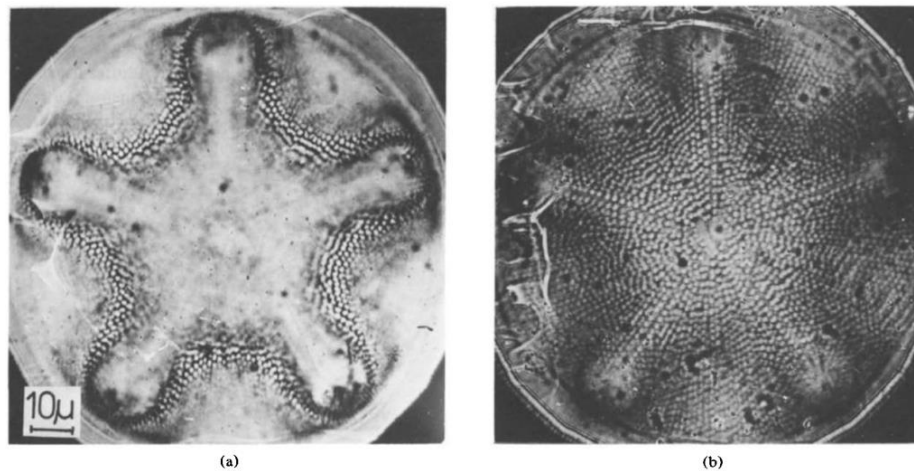


Fig. 1.2 a) Imagen de sistema tradicional y b) imagen filtrada con incremento en la profundidad de campo [17].

Este método podía ser implementado de manera sencilla, sin embargo, el variar suavemente el enfoque es una tarea que requiere mucho tiempo. Aún con ayuda de un

dispositivo de desplazamiento mecánico dentro del sistema óptico, no era posible la adquisición rápida de imágenes.

Potuluri et al. [18] propusieron el uso de un microscopio al que se le sustituyó el ocular por un interferómetro de Michelson con espejos plegables como se muestra en la Figura 1.3, utilizado comúnmente para el cálculo del índice y del gradiente de refracción y pruebas de colimación. El propósito de esta técnica es hacer coincidir la apertura de la fuente con la apertura del interferómetro. No obstante, presenta una rápida caída en el contraste de la imagen.

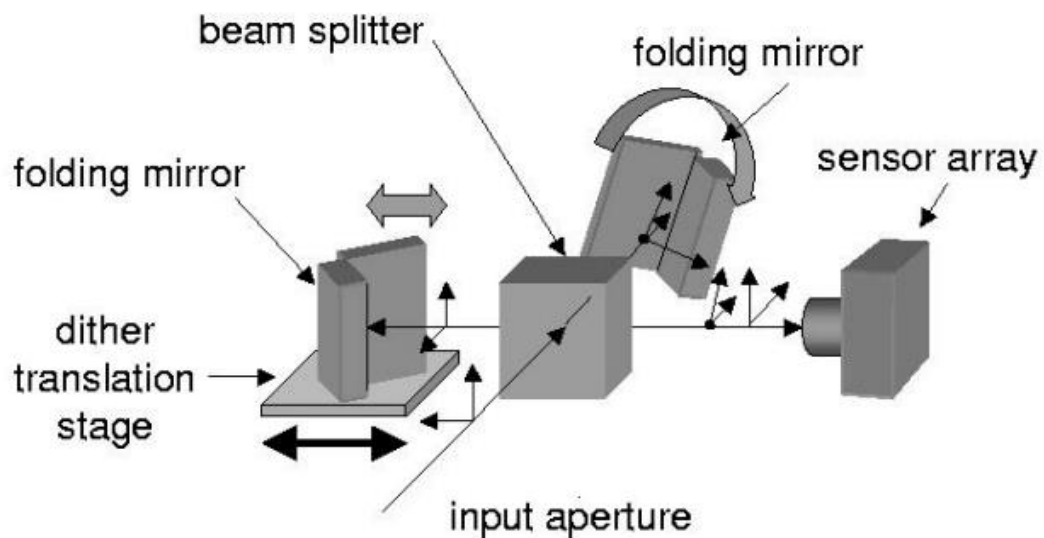


Fig. 1.3 Interferómetro de Michelson con espejos plegables [18].

En la década de los ochentas, se utilizó una función de ambigüedad como métrica de calidad en los sistemas de formación de imágenes para el estudio de la *DoF*. Es una herramienta analítica que permite analizar y diseñar la OTF para todos los valores de desenfoque al mismo tiempo, su representación se muestra en la Figura 1.4.

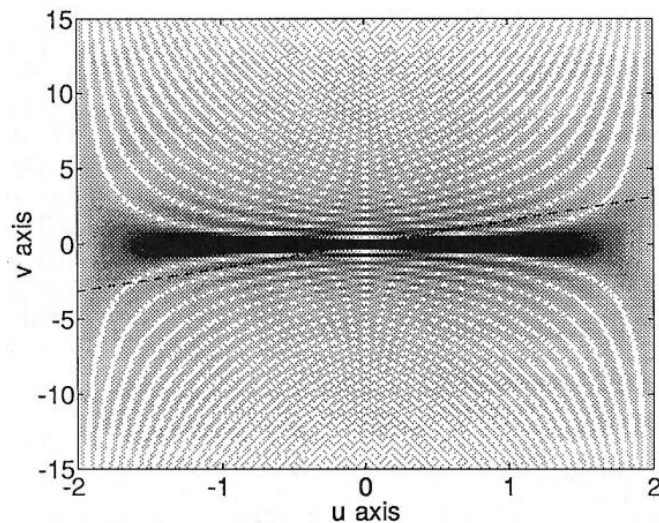


Fig. 1.4 Función de ambigüedad de una apertura rectangular [8]

El gran interés al utilizar la función de ambigüedad, era lograr cierta tolerancia al desenfoque [19]. A partir de esta idea, se establecieron ciertas condiciones para determinar un criterio que permitiera el diseño de una máscara de fase. Además, se optó por utilizar el procesamiento digital de la imagen en combinación con la óptica. Tal diseño opto-electrónico en mente permite capacidades adicionales que no son posibles con un sistema puramente óptico. El criterio establecido, consistía en generar una máscara de fase, con una *MTF* libre de ceros sobre el máximo rango posible, para posteriormente realizar un procesamiento digital y recuperar la información del objeto. Con esta ideología, en la década de los noventa mediante un análisis basado en la función de ambigüedad se logró diseñar la *PM* que cumpliera con dicho criterio [8]. Es entonces cuando surge la técnica de *WFC* como sistema híbrido, con el propósito de generar imágenes cercanas a las limitadas por difracción. Utilizando este elemento óptico capaz de modificar la fase del sistema para producir una función de punto extendido (*PSF*) y una función de transferencia de modulación (*MTF*) invariantes al desenfoque. Teniendo como consecuencia, una degradación considerable en la imagen. Esta degradación puede ser corregida mediante un procesamiento digital de imágenes.

Antecedentes Generales

Con el objetivo de mejorar el desempeño de la máscara propuesta, a través del tiempo se han definido diferentes *PM* basadas en funciones. A pesar de que existen bastantes diseños, dos *PM* que presentan mejores resultados son la cúbica [20] y Trefoil [21,22]. Arines et al. [23], han usado esta última en un sistema híbrido para capturar imágenes de fondo de ojo y compensar las aberraciones como se muestra en la Figura 1.5.

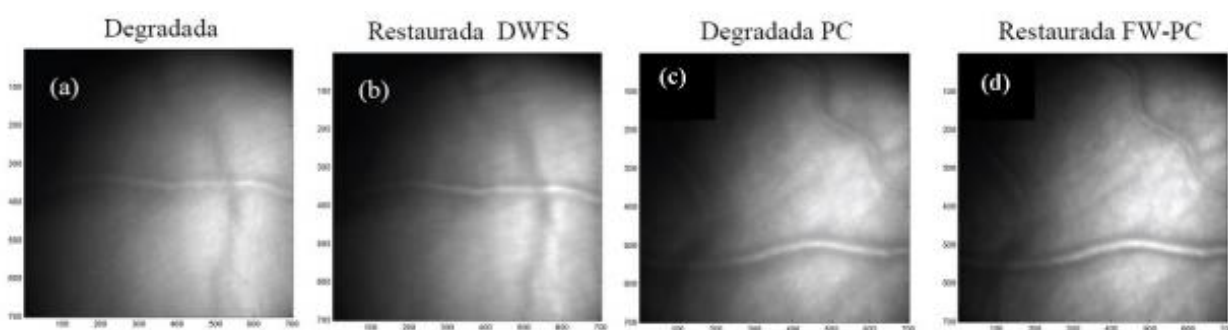


Fig. 1.5 Imágenes de fondo de ojo en alta resolución, a) Imagen degradada con una *PM* de manera experimental b) Imagen experimental restaurada mediante un filtro c) Imagen degradada en simulación d) Imagen de simulación restaurada con utilizando un filtro [23].

Recientemente se ha planteado el uso de los polinomios de Jacobi-Fourier en el diseño de perfiles y nuevas propuestas de *PM* [16]. Una vez que se utiliza la máscara de fase en el sistema óptico, se puede diseñar un filtro inverso digital apropiado mediante la *PSF* numérica o experimental.

A partir del surgimiento de la técnica, distintos autores han demostrado su utilidad, además de corregir y compensar aberraciones [24]. De manera análoga ha sido utilizada en el campo de la Astronomía [25], para facilitar la alineación de los dispositivos ópticos, en los que se tiene poca tolerancia al desenfoque. En áreas como la microscopía [26] ofrece la posibilidad de no reducir el tamaño de la apertura. En este tipo de sistemas el plano de enfoque es reducido pues se requieren imágenes con alta resolución.

Antecedentes Generales

Yu et al. [14], proponen un diseño para un objetivo de microscopio con *WFC* basado en un sistema $4f$. La máscara de fase cúbica empleada es la denominada *CPM*. En la Figura 1.6 se muestra un ejemplo de su implementación.

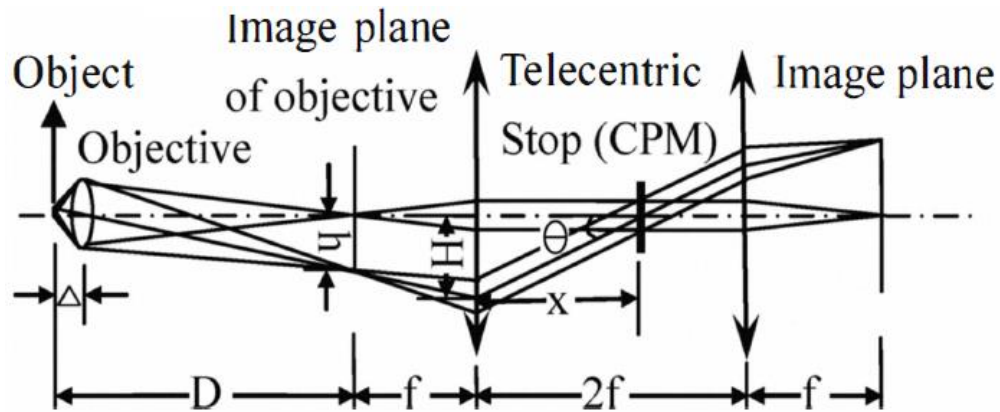


Fig. 1.6 Arreglo experimental de la técnica de Codificación de frente de onda aplicada en microscopía [14].

En años recientes, se han propuesto sistemas de *WFC* utilizando *SLM* [27], ofreciendo la posibilidad de una implementación flexible, puesto que se pueden cambiar los diferentes perfiles de máscaras, fuerza y diámetro. Ferran et al. [15], implementaron un arreglo incluyendo un *SLM*. El esquema propuesto se muestra en la Figura 1.7.

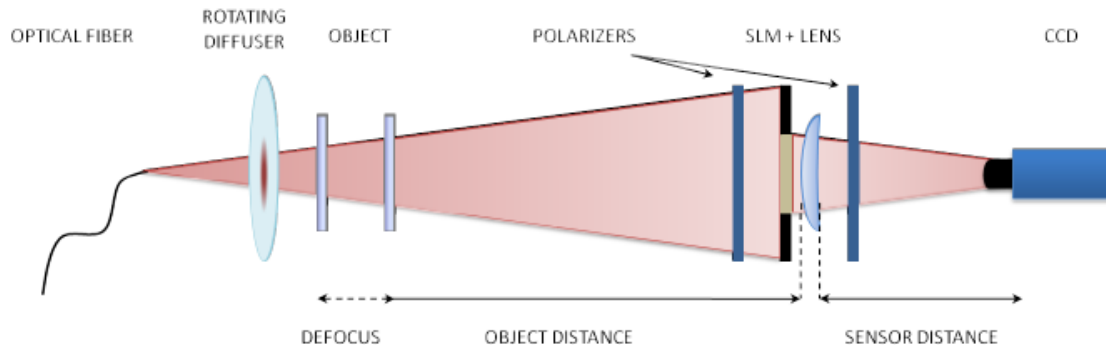


Fig. 1.7 Arreglo experimental de la técnica de Codificación del frente de onda haciendo uso de un *SLM* [15].

1.4 Objetivos de la tesis

Objetivo General

Implementar experimentalmente la técnica de *WFC* usando un modulador espacial de luz para *EDoF* en un sistema que utiliza un objetivo de microscopio. Mediante este sistema, evaluar el funcionamiento de un nuevo perfil de *PM* basado en los polinomios de Jacobi-Fourier. Finalmente, realizar un análisis comparativo del rendimiento entre dos *PM* clásicas reportadas en la literatura y el nuevo perfil propuesto.

Objetivos Particulares

- Ajustar al perfil de la máscara de fase cúbica los polinomios de Jacobi-Fourier mediante el criterio del área bajo la curva.
- Caracterizar el *SML – LC* en términos de niveles de gris contra desplazamiento de fase para su implementación en un sistema de *WFC*.
- Desplegar las *PM* Cúbica y Trefoil en el *SLM – LC* para la etapa de codificación del frente de onda.
- Generar las *PSF's* experimentales y compararlas con las *PSF's* numéricas generadas mediante la expresión analítica de las máscaras.
- Implementar el arreglo experimental de *WFC* para un objetivo de microscopio Mitutoyo 2x.
- Desarrollar un algoritmo que permita la recuperación de las imágenes codificadas en Matlab®.
- Analizar las imágenes decodificadas para cada perfil de *PM* a fin de evaluar su rendimiento en términos de resolución espacial y axial; robustez al ruido y presencia de artefactos.

1.5 Productos derivados de la tesis

1. Sánchez, K. O., Toxqui-Quitl, C., & Padilla-Vivanco, A. (2018). "Implementation of a Wavefront coded microscope by the use of a spatial light modulator," Proc. of SPIE, Current Developments in Lens Design and Optical Engineering XIX, **10745**, 1074516. doi.org/10.1117/12.2321991
2. Ortega-Sánchez, K., Padilla-Vivanco, A., & Toxqui-Quitl, C. (2017). "Máscaras de fase para sistemas codificadores de frente de onda," 10mo. Congreso de Investigación Internacional, Universidad Politécnica de Tulancingo.

1.6 Referencias

- [1] Mouroulis, P., & Macdonald, J. (1997). Geometrical optics and optical design. Oxford Series in Optical & Ima. New York, United States.
- [2] Ojeda-Castañeda, J., Ramos, R., & Noyola-Isgleas, A. (1988). "High focal depth apodization and digital restoration," *Applied optics*, **27**(12), 2583-2586.
- [3] Agbana, T. E., Soloviev, O., Bezzubik, V., Patlan, V., Verhaegen, M., & Vdovin, G. (2015). "Wavefront coding with adaptive optics," *Proc. Of SPIE, Adaptive Optics and Wavefront Control for Biological Systems* (**9335**, 93350Q). International Society for Optics and Photonics.
- [4] Hurtado-Pérez, R., Toxqui-Quitl, C., Padilla-Vivanco, A., Aguilar-Valdez, J. F., & Ortega-Mendoza, G. (2018). "Focus measure method based on the modulus of the gradient of the color planes for digital microscopy," *Optical Engineering*, **57**(2), 023106.
- [5] Welford, W. T. (1960). "Use of annular apertures to increase focal depth," *JOSA*, **50**(8), 749-753.
- [6] Mino, M., & Okano, Y. (1971). "Improvement in the OTF of a defocused optical system through the use of shaded apertures," *Applied Optics*, **10**(10), 2219-2225.
- [7] Dowski, E. R., & Johnson, G. E. (1999). "Wavefront coding: a modern method of achieving high-performance and/or low-cost imaging systems," *Proc. Of SPIE, Current Developments in Optical Design and Optical Engineering VIII* (**3779**, 137-146). International Society for Optics and Photonics.
- [8] Dowski, E. R., & Cathey, W. T. (1995). "Extended depth of field through wave-front coding," *Applied optics*, **34**(11), 1859-1866.
- [9] Smith, K. N., Pauca, V. P., Ross, A., Torgersen, T., & King, M. C. (2007). "Extended evaluation of simulated wavefront coding technology in iris recognition," *IEEE International Conference on Biometrics: Theory, Applications, and Systems*, 1-7.
- [10] Muyo, G. D., & Harvey, A. R. (2004). "Wavefront coding for athermalization of infrared imaging systems," *Electro-optical and infrared systems: technology and applications* (**5612** 227-236).
- [11] Cathey, W. T., & Dowski, E. R. (2002). "New paradigm for imaging systems," *Proc. Of SPIE Applied optics*, **41**(29), 6080-6092.
- [12] Hong, D., Park, K., Cho, H., & Kim, M. (2007). "Flexible depth-of-field imaging system using a spatial light modulator," *Applied optics*, **46**(36), 8591-8599.
- [13] Carlsson, K., & Åslund, N. (1987). "Confocal imaging for 3-D digital microscopy," *Applied Optics*, **26**(16), 3232-3238.

Antecedentes Generales

- [14] Zhao, T., & Yu, F. (2010). "Design of wavefront coding microscope objective based on 4f system," *IEEE International Conference on Optics Photonics and Energy Engineering (OPEE)*, 2010 (1, 76-79).
- [15] Ferran, C., Bosch, S., & Carnicer, A. (2012). "Design of optical systems with extended depth of field: an educational approach to wavefront coding techniques," *IEEE Transactions on Education*, 55(2), 271-278.
- [16] González Amador. (2017). Múltiples placas de fase bajo la base de polinomios Jacobi-Fourier para extender la profundidad de campo de un sistema óptico digital. Tesis de Maestría. Universidad Politécnica de Tulancingo.
- [17] Häusler, G. (1972). "A method to increase the depth of focus by two step image processing," *Optics Communications*, 6(1), 38-42.
- [18] Potuluri, P., Fetterman, M. R., & Brady, D. J. (2001). "High depth of field microscopic imaging using an interferometric camera," *Optics express*, 8(11), 624-630.
- [19] Bartelt, H., Ojeda-Castañeda, J., & Sicre, E. E. (1984). "Misfocus tolerance seen by simple inspection of the ambiguity function," *Applied optics*, 23(16), 2693-2696.
- [20] Bradburn, S., Cathey, W. T., & Dowski, E. R. (1997). "Realizations of focus invariance in optical-digital systems with wave-front coding," *Applied optics*, 36(35), 9157-9166.
- [21] Prasad, S., Torgersen, T. C., Pauca, V. P., Plemmons, R. J., & van der Gracht, J. (2003). "Engineering the pupil phase to improve image quality," *Proc. Of SPIE Visual Information Processing XII* (5108, 1-13).
- [22] Acosta, E. (2011). "Adaptive phase plates for optical encoding systems invariant to second-order aberrations," *Optics Communications*, 284(16-17), 3862-3866.
- [23] Arines, J. (2008). "Imagen de alta resolución del fondo de ojo por deconvolución tras compensación parcial," *Óptica pura y aplicada*, 41(4), 349-357.
- [24] Olvera-Angeles, M., Padilla-Vivanco, A., Sasian, J., Schwiegerling, J., Arines, J., & Acosta, E. (2018). "Effect of spherical aberration in trefoil phase plates on color wavefront coding," *Japanese Journal of Applied Physics*, 57(8S2), 08PF05.
- [25] Kubala, K. S., Dowski, E., Kobus, J., & Brown, R. (2004, October). "Design and optimization of aberration and error invariant space telescope systems," *Novel Optical Systems Design and Optimization VII* (5524, pp. 54-66). *International Society for Optics and Photonics*.
- [26] Zhao, T., & Yu, F. (2010). "Design of wavefront coding microscope objective based on 4f system," *IEEE International Conference on Optics Photonics and Energy Engineering (OPEE)*, (1, 76-79).
- [27] Carles, G., Muyo, G., Bosch, S., & Harvey, A. R. (2010). "Use of a spatial light modulator as an adaptable phase mask for wavefront coding," *Journal of Modern Optics*, 57(10), 893-900.

REVISIÓN TEÓRICA

Capítulo

2

En el presente capítulo se introducen los conceptos importantes para un sistema óptico formador de imágenes. El sistema puede ser analizado mediante funciones características que permiten evaluar su desempeño y calidad. Algunas de esas funciones son la de punto extendido (*PSF*), la función de transferencia óptica (*OTF*) y la función de transferencia de modulación (*MTF*). Además, se revisan conceptos afines a las aberraciones y su relación con los polinomios de Zernike. Por último, se presenta el análisis matemático para implementar la técnica de *WFC*.

2.1 Diafragmas

Se denomina diafragma al elemento físico que limita la cantidad de rayos que ingresa al sistema, únicamente permite el paso de los rayos mediante un diámetro libre para formar la imagen [1]. Dentro del sistema óptico al elemento que determina la cantidad de rayos que llegan a la imagen se le llama diafragma de apertura (DA). Por otra parte, el elemento que determina el campo de visión mediante el límite del tamaño o la extensión del objeto se conoce como diafragma de campo (DF).

Para un sistema con planos conjugados finitos, utilizando un objetivo de microscopio, la apertura numérica (NA) es útil para describir la cantidad de luz que es captada y se puede determinar mediante,

$$NA = n_i \text{sen} \theta_{max} \quad (2.1)$$

donde n_i es el índice de refracción del medio de inmersión, θ_{max} la mitad ángulo formado por el cono de luz máximo.

Un sistema formador de imágenes puede ser modelado mediante sus pupilas. Las pupilas son imágenes virtuales que indican el diámetro para recolectar la luz del objeto (pupila de entrada) y el diámetro mediante el cual la luz sale para formar la imagen (pupila de salida).

La pupila de entrada (E_nP) ilustrada en la Fig. 2.1, es la imagen geométrica del diafragma de apertura visto desde un punto sobre el eje óptico en el plano del objeto. De la misma manera, la pupila de salida (E_xP) que se muestra en la Fig. 2.2, es la imagen del diafragma, pero visto desde el plano imagen [1].

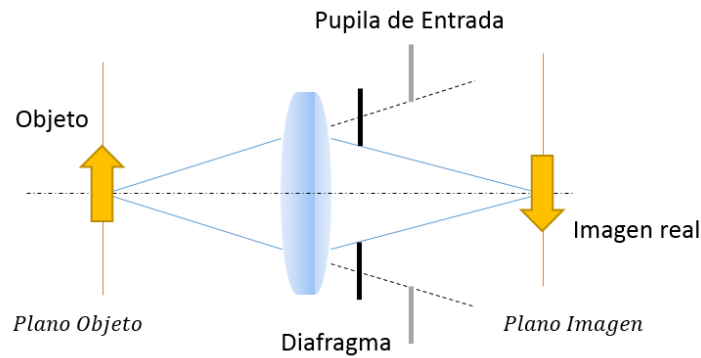


Fig. 2.1 Pupila de entrada en un sistema óptico.

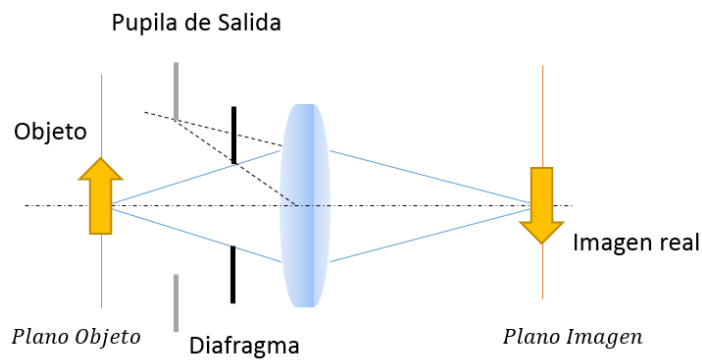


Fig. 2.2 Pupila de salida en un sistema óptico.

Un parámetro importante implícito en la cantidad de luz recolectada, las aberraciones y otras características del sistema, es el número f ($f/\#$), que se puede calcular mediante la expresión,

$$f/\# = \frac{f}{D} \quad (2.2)$$

donde f es la longitud focal y D es el diámetro de la pupila del diafragma.

2.2 Profundidad de campo/foco

La DoF o profundidad de foco es una característica de un sistema óptico, que corresponde al rango espacial en el que el sistema permite obtener una imagen de forma enfocada, es decir, la distancia existente entre el primer y el último plano nítido de una imagen [2]. Ambos términos son usados para definir la resolución axial. Profundidad de campo, se refiere al espesor del objeto que se encuentra enfocado en la imagen, mientras que, profundidad de foco corresponde al espesor en el plano imagen [3] como se muestra en la Figura 2.3. En la misma figura, se denota a n , z_o , z_i , Δz y $\Delta z'$ como: índice de refracción, distancia objeto, distancia imagen, rango axial para la profundidad de campo y rango axial para la profundidad de foco.

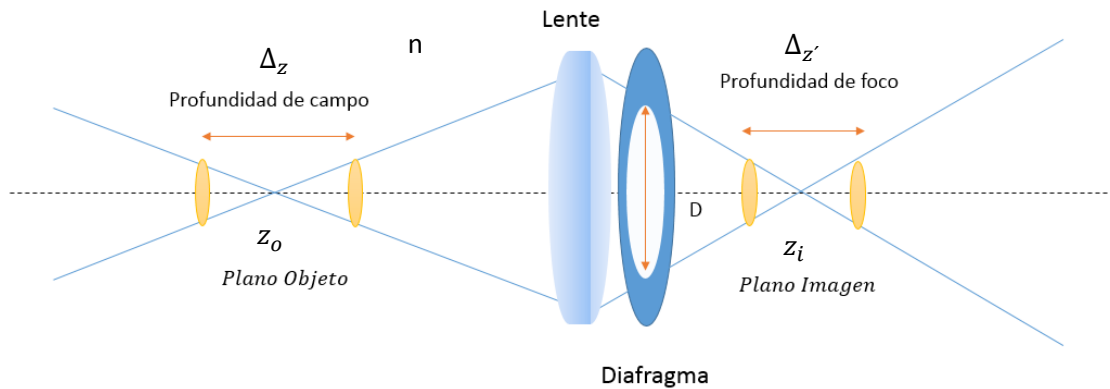


Fig. 2.3 Esquema representativo de la profundidad de campo y profundidad de foco.

En un sistema óptico, una DoF grande es deseable para fotografía, microscopía y meteorología, entre otras aplicaciones. Utilizando criterios diferentes para determinar el punto en el que la imagen se torna borrosa, varios autores han propuesto diferentes fórmulas para calcular la profundidad de campo. La DoF está dada por la suma de las

profundidades geométrica y física. De esta manera, la profundidad total se puede calcular mediante la Ec. 2.3 [4],

$$DoF = \frac{\lambda.n}{NA^2} + \frac{n}{M.NA} e, \quad (2.3)$$

λ es la longitud de onda, n es el índice de refracción del medio (generalmente aire), y NA es igual a la apertura numérica. La variable e es el límite de resolución del detector que se coloca en el plano de la imagen del objetivo del microscopio, cuyo aumento lateral es M .

2.3 Sistemas formadores de imágenes

Este proceso de formación de imagen utilizando la teoría de los sistemas lineales es expresado por la Ec. 2.4 [5],

$$f_a(x, y) = h'(x, y) * O_a(x, y) \quad (2.4)$$

donde $f_a(x, y)$ es la distribución de amplitud en el plano de salida, $O_a(x, y)$ representa la amplitud del objeto, $h'(x, y)$ es la PSF del sistema en amplitud y $*$ es el operador que indica la convolución.

En el caso de la iluminación incoherente la misma ecuación se puede representar mediante la Ec. 2.5,

$$f_i(x, y) = h(x, y) * O_i(x, y) \quad (2.5)$$

donde $f_i(x, y)$ es la distribución de intensidad en el plano de salida, $O_i(x, y)$ representa la intensidad del objeto, $h(x, y)$ es la PSF del sistema en intensidad y $*$ es el operador que indica la convolución.

2.3.1 Función de punto extendido (**PSF**)

PSF es el Acrónimo de *Point Spread Function*, es la respuesta al impulso de un sistema óptico a una fuente puntual ideal [6]. La respuesta al impulso es el detalle de la imagen más pequeño que puede ser resuelto por el sistema formador de imágenes [7]. Su ancho finito se debe a los efectos de difracción y aberraciones en combinación.

Representa una distribución espacial de irradiancia (W / cm^2) en función de la posición. La PSF es muy sensible a las aberraciones, a menudo es usada como un indicador del desempeño de los sistemas ópticos.

Un sistema óptico sin degradación que no sea la difracción es denominado, limitado por difracción. La PSF resultante se le conoce como patrón de Airy con un círculo brillante central, rodeados por anillos concéntricos de brillo decreciente como se muestra en las Fig. 2.4-2.5. Generalmente, dentro del disco de Airy se concentra un 84% de la luz, y al menos un 91% dentro de los límites del segundo anillo oscuro, donde su irradiancia puede escribirse en función de θ [1] y se calcula con la Ec. 2.6,

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{2J_1(ka \text{ sen}\theta)}{ka \text{ sen}\theta} \right]^2 \quad (2.6)$$

donde el disco central rodeado por un anillo oscuro corresponde a la función Bessel J_1 que es una función oscilatoria decreciente, a es el diámetro de la apertura, cuando $\theta = 0$, entonces $I(0)$ corresponde al máximo principal. El radio hacia el centro del primer anillo oscuro que se puede considerar como la extensión del disco de Airy, se puede calcular mediante la Ec. 2.7[1],

$$r = 1.22 \frac{\lambda f}{D} \quad (2.7)$$

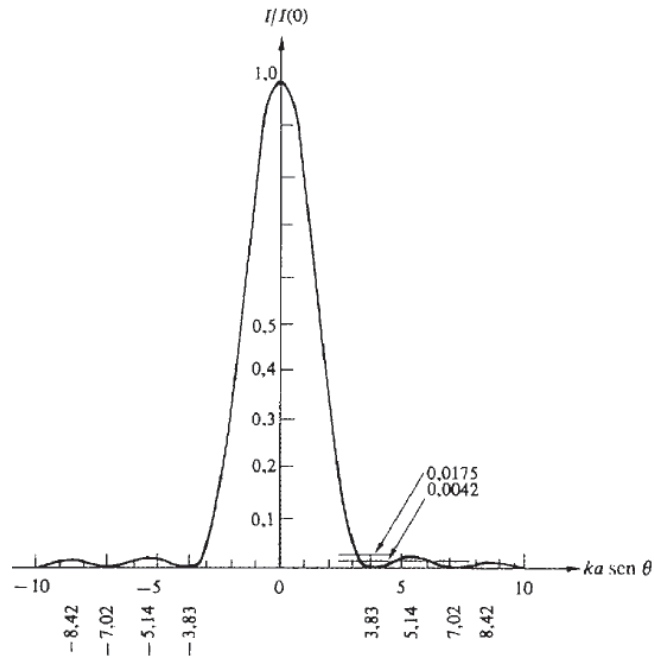


Fig. 2.4 Distribución de Airy [1].

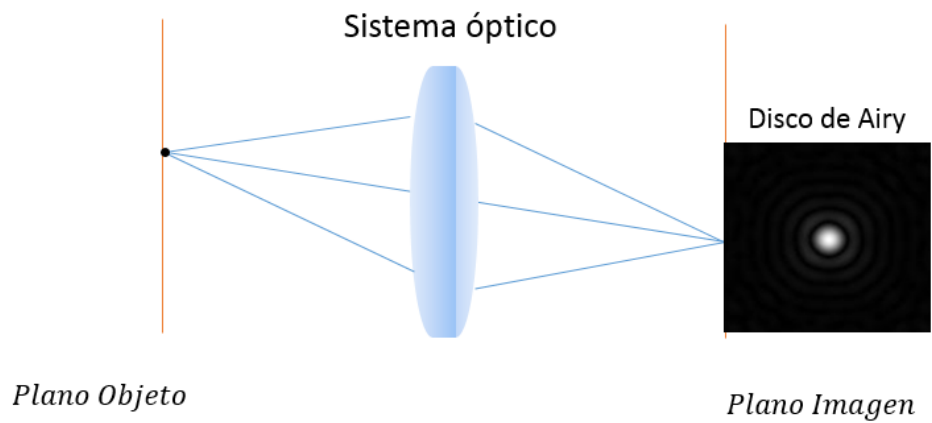


Fig. 2.5 PSF de un sistema óptico libre de aberraciones (Disco de Airy).

Utilizando la difracción de Fresnel la *PSF* $h(x, y, z)$, en un sistema de luz incoherente se puede calcular mediante la teoría de difracción de Fresnel con la expresión de la Ec. 2.8[8],

$$h(x, y, z) \propto \frac{1}{\lambda z} \int_{EP} \exp[ikW(x_0, y_0)] \exp[ik \frac{\Delta z}{2z^2} (x_0^2 + y_0^2)] \exp[i \frac{k}{z} (xx_0 + yy_0)] dx_0 dy_0 \quad (2.8)$$

donde $W(x_0, y_0)$ representa al frente de onda que puede ser distorsionado al atravesar el sistema óptico, (x_0, y_0) son las coordenadas normalizadas en el plano de la pupila de salida, k es el número de onda, el segundo termino en la ecuación 2.8 representa el valor de desenfoque, Δz es la distancia entre el plano de la imagen enfocada y el plano de observación como se muestra en la Fig. 2.6, el ultimo termino en la ecuación es el *kernel* de la transformada de Fourier.

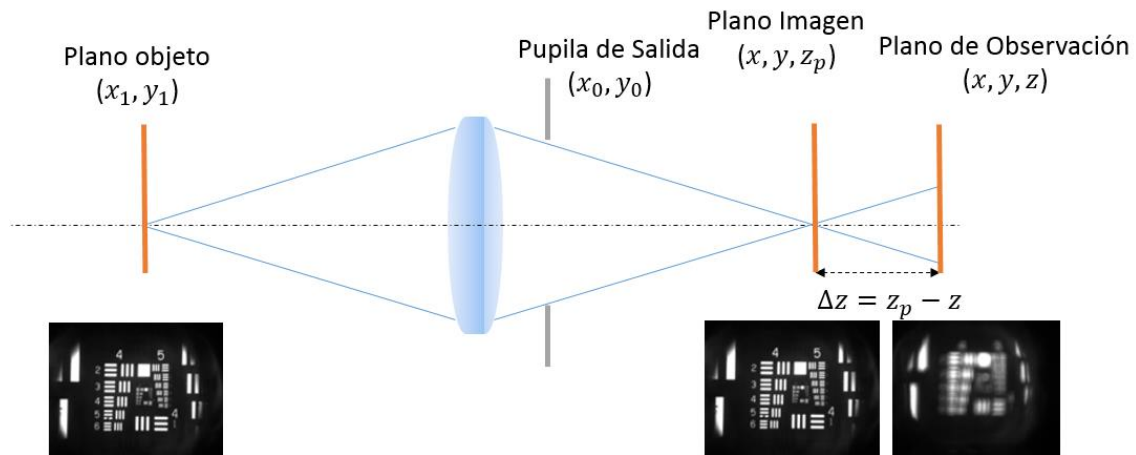


Fig. 2.6 Sistema formador de imágenes.

2.3.2 Función de Transferencia Óptica (*OTF*)

Formalmente, se define a la función de transferencia óptica (*OTF*) como la transformada de Fourier de la *PSF* [9]. El conocer la *OTF* nos ayuda a determinar la distribución de intensidad en la imagen de un objeto [10].

A excepción de que la *PSF* cumpla con ciertas condiciones de simetría, su transformada de Fourier es generalmente una función compleja. Se forma con una parte de magnitud y otra de fase, denominada Función de Transferencia de Modulación (*MTF*) expresada en la Ec. 2.10 y la Función de Transferencia de Fase (*PTF*) que se puede calcular con la Ec. 2.11 respectivamente. La *OTF* se expresa mediante la Ec. 2.9 [11],

$$F\{h(x, y)\} = H(u, v) = |H(u, v)| \exp [-j\theta(u, v)] \quad (2.9)$$

y

$$MTF = |H(u, v)| \quad (2.10) \quad PTF = \theta(u, v) \quad (2.11)$$

donde (u, v) son las coordenadas de frecuencia espacial en el plano imagen. La *PSF* está en el dominio espacial, y la *OTF* se encuentra en el dominio de las frecuencias. Asumiendo que el sistema óptico está libre de ruido, la *OTF* se normaliza para un valor unitario en la frecuencia espacial 0.

2.3.3 Función de Transferencia de Modulación (***MTF***)

La relación que existe entre el contraste y la resolución se puede conocer mediante la *Modulation Transfer Function (MTF)* y se define como el módulo de la *OTF*, el término imaginario representa la *Función de Transferencia de Fase (PTF)*, se puede obtener con la Ec. 2.12.

$$MTF(x, y) = |H(u, v)| \quad (2.12)$$

La capacidad de un sistema óptico para resolver un mayor número de detalles como resultado de un desenfoque mínimo, es conocida como, resolución [4]. A menudo es expresada como pares de líneas por unidad de longitud y se conoce como frecuencia. Por otra parte, el contraste o modulación se pueden definir como la fidelidad con la que son transferidos los valores respecto a la intensidad [7]. El contraste se puede calcular mediante la Ec. 2.13,

$$\text{Modulación } (M) = \frac{I(\text{max}) - I(\text{min})}{I(\text{max}) + I(\text{min})} \quad (2.13)$$

El análisis de las curvas de la MTF en general es utilizado como una herramienta para cuantificar el rendimiento del sistema óptico. En la Fig.2.7 es mostrada una gráfica de la MTF. En el eje horizontal se representan las frecuencias y en el eje vertical el contraste. Se puede observar que para un contraste con valor de 0.05 el sistema será capaz de resolver un mayor número de frecuencias, contrariamente para el caso cuando el valor de contraste se determina en 0.5.

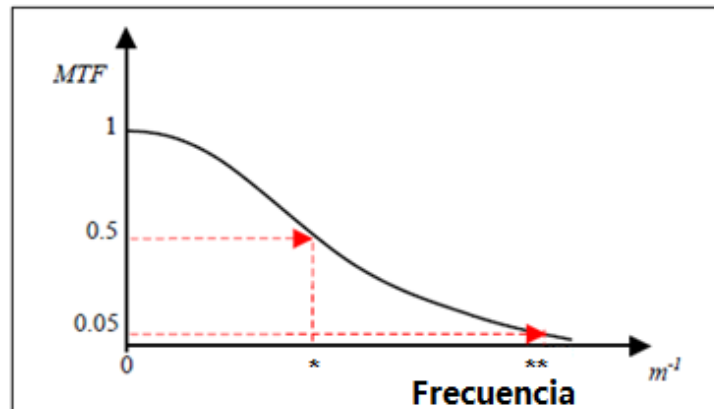


Fig. 2.7 Curva de MTF. Frecuencias que el sistema puede resolver para valores de 0.5 y 0.05 de contraste [11].

Cuando el espacio entre líneas disminuye (aumenta la frecuencia), se vuelve más difícil para el sistema resolver eficientemente y el contraste es reducido. Normalmente para medición de la *MTF* se utiliza como objeto de entrada un patrón de líneas periódicas compuesto de líneas blancas y negras alternadas de igual ancho. El mayor valor para el contraste se presenta cuando es posible distinguir barras blancas y negras, mientras que el contraste más bajo se manifiesta mediante un color gris de una misma intensidad que es resultado de la mezcla de las barras. A medida que la frecuencia espacial se incrementa, la imagen se convierte en un tono uniforme de gris y permanece como tal para todas las frecuencias espaciales más altas, este efecto se puede observar en la Fig. 2.8.

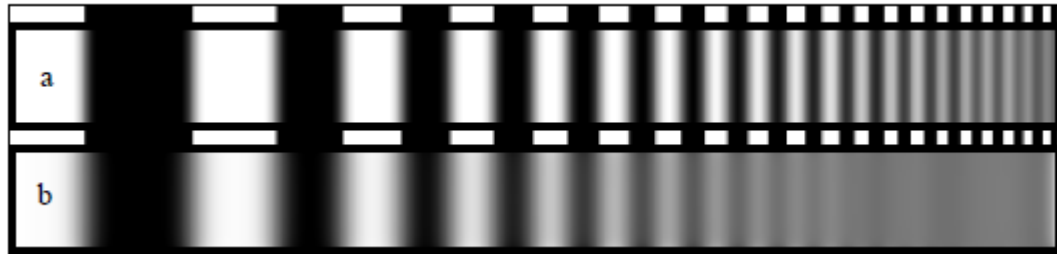


Fig. 2.8 a) Sistema óptico capaz de resolver mayor frecuencia espacial b) Sistema óptico con un solo tono de gris para una frecuencia espacial mayor [11].

En la Fig. 2.9 se presenta un ejemplo de dos imágenes adquiridas por sistemas ópticos diferentes en a) el sistema tiene una MTF más alta y puede resolver mayor número de frecuencias, por lo tanto, la resolución se incrementa.

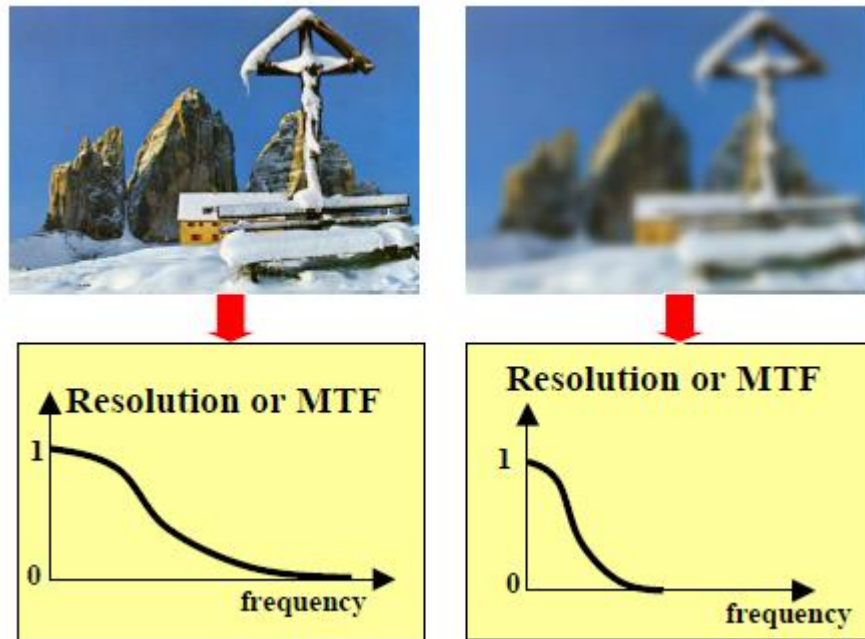


Fig. 2.9 Imágenes adquiridas con sistemas ópticos diferentes. La imagen de la izquierda presenta un mayor número de detalles debido a que su curva de MTF es mayor, contrariamente a la imagen que se observa a la derecha [11].

2.4 Aberraciones

La aberración de onda se define como la diferencia de camino óptico entre el frente de onda aberrado y un frente de ondas ideal de referencia, existente en el plano de la pupila [12]. La aberración de onda correspondiente a un sistema óptico se puede representar en función de las aberraciones [13].

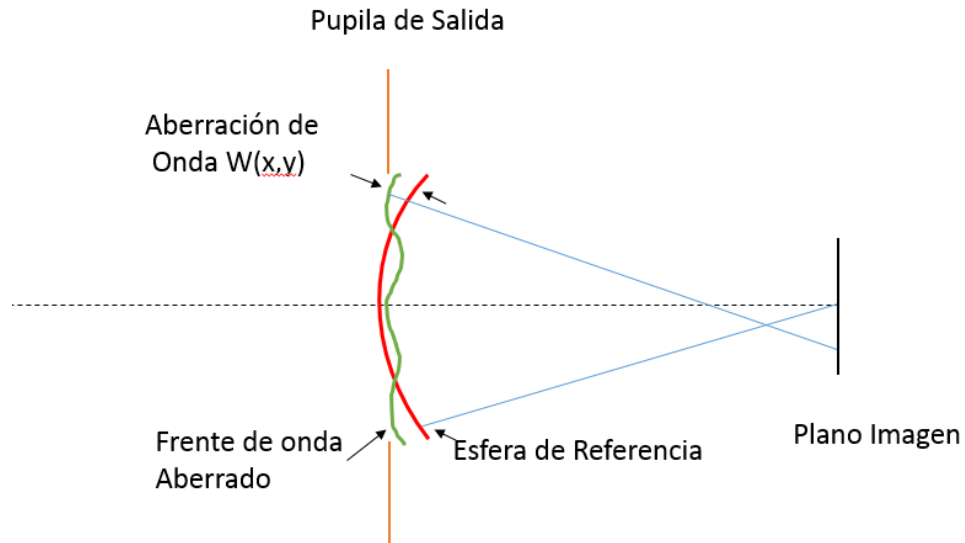


Fig. 2.10 Definición gráfica de aberración de onda.

Las aberraciones son imperfecciones en las imágenes producidas debido a que no siempre se cumplen las aproximaciones de la óptica geométrica. Se pueden clasificar en dos tipos: cromáticas y monocromáticas [14].

Las aberraciones cromáticas son aquellas que se presentan cuando el objeto es iluminado con luz blanca o policromática. Por el contrario, las aberraciones monocromáticas se presentan cuando se ilumina con un solo color o longitud de onda [1]. Estas últimas, a su vez son divididas en dos, las que deterioran la imagen haciéndola confusa, como esférica, coma y astigmatismo. Por otra parte, las que deforman la imagen,

Revisión Teórica

como curvatura de campo de Petzval y distorsión [1]. Estas aberraciones fueron estudiadas a mayor detalle por Ludwig von Seidel [15], por esta razón, son llamadas aberraciones de Seidel, expresadas con la Ec. 2.14,

$$W_p(\rho, \theta) = a_{40}\rho^4 + a_{31}\rho^3 \cos\theta + a_{22}\rho^2 \cos^2\theta + a_{20}\rho^2 + a_{11}\rho \cos\theta \quad (2.14)$$

Las aberraciones primarias de Seidel consisten en cinco términos y se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Aberraciones primarias de Seidel.

n	m	Término de Aberración	Aberración
1	1	$a_{11}\rho \cos\theta$	Distorsión
2	0	$a_{20}\rho^2$	Curvatura de Campo
2	2	$a_{22}\rho^2 \cos^2\theta$	Astigmatismo
3	1	$a_{31}\rho^3 \cos\theta$	Coma
4	0	$a_{40}\rho^4$	Esférica

Estas aberraciones están relacionadas con los polinomios de Zernike [16]. Los polinomios de Zernike fueron introducidos por Frits Zernike, [17] son un conjunto infinito de polinomios ortogonales en el círculo de radio unidad y constituyen una base completa, es decir, cualquier frente de onda puede ser descrito mediante una combinación de estos polinomios, la forma general de los polinomios de Zernike es [13]:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = \begin{cases} N_n^m R_n^m(\rho) \cos(m\theta) & m \geq 0 \\ -N_n^m R_n^m(\rho) \sin(m\theta) & m < 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

donde el subíndice n denota el grado del polinomio radial y el superíndice m denota la frecuencia angular. El factor de normalización queda definido por la Ec. 2.16:

$$N_n^m = \left[\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m0}} \right]^{1/2} \quad (2.16)$$

donde δ_{ij} es una delta de Kronecker.

Revisión Teórica

Los polinomios radiales se expresan por la Ec. 2.17 [13],

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{n-|m|}{2}} (-1)^s \frac{(n-s)!}{s! \left(\frac{n+|m|}{2}-s\right)! \left(\frac{n-|m|}{2}-s\right)!} \rho^{n-2s} \quad (2.17)$$

Asociando los coeficientes del frente de onda expresado en términos de los coeficientes de aberración y los coeficientes de los polinomios de Zernike, se puede expandir en términos de un conjunto de la forma representada en la Ec. 2.18 [13]:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=-n}^n C_n^m Z_n^m(\rho, \theta) \quad (2.18)$$

donde C_n^m son los coeficientes de expansión, n y m son enteros positivos incluyendo el cero, $n - m \geq 0$ y par, y $Z_n^m(\rho, \theta)$ es como se definió antes.

Cada término en la Ec. 2.18 se puede escribir en base a estos polinomios mediante las Ec. 2.19-2.23 [13],

$$a_{40}\rho^4 = a_{40} \left(\frac{Z_4^0}{6\sqrt{5}} + \frac{Z_2^0}{2\sqrt{3}} + \frac{Z_0^0}{3} \right) \quad (2.19)$$

$$a_{31}\rho^3 \cos\theta = a_{31} \left(\frac{Z_3^1}{6\sqrt{2}} + \frac{Z_1^1}{3} \right) \quad (2.20)$$

$$a_{22}\rho^2 \cos^2\theta = a_{22} \left(\frac{Z_2^2}{2\sqrt{6}} + \frac{Z_2^0}{4\sqrt{3}} + \frac{Z_0^0}{4} \right) \quad (2.21)$$

$$a_{20}\rho^2 = a_{20} \left(\frac{Z_2^0}{2\sqrt{3}} + \frac{Z_0^0}{2} \right) \quad (2.22)$$

$$a_{11}\rho \cos\theta = \frac{a_{11}}{2} Z_1^1(\rho, \theta) \quad (2.23)$$

En consecuencia, se puede escribir mediante la Ec. 2.24,

$$W_P(\rho, \theta) = c_{00}Z_0^0 + c_{11}Z_1^1 + c_{20}Z_2^0 + c_{22}Z_2^2 + c_{31}Z_3^1 + c_{40}Z_4^0 \quad (2.24)$$

Revisión Teórica

Los polinomios de Zernike y los nombres asociados con alguno de ellos cuando se identifican con aberraciones conocidas se enlistan en la Tabla 2.2

Tabla 2.2 Polinomios de Zernike para representar aberraciones.

n	m	Polinomio ortonormal de Zernike $Z_n^m(\rho, \theta)$	Aberración
0	0	1	<i>Piston</i>
1	1	$2\rho \cos \theta$	<i>x tilt</i>
1	1	$2\rho \sin \theta$	<i>y tilt</i>
2	0	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	<i>Defocus</i>
2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	<i>Primary astigmatism at 45°</i>
2	2	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	<i>Primary astigmatism at 0°</i>
3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\sin \theta$	<i>Primary y coma</i>
3	1	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho)\cos \theta$	<i>Primary x coma</i>
3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	
3	3	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	
4	0	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	<i>Primary spherical</i>
4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\cos 2\theta$	<i>Secondary astigmatism at 0°</i>
4	2	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2)\sin 2\theta$	<i>Secondary astigmatism at 45°</i>
4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \cos 4\theta$	
4	4	$\sqrt{10}\rho^4 \sin 4\theta$	
5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\cos \theta$	<i>Secondary x coma</i>
5	1	$\sqrt{12}(10\rho^5 - 12\rho^3 + 3\rho)\sin \theta$	<i>Secondary y coma</i>
5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3)\cos 3\theta$	
5	3	$\sqrt{12}(5\rho^5 - 4\rho^3)\sin 3\theta$	
5	5	$\sqrt{12}\rho^5 \cos 5\theta$	
5	5	$\sqrt{12}\rho^5 \sin 5\theta$	

La Figura 2.11 presenta la representación gráfica de la forma del frente de onda mediante polinomios de Zernike hasta el orden $n = 3$.

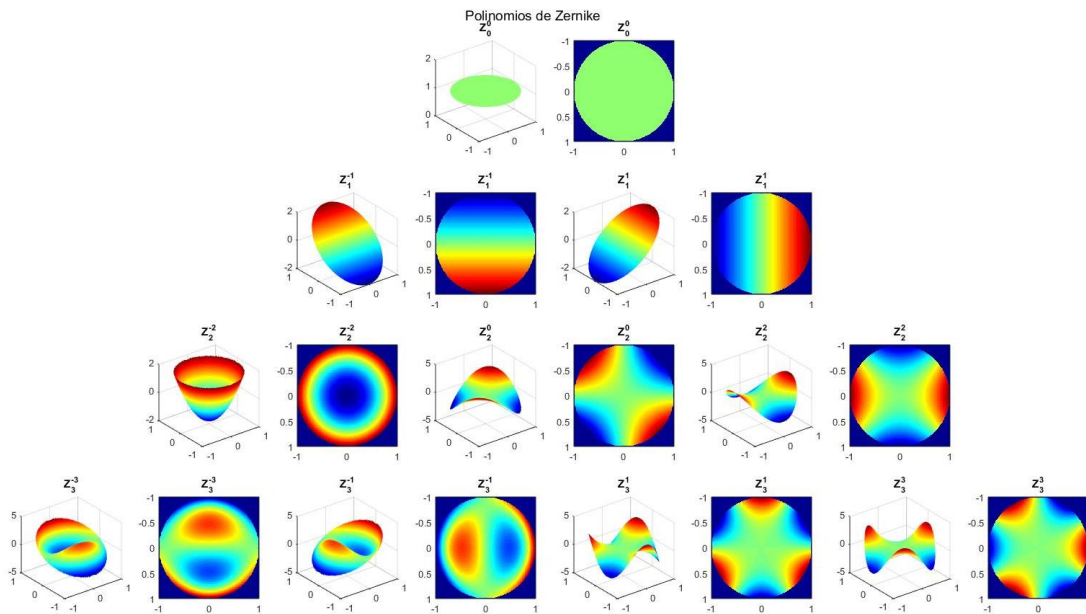


Fig. 2.11 Polinomios de Zernike, ordenados verticalmente por grado radial y horizontalmente por grado azimutal.

2.5 Sistema clásico codificador de frente de onda

WFC es una técnica híbrida que utiliza elementos ópticos y un procesamiento digital de imágenes. Los elementos ópticos del sistema se encargan de llevar a cabo la tarea de recolectar la energía para producir una imagen modificada capaz de cambiar la *PSF* de la imagen del sistema dependiendo de la máscara utilizada. Debido a que se modifica la *PSF*, la imagen que se obtiene aparece degradada con un cierto grado de borrosidad similar en un rango axial y es llamada imagen intermedia. A la imagen intermedia se le

Revisión Teórica

tendrá que hacer un procesado para decodificar y obtener finalmente un resultado de calidad que conserva las características del objeto que son de interés [18].

En el sistema de WFC se inserta la placa de fase en la pupila de salida del sistema, cuya expresión matemática es $e^{(ik\alpha PM(r,\theta))}$ [19].

Para un sistema óptico incoherente, la función imagen en el plano de observación a una distancia z desde la pupila de salida, se puede describir como la convolución de la imagen geométrica $f_g(x, y)$, y su correspondiente función de punto extendido (*PSF*) $|h(x, y, z)|^2$, con la integral de la Ec. 2.25,

$$f_i(x, y, z) = \int f_g(x', y') |h(x - x', y - y', z)|^2 dx' dy' = f_g(x, y) * |h(x, y, z)|^2 \quad (2.25)$$

La *PSF* resultante $|h(x, y, z)|^2$ es aproximadamente invariante para un rango axial cercano al plano imagen. De esta manera, las imágenes obtenidas por el sensor pueden ser descritas como la Ec. 2.26,

$$f_c(x, y, z) = f_g(x, y) * |h(x, y, z)|^2 \quad (2.26)$$

donde $f_c(x, y, z)$ es la imagen del sistema codificada y $h(x, y, z)$ se determina mediante la Ec. 2.8. El proceso de restauración para recuperar la imagen modificada por la *PM* se realiza mediante el uso del filtro Wiener. Comúnmente este filtro se utiliza para reducir el ruido presente en una imagen de entrada de tal modo que la imagen de salida del filtro se aproxime lo más posible a una imagen deseada, este filtro se puede calcular mediante la Ec. 2.27 [20],

$$W(u, v) = \frac{H_{wfc}^*(u, v)}{|H_{wfc}(u, v)|^2 + K} \quad (2.27)$$

donde H_{wfc} es la transformada de Fourier de $|h(x, y, z)|^2$, $*$ denota un conjugado complejo y K es la relación entre el espectro del ruido y el espectro de la imagen degradada, cuando estos parámetros no son conocidos únicamente se considera un valor

ajustable para la constante K . La imagen final decodificada se calcula a través de la Ec. 2.28,

$$f_r(x, y) = FT^{-1}[F_c(u, v) \cdot W(u, v)] \quad (2.28)$$

En la Fig. 2.12 se muestra un diagrama que describe el funcionamiento general de un sistema WFC.

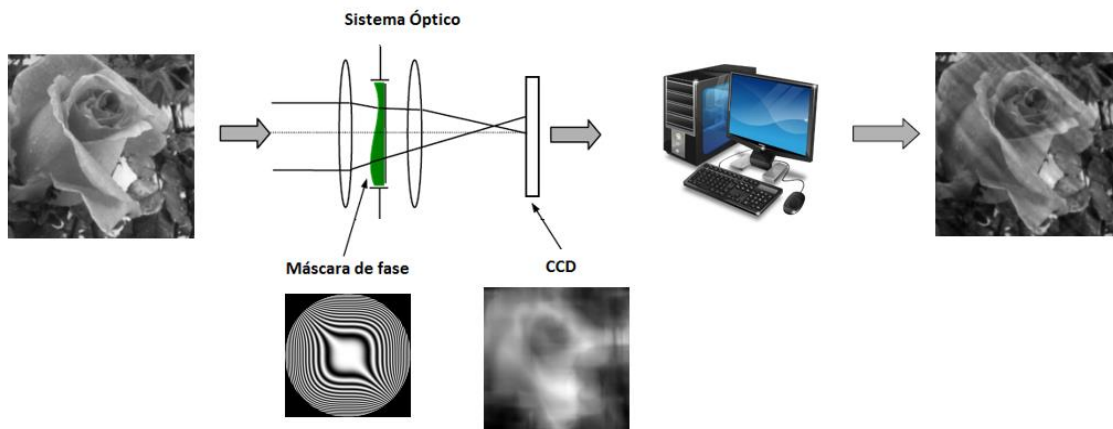


Fig. 2.12 Sistema óptico de WFC.

2.6 Referencias

- [1] Hecht, E. (2006). *Óptica. Tercera Edición*. Editorial Pearson-Addison Wesley. Madrid.
- [2] Ortiz, P. S. A., Gallego, A. A., & Correa, M. A. (2015). “Adquisición y visualización de escenas con foco variable utilizando procesamiento digital de imágenes,” *EIA*, **12**(24), 13-25.
- [3] Tkaczyk, T. S. (2010). *Field guide to microscopy*. SPIE Field Guides **FG13**. Bellingham, Washington USA
- [4] MicroscopyU, N. Interactive Java Tutorials website, “*Digital Camera Resolution Requirements for Optical Microscopy*,” (2000-2004), available at <http://www.microscopyu.com/tutorials/java/digitalimaging/pixelcalculator>.
- [5] Voelz, D. G. (2011). *Computational fourier optics: a MATLAB tutorial*. SPIE press. Bellingham, Washington USA.
- [6] Y Monteil, S. V., Romero, M. A. S., & Gale, D. M. (2004). “Evaluation of the image quality of telescopes using the star test,” *Ground-based Telescopes* (**5489**,1192-1203). International Society for Optics and Photonics.
- [7] Boreman, G. D. (2001). *Modulation transfer function in optical and electro-optical systems* **21**. SPIE press. Bellingham, Washington USA.
- [8] Ferran, C., Bosch, S., & Carnicer, A. (2012). “Design of optical systems with extended depth of field: an educational approach to wavefront coding techniques,” *IEEE Transactions on Education*, **55**(2), 271-278.
- [9] Williams, C. S., & Becklund, O. A. (1989). *Introduction to the optical transfer function*. New York etc: Wiley.
- [10] Williams, T. (1998). *The optical transfer function of imaging systems*. SPIE press. Bellingham, Washington USA.
- [11] Fanti, G., & Basso, R. (2008). “MTF resolution of images obtained without an acquisition system,” *Proceedings of the Shroud Science Group: International Conference on the Shroud of Turin: Perspectives on a Multifaceted Enigma*, Ohio State University.
- [12] Mahajan, V. N. (2014). *Fundamentals of geometrical optics*. SPIE press. Bellingham, Washington USA.
- [13] Mahajan, V. N. (2007). Zernike polynomial and wavefront fitting. *Optical shop testing*, 498-546.
- [14] García, A., & Amézaga, B. R. (1995). *Fundamentos de fotografía digital*. Universidad de Cantabria.
- [15] Daniel, M. H. (1989). *Óptica Básica*. México.

[16] Zhu, L., Sun, P. C., Bartsch, D. U., Freeman, W. R., & Fainman, Y. (1999). "Wave-front generation of Zernike polynomial modes with a micromachined membrane deformable mirror," *Applied optics*, **38**(28), 6019-6026.

[17] Zernike, F. (1934). "Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **94**, 377-384.

[18] Dowski, E. R., & Cathey, W. T. (1995). "Extended depth of field through wave-front coding," *Applied optics*, **34**(11), 1859-1866.

[19] Carles, G., Carnicer, A., & Bosch, S. (2010). "Phase mask selection in wavefront coding systems: A design approach," *Optics and Lasers in Engineering*, **48**(7-8), 779-785.

MÁSCARAS DE FASE CÚBICA, TREFOIL Y JACOBI-FOURIER

Capítulo

3

La técnica de *WFC* se basa en insertar un elemento óptico llamado máscara de fase (*PM*) en la pupila de salida del sistema óptico, esto permite la modificación de la fase del frente de onda. El objetivo de modificar la fase es lograr una *PSF* invariante al desenfoco en un rango axial. Un proceso digital simple permite restaurar las imágenes codificadas adquiridas por el sensor de la cámara, finalmente se puede extender la *DoF*.

Habitualmente, las máscaras de fase pueden clasificarse en dos tipos, las simétricas y las asimétricas rotacionalmente, esta clasificación es de acuerdo con la *PSF* de las máscaras de fase. En su mayoría las *PM* son asimétricas y presentan el inconveniente de generar artefactos. En contraste, las simétricas producen artefactos de manera reducida en la imagen [1].

Por otra parte, es sabido que, una de las partes con mayor importancia del sistema de imágenes de codificación de frente de onda, se presenta en el diseño y optimización de máscaras de fase adecuadas. En este capítulo, se consideran algunos perfiles de máscaras de fase propuestos en la literatura con el propósito de determinar un nuevo perfil basado en la máscara de fase cúbica mediante el uso de los polinomios de Jacobi-Fourier como máscara de fase que mejore el rendimiento de la calidad de imagen final.

3.1 Cúbica

El perfil y los diferentes niveles de la superficie óptica de la placa que se utilice en el sistema óptico, son punto clave para extender la profundidad de campo. Algunas *PM* pueden ser expresadas en funciones matemáticas. En la década de los noventa se propone la primera placa que extiende la *DoF* y corresponde a la *PM* cúbica. La *PM* cúbica fue creada en base a un proceso de diseño donde se utilizó la función de ambigüedad y el método de fase estacionaria, considerando una pupila cuadrada para reducir la complejidad matemática a la hora de resolver el problema [2]. La fase que se introduce al sistema óptico para realizar la modificación del frente de onda se describe por la siguiente función de pupila $P(x_0, y_0)$ [3] expresada en la Ec. 3.1,

$$P(x_0, y_0) = \alpha(x_0^3 + y_0^3) \quad (3.1)$$

donde, x y y son las coordenadas de la pupila normalizada, y α representa la fuerza de la *PM*, es decir, la cantidad de desviación de fase medida en lambdas. En coordenadas polares donde $x = r\cos\theta$ y $y = r\sin\theta$, la ecuación anterior se expresa como en la Ec. 3.2,

$$P(r, \theta) = \alpha((r\cos\theta)^3 + (r\sin\theta)^3) \quad (3.2)$$

La Fig. 3.1 muestra el a) mapa de contornos y b) la superficie 3D de la *PM* cúbica, es posible observar que, en la zona central cuenta con un grado de elevación moderado que aumenta rápidamente a medida que nos alejamos del centro.

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

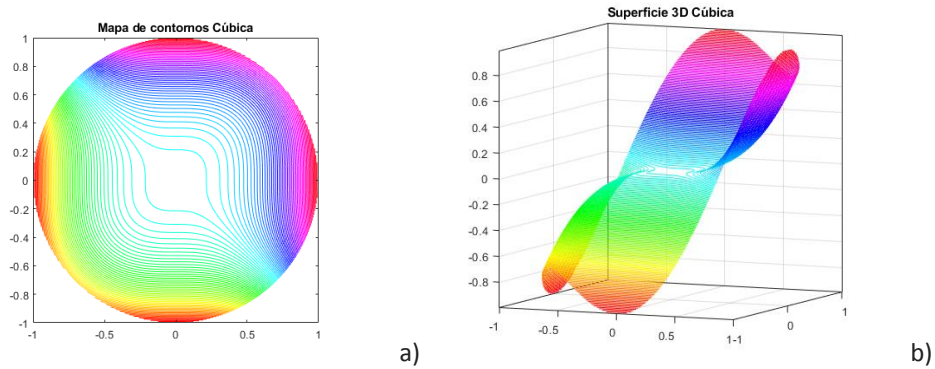


Fig. 3.1 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase cúbica

Esta *PM* ha sido ampliamente estudiada y ha sido comprobado su funcionamiento [4], sin embargo, la forma de su superficie asimétrica provoca varias desventajas, artefactos direccionales son producidos en las imágenes restauradas, un desplazamiento dependiente de la cantidad de desenfoque y dificultad en la fabricación. En la Figura 3.2 se puede apreciar que se mantiene un valor estable en la *MTF* de la máscara de fase cúbica al introducir diferentes valores de desenfoque desde 1λ hasta 5λ , dentro del rango de 0 a 0.5 en las frecuencias normalizadas. Las curvas de *MTF* producen una distribución casi invariante en todas las posiciones de desenfoque y se mantiene en la región pasa banda sin la presencia de ceros.

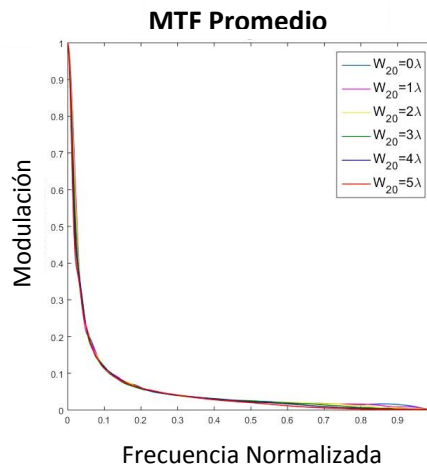


Fig. 3.2 MTF's de la placa de fase cúbica normalizada para valores de desenfoque de 0-5 lambdas.

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

En un sistema convencional sin el uso de la *PM* se puede observar un cambio al introducir los diferentes valores de desenfoque en las curvas de *MTF* desenfocadas y se tienen ceros dentro de la región pasa banda mostrado en la Figura 3.3.

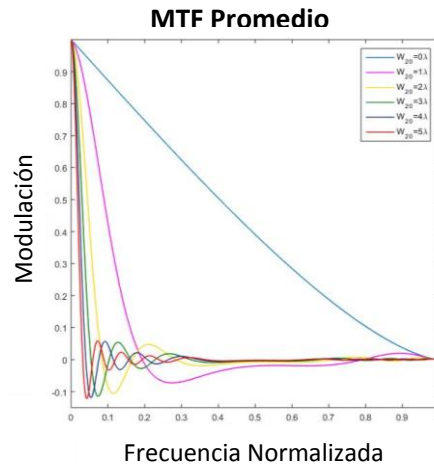


Fig. 3.3 MTF's de un sistema convencional para valores de desenfoque de 0-5 lambdas.

En la Fig. 3.4 se muestra la *PSF* numérica para un sistema con *WFC* donde la luz se dispersa formando un patrón característico dependiente de la *PM* utilizada. La variable α controla el rango sobre el que la *MTF* del sistema se mantiene invariante. Conforme este valor incrementa, la dispersión en la *PSF* es mayor.

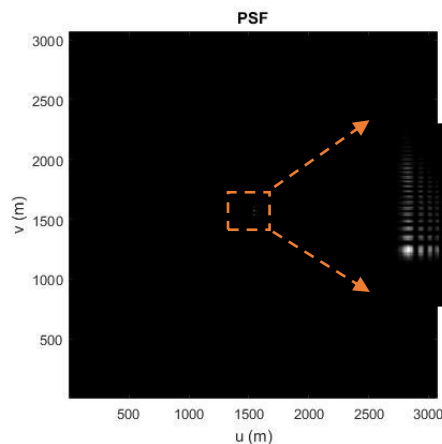


Fig. 3.4 PSF numérica que corresponde a la PM cúbica.

3.2 Trefoil

Desde el comienzo del uso de la *PM* cúbica en el sistema óptico para extender la *DoF*, diferentes autores interesados en mejorar la calidad de los sistemas ópticos para algunas aplicaciones comenzaron a proponer nuevos perfiles de *PM* con la finalidad de mejorar el desempeño obtenido por la máscara de fase cúbica.

Para el diseño se pueden utilizar diferentes funciones, que generen una placa que al colocarse en la pupila de salida del sistema óptico pueda codificar imágenes de objetos que poseen una profundidad finita. La propuesta original utilizaba una pupila cuadrada lo que complicaba su aplicación experimental. Una nueva máscara de fase, expresada en términos de polinomios de Zernike se propuso en 2003 mediante un enfoque matemático [5]. Cada polinomio tiene un coeficiente o fuerza específica que es calculada mediante métodos estadísticos, los autores utilizan una superposición de seis polinomios. La superposición resulta en una aberración de Trefoil de tercer orden; de esta manera establecen que existe un polinomio capaz de inhibir el desenfoque en donde la *PSF* es rotacionalmente simétrica. Determinan que la *MTF* presenta un rendimiento mayor en comparación a la *PM* cúbica en cuanto a la variación de las curvas con diferentes valores de desenfoque como se muestra en la Fig. 3.5. Sin embargo, su expresión no puede descomponerse para un análisis unidimensional [3], ha sido utilizada en imágenes infrarrojas [6,7] y microscopía óptica [8], esta máscara está expresada por la Ec. 3.3,

$$P(r, \theta) = z_3^3(r, \theta) = \sqrt{8}r^3 \cos 3\theta \quad (3.3)$$

La figura 3.6 muestra el a) mapa de contornos y b) superficie 3D de la *PM* en una apertura circular. Con esta *PM* se busca establecer una amplia gama de criterios de mejora en la imagen final, desde extensión de la profundidad hasta disminuir las

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

degradaciones que surgen de las aberraciones ópticas y obtener una imagen restaurada con menor presencia de artefactos [9].

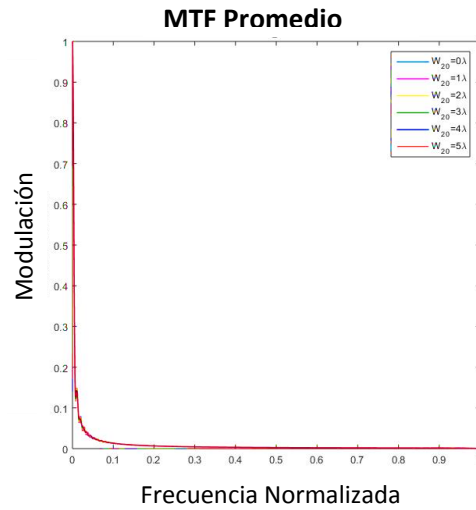


Fig. 3.5 MTF's utilizando la *PM* Trefoil con valores de desenfoque de 0-5 lambdas.

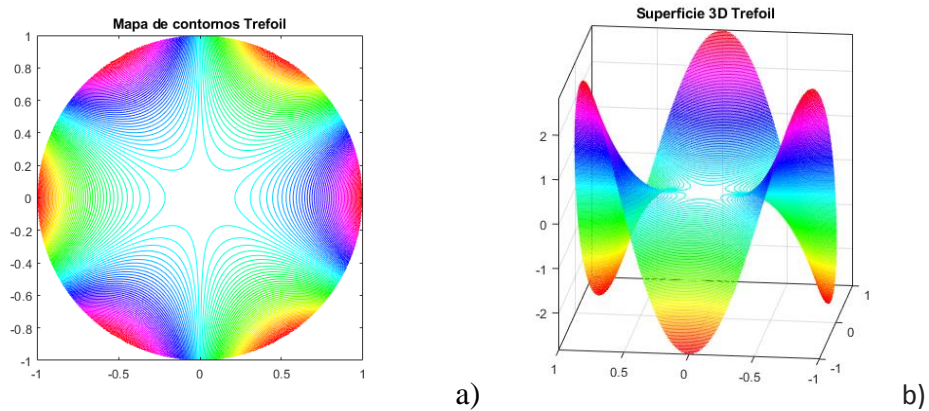


Fig. 3.6 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase Trefoil.

De acuerdo con el perfil de la *PM* Trefoil se obtiene una *PSF* simulada característica, la que se muestra en la Figura 3.7.

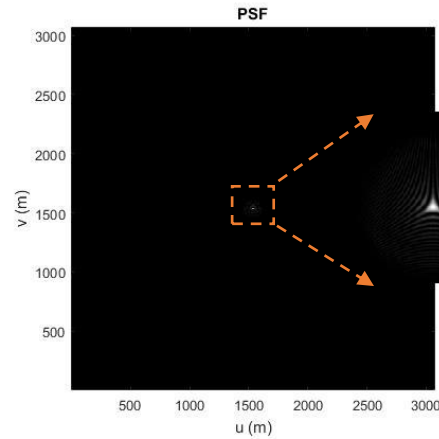


Fig. 3.7 *PSF* correspondiente a la máscara de fase Trefoil.

3.3 Jacobi-Fourier

3.3.1 Polinomios de Jacobi-Fourier

Los polinomios de Jacobi $G_n(p, q, x)$ fueron introducidos por Carl G. J. Jacobi en su artículo *Untersuchungen über die Differentialgleichung der hypergeometrischen Reihe* (Estudios sobre la ecuación diferencial de la serie hipergeométrica) de 1859 [7], son series de polinomios ortogonales que satisfacen la siguiente ecuación diferencial en la Ec. 3.4 [8],

$$x(1-x)G_n''(x) + [q - (p+1)x]G_n'(x) + (p+n)nG_n(x) = 0 \quad (3.4)$$

Al hacer una variación de los parámetros p y q en los polinomios de Jacobi, se pueden obtener diferentes familias de polinomios, por ejemplo, para valores de $p = q = 1$ se generan los polinomios de Legendre-Fourier; utilizando $p = 2$ y $q = 3/2$ obtenemos los polinomios de Chebyshev Fourier; y con $p, q = 2$ los polinomios de Fourier-Mellin [9]. Por lo tanto, existe un número infinito de familias de polinomios.

Mediante la función radial con el polinomio ortogonal de Jacobi $J_n(p, q, r)$ y el factor exponencial de Fourier $\exp(im\theta)$ como función angular, se pueden obtener los polinomios Jacobi-Fourier expresados por la Ec. 3.5,

$$P_{n,m}(r) = J_n(p, q, r) \exp(im\theta) \quad (3.5)$$

Camacho-Bello et al. [10] proponen utilizar los polinomios ortogonales de Jacobi definidos como se expresa en la Ec. 3.6,

$$J_n(p, q, r) = \sqrt{\frac{w(p, q, r)}{b_n(p, q)}} G_n(p, q, r), \quad (3.6)$$

donde $G_n(p, q, r)$ representa los polinomios de Jacobi, $b_n(p, q)$ la constante de normalización y $w(p, q, r)$ es la función de peso. Dichos valores se pueden calcular a partir de las expresiones en las Ec. 3.7-3.9 [11]:

$$G_n(p, q, r) = (-1)^n \frac{n! \Gamma(q)}{\Gamma(p+n)} \sum_{s=0}^n (-1)^s \frac{\Gamma(p+n+s)}{(n-s)! s! \Gamma(q+s)} r^s, \quad (3.7)$$

$$b_n(p, q) = \frac{n! \Gamma^2(q) \Gamma(p-q+n+1)}{\Gamma(q+n) \Gamma(p+n) (p+2n)}, \quad (3.8)$$

$$w(p, q, r) = (1-r)^{p-q} r^{q-1}, \quad (3.9)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ representa la función gamma. Los parámetros p y q deben cumplir las siguientes condiciones, $p - q > -1$ y $q > 0$. Los polinomios de Jacobi-Fourier tienen gran importancia en el desarrollo de funciones que puedan ser consideradas máscaras de fase. González et al. [11] mencionan que es posible encontrar expresiones algebraicas a partir de los polinomios de Jacobi-Fourier que presentan perfiles relacionados con las máscaras existentes en la literatura.

3.3.2 Máscara de fase en base a los polinomios de Jacobi-Fourier

En los últimos años, se ha demostrado que *WFC* ayuda en la tolerancia a imprecisiones de fabricación y aberraciones relacionadas con el desenfoque, tales como, curvatura de campo y astigmatismo [10]. El diseño matemático a partir de funciones no es sencillo al momento de crear el perfil de una máscara de fase. González et. al [11], proponen un conjunto de máscaras de fase basadas en los polinomios de Jacobi-Fourier, tomando esto en cuenta, se cambió el enfoque para encontrar nuevas *PM*. En este trabajo de tesis, proponemos una *PM* a partir de los polinomios de Jacobi-Fourier con un perfil semejante a la *PM* cúbica, pues es la más clásica entre todos los tipos y muchos trabajos son derivados a partir de dicha *PM*.

Se plantea la suposición que cualquier *PM* cuyo perfil sea similar al de las existentes, probablemente pueda ser utilizada para ampliar la profundidad de campo. Se desarrolló un algoritmo en la plataforma de programación Matlab® que permitiera comparar los perfiles de las diferentes *PM*, partiendo de los perfiles propuestos por González et. al y la *PM* cúbica.

Una variación en los valores p y q correspondientes los perfiles en base a la familia de polinomios Jacobi-Fourier permitió encontrar cierta similitud con la *PM* cúbica mediante la superposición de las líneas centrales de sus mapas de contorno. Se utilizó como métrica la diferencia de áreas bajo la curva en ambas máscaras como se muestra en la Figura 3.8. A fin de encontrar en cuales valores p y q la diferencia es mínima.

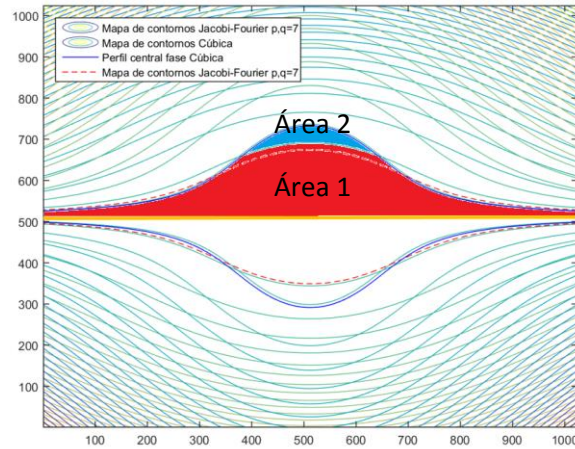


Fig. 3.8 Sobreposición de curvas de los perfiles de las *PM* cúbica y Jacobi-Fourier.

Se realiza inicialmente el análisis de áreas bajo la curva partiendo de un perfil de las *PM* Jacobi-Fourier, considerando a las familias de polinomios $p = q = 1 - 20$ para orden radial $n = 0$, y orden armónico circulares $m = 1$, los resultados se presentan en la Figura 3.9. Con el valor en la suma de polinomios de la forma expresada en la Ec. 3.10,

$$P_{nm}(r, \theta, p, q) = J_0(p, q, r)(\cos(3\theta) + \sin(\theta)) + J_0(p, q, r)(\cos(\theta) + \sin(\theta)) \quad (3.10)$$

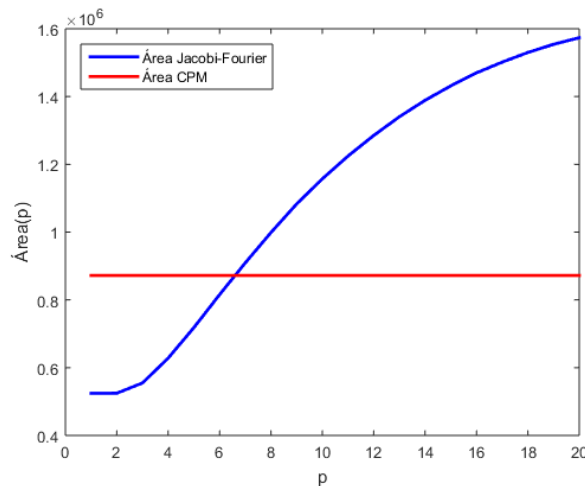
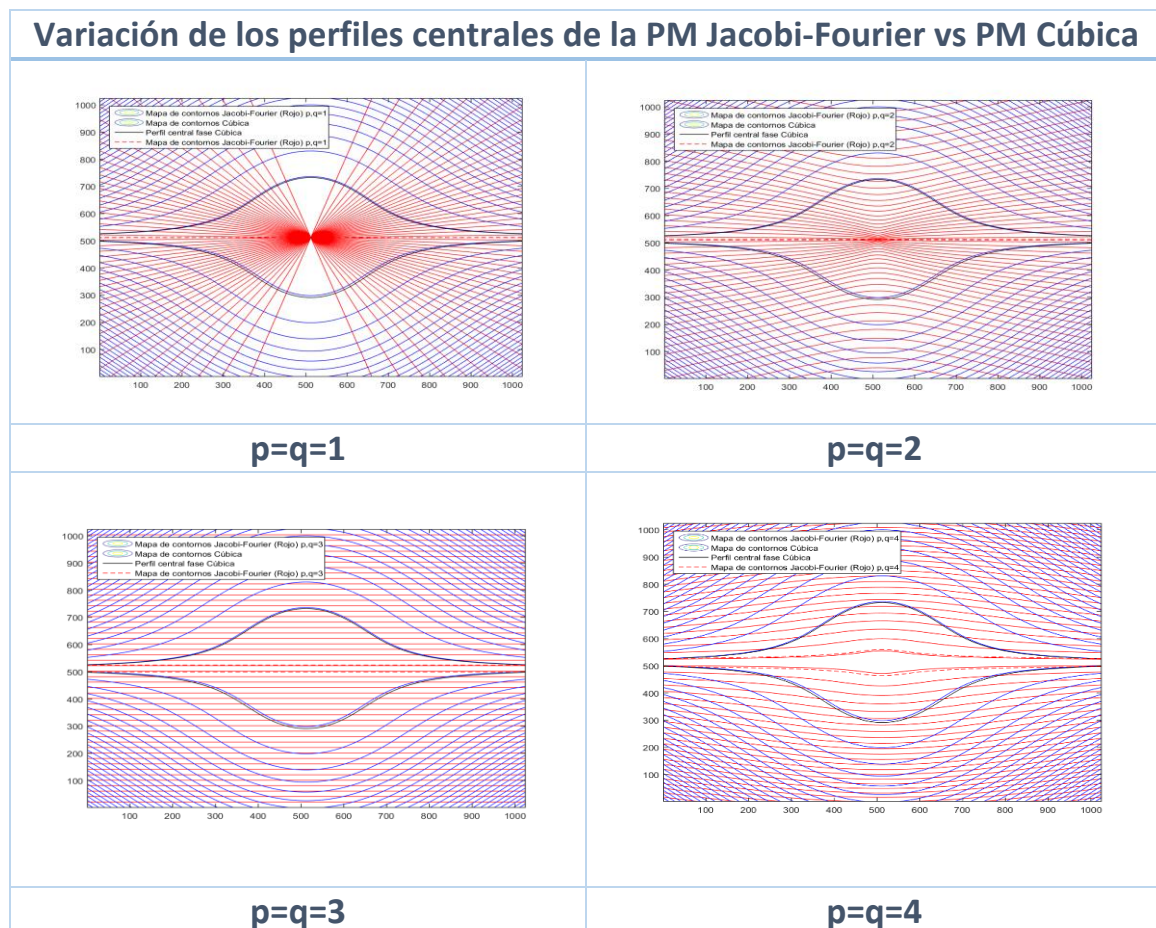


Fig. 3.9 Áreas bajo la curva del perfil central de las *PM* cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 0 - 20$).

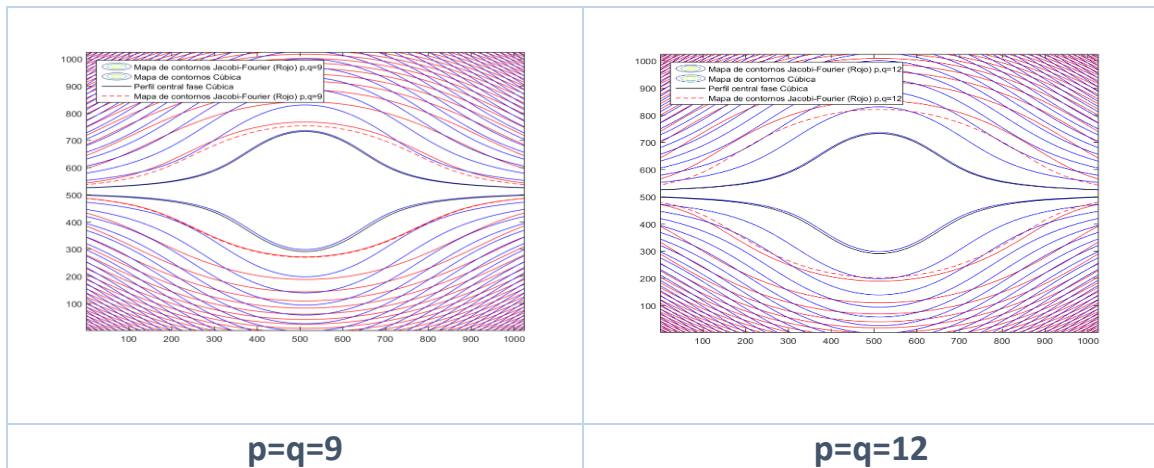
Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

En la gráfica se puede verificar que el valor similar entre las áreas esta entre los valores para $p = q$ entre 6 y 8. Mediante otra comparación se determinó que las familias de polinomios con $p = q$, menores a 4 no presentan similitud y mayores a 9 presentan una diferencia notable en los perfiles centrales. Esto se puede observar en la tabla 3.1 se muestra el perfil de la *PM* cúbica (color azul) y el perfil de la *PM* Jacobi-Fourier (color rojo), con la suma de polinomios mencionado anteriormente. Sin olvidar que un criterio importante a considerar es que los perfiles deben tener centros suaves, variaciones bien definidas en los contornos, de esta manera se delimitó el espacio de búsqueda entre $6 < = p, q < = 8$.

Tabla 3.1 Comparación de perfiles de la *PM* cúbica y Jacobi-Fourier ($p = q = 1, 2, 3, 4, 9, 12$).



Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier



Se encontró un perfil semejante al de la *PM* cúbica mediante la suma de polinomios, no obstante, al comparar las curvas no presentan el mismo comportamiento, ya que en la parte central superior e inferior existía una diferencia para determinar p y q tal como se aprecia en la Fig. 3.10.

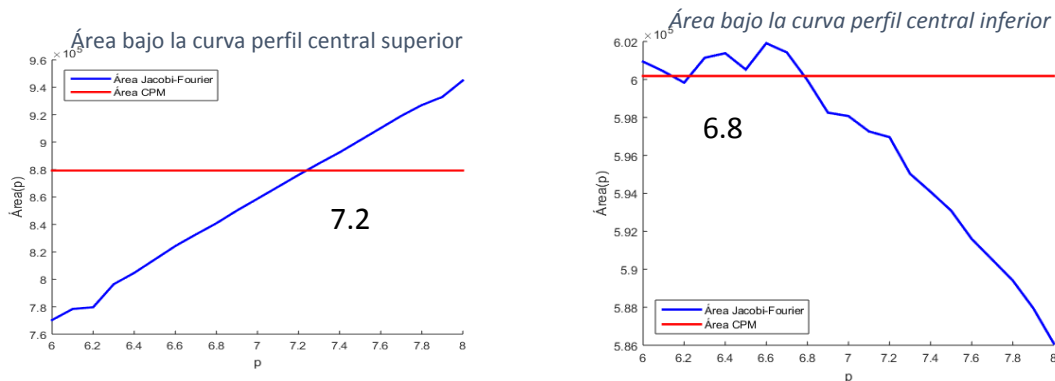


Fig. 3.10 Áreas bajo la curva del perfil central superior e inferior de las *PM* cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 6 - 8$)

Se utilizó el algoritmo con números fraccionales de p , q , a manera de hallar el valor exacto. Se encontró un valor en donde el área bajo la curva es la misma o mínima considerando la curva superior (7.2) y la inferior (6.8) en el valor de la diferencia de áreas, mostrado en la Figura 3.11.

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

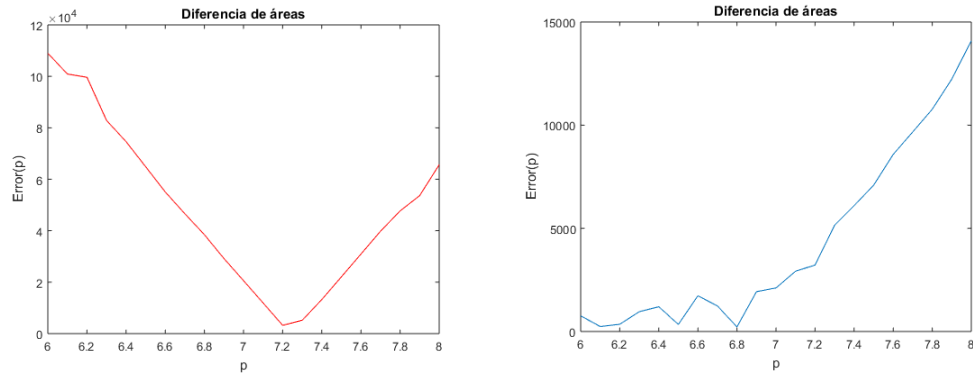


Fig. 3.11 Diferencia de áreas bajo la curva del perfil central superior (izquierda) e inferior (derecha) entre las PM cúbica y Jacobi Fourier ($p = q = 6 - 8$)

Al utilizar el algoritmo para los valores de $p, q = 7.2$ las curvas únicamente se acoplan para la parte superior como se puede observar en la Figura 3.12. Con valor de $p, q = 6.8$ el acoplamiento de las curvas se presenta en la parte inferior como se muestra en la Figura 3.13. Por esta razón se tomó el valor de $p, q = 7$ para usar en el perfil de la PM de Jacobi-Fourier como se puede observar en la Figura 3.14.

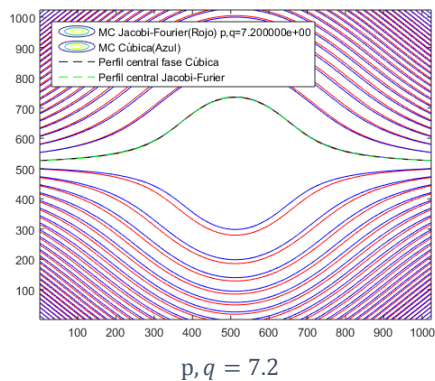


Fig. 3.12 Similitud de las curvas centrales en las PM Jacobi-Fourier con valores de 6.8 vs la PM cúbica.

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

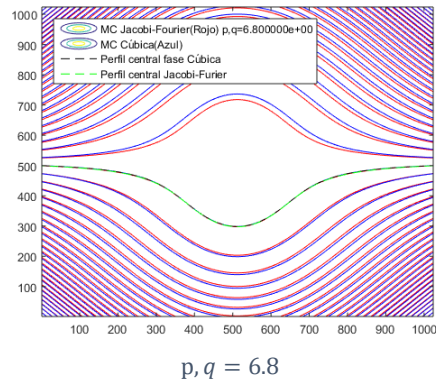


Fig. 3.13 Similitud de las curvas centrales en las *PM* Jacobi-Fourier con valores de 7.2 vs la *PM* cúbica

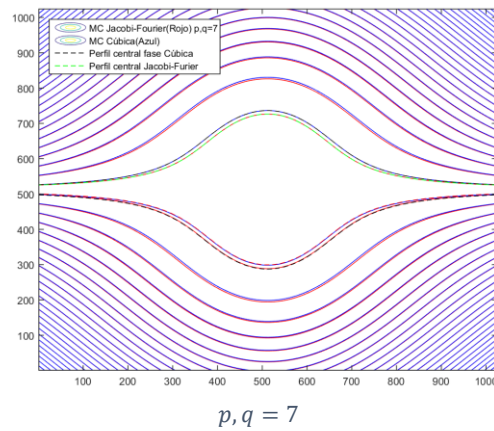


Fig. 3.14 Similitud de las curvas centrales en las *PM* Jacobi-Fourier con valores de 7 vs la *PM* cúbica.

Para el cálculo del área bajo la curva primero se utilizó el método del Trapecio usando la Ec. 3.11 como fórmula de integración trapezoidal,

$$\int_{x_0}^{x_n} F(x) dx = \frac{h}{2} [y_0 + y_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} y_i] \quad (3.11)$$

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

La ecuación anterior permite calcular el área bajo la curva entre los puntos de coordenadas (x_0, y_0) y (x_n, y_n) . A diferencia del cálculo con la fórmula de integración trapezoidal también se aplicó el método Simpson 1/3 Ec. 3.12, este método se puede utilizar para valores pares de n , de lo contrario no se puede calcular la última integral.

$$\int_{x_0}^{x_n} F(x)dx = \frac{h}{3}[y_0 + y_n + 4 \sum \textit{Ordenadas con índice impar} + 2 \sum \textit{Ordenadas con índice par}] \quad (3.12)$$

Por último, se utilizó el método Simpson 3/8 Ec. 3.13 [12] el cual es aplicable para valores de n múltiplos de tres.

$$\int_{x_0}^{x_n} F(x)dx = \frac{3}{8}h[y_0 + y_n + 2 \sum \textit{Ordenadas con múltiplo de 3} + 3 \sum \textit{Resto de ordenadas}] \quad (3.13)$$

Finalmente, este valor de $p = q = 7$ encontrado se sustituyó en la Ec. 3.10 para generar el perfil de la PM Jacobi-Fourier y se expresa mediante la Ec. 3.14,

$$P_{03}(r, \theta, 7, 7) = J_0(7, 7, r)(\cos(3\theta) + \sin(\theta)) + J_0(7, 7, r)(\cos(\theta) + \sin(\theta)) \quad (3.14)$$

La Fig. 3.15 muestra el a) mapa de contornos y b) la superficie 3D de la PM Jacobi-Fourier, es posible observar que presenta perfil similar al de la PM cúbica.

Máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier

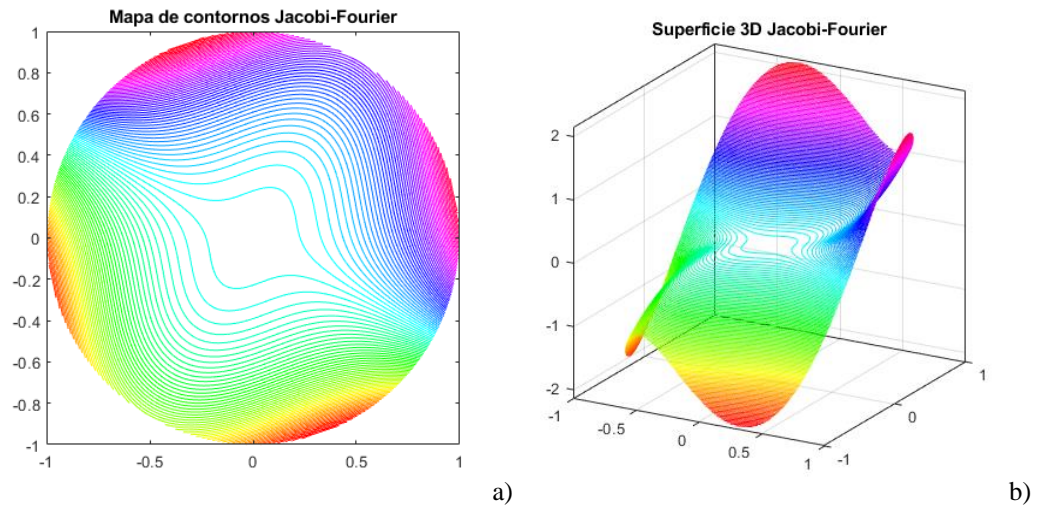


Fig. 3.15 a) Mapa de fase y b) mapa de contorno de la superficie de la máscara de fase Jacobi-Fourier

Se puede observar en la Figura 3.16 que las curvas de *MTF* para esta *PM* tampoco presentan una variación considerable con diferentes valores de desenfoque.

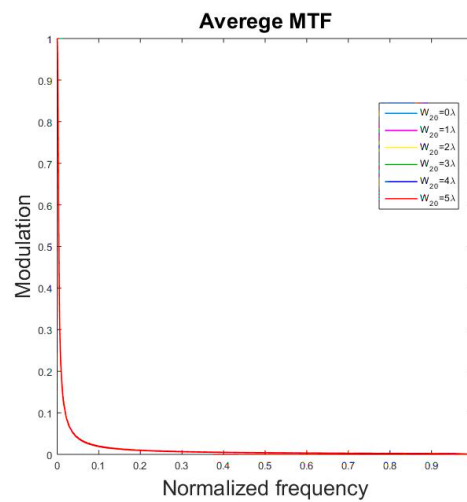


Fig. 3.16 MTF's de la placa de fase Jacobi-Fourier normalizada para valores de desenfoque de 0-5 lambdas.

3.4 Referencias

- [1] Zhou, L., Liu, Z., She, W., & Shan, Q. (2016). "Inverse sinusoidal phase mask to extend the depth of field of incoherent imaging systems," *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, **127**(20), 9105-9110.
- [2] Dowski, E. R., & Cathey, W. T. (1995). "Extended depth of field through wave-front coding," *Applied optics*, **34**(11), 1859-1866.
- [3] Carles, G., Carnicer, A., & Bosch, S. (2010). "Phase mask selection in wavefront coding systems: A design approach," *Optics and Lasers in Engineering*, **48**(7-8), 779-785.
- [4] Yang, Q., Liu, L., & Sun, J. (2007). "Optimized phase pupil masks for extended depth of field," *Optics Communications*, **272**(1), 56-66.
- [5] Prasad, S., Torgersen, T. C., Pauca, V. P., Plemmons, R. J., & van der Gracht, J. (2003). "Engineering the pupil phase to improve image quality," *Information Processing XII*(**5108**, 1-13). International Society for Optics and Photonics.
- [6] Muyo, G., Singh, A., Andersson, M., Huckridge, D., Wood, A., & Harvey, A. R. (2009). "Infrared imaging with a wavefront-coded singlet lens," *Optics express*, **17**(23), 21118-21123.
- [7] Muyo, G., Singh, A., Andersson, M., Huckridge, D., & Harvey, A. (2006). "Optimized thermal imaging with a singlet and pupil plane encoding: experimental realization," *Electro-Optical and Infrared Systems: Technology and Applications III* (**6395**,63950M).
- [8] Yuan, S., & Preza, C. (2012). "Improved Extended Depth-of-Field Microscopy through PSF Engineering and Robust Processing," *Computational Optical Sensing and Imaging* (CM2B-3).
- [9] Prasad, S., Torgersen, T. C., Pauca, V. P., Plemmons, R. J., & van der Gracht, J. (2004). "High-resolution imaging using integrated optical systems," *International journal of imaging systems and technology*, **14**(2), 67-74.
- [10] Kubala, K., Dowski, E., & Cathey, W. T. (2003). "Reducing complexity in computational imaging systems," *Optics Express*, **11**(18), 2102-2108.
- [11] González Amador. (2017) "Múltiples placas de fase bajo la base de polinomios Jacobi-Fourier para extender la profundidad de campo de un sistema óptico digital," Tesis de maestría. Universidad Politécnica de Tulancingo.
- [12] Iriarte, R., & Balderrama, V. (1990). Métodos numéricos. *Trillas, México*.

SISTEMA MICROSCÓPICO CON CODIFICACIÓN DEL FRENTE DE ONDA

Capítulo

4

Algunos de los parámetros más importantes a considerar en un sistema de microscopía óptica son la resolución y DoF , que están directamente relacionados con la NA . Se sabe que, cuando el valor de NA incrementa, la resolución aumenta, pero se reduce DoF . Cuando se requiere la inspección de muestras en un microscopio óptico, habitualmente tienen secciones enfocadas y desenfocadas dentro del mismo plano. Este hecho se debe a que el espesor de la muestra excede la DoF del objetivo de microscopio. La visualización de todo el volumen está restringida. A fin de $EDoF$ se realizó la implementación experimental de un sistema formador de imágenes para objetivo de microscopio con codificación del frente de onda.

En este capítulo se presentan las características del sistema y los elementos ópticos con los que se llevó a cabo el experimento. El trabajo realizado implica la caracterización y el modelado del sistema microscópico formador de imágenes con WFC. Los diferentes perfiles de las máscaras se desplegaron mediante el SLM .

4.1 Interferómetro Mach-Zehnder

Ludwig Mach y Ludwig Zehnder [1] proponen su interferómetro *Mach – Zehnder* ilustrado en la Figura 4.1. Un rayo de luz es dividido a través de un divisor de haz en dos partes siguiendo caminos distintos, formando ángulos rectos entre sí. Los espejos no regresan a los haces en la dirección que se originaron, sino que reflejan ambos rayos hacia un segundo divisor de haz. Si existe coherencia constante y diferencia de fase entre ambos caminos se produce la interferencia.

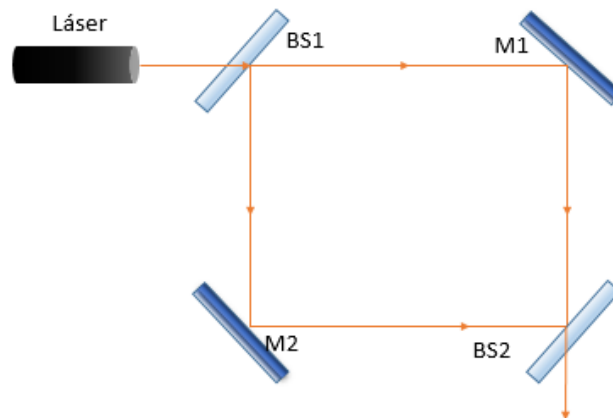


Fig. 4.1 Representación gráfica del interferómetro Mach-Zehnder.

4.2 Modulador espacial de luz (SLM)

Una pantalla de cristal líquido (*LCD*) se compone de un arreglo de píxeles bidimensionales, cada píxel puede permanecer encendido o apagado de manera independiente [2] y pueden actuar por reflexión o transmisión. En general las pantallas *LCD* más comerciales son las de estructura *Twisted – Nematic*, en estas pantallas el eje director del cristal líquido describe un giro de 90° , desde la cara de entrada hasta la cara de salida del *LCD* [3].

Resultados Experimentales

Existen numerosas aplicaciones donde los *LCD* pueden ser utilizados, tales como holografía digital [4], filtro interferencial sintonizable, modulador espacial de luz (*SLM*), etc. Los *SLM*, son elementos que permiten modificar las propiedades físicas del frente de onda, cambiando ya sea la fase o amplitud.

Para la caracterización del *SLM* se lleva a cabo un procedimiento que consiste en medir el desplazamiento entre franjas del patrón de interferencia. Esto ocurre cuando se hace una variación en los niveles de gris que son desplegados en el *SLM* [5] el procedimiento se describe a detalle en el Anexo B. Se utilizó un modulador *Holoeye LC – 2012* de transmisión que tiene una resolución de 1024×768 pixeles y un área activa de $36.9 \times 27.6 \text{ mm}$, cuya imagen se muestra en la Figura 4.2.

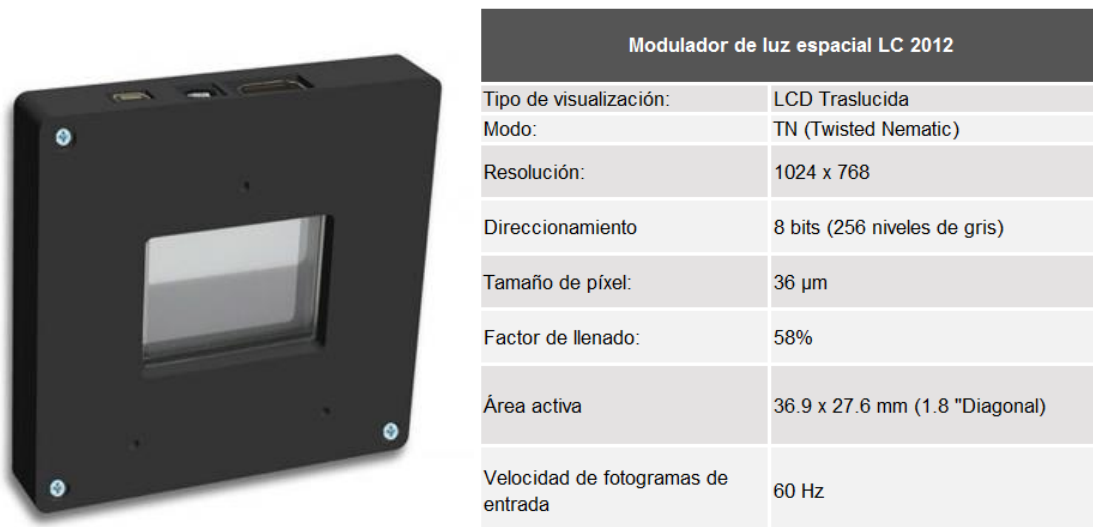


Fig. 4.2 Modulador Espacial *Holoeye LC – 2012* y tabla de especificaciones.

El siguiente paso consiste en obtener el interferograma que representa el perfil de la *PM* en los diferentes niveles de gris. Dicho interferograma no es más que el cambio de fase correspondiente al mapa de alturas que queremos transferir al *SLM* y se genera mediante un algoritmo en el paquete de software Matlab®. A partir de la configuración

Resultados Experimentales

del *SLM*, se pudieron desplegar los interferogramas correspondientes a los perfiles de las diferentes *PM*. En la Figura 4.3 se muestra el interferograma que se genera a partir de la *PM* Cúbica.

En la Figura 4.4, el correspondiente a la *PM* Trefoil. Finalmente, en la Figura 4.5 el referente a la *PM* Jacobi-Fourier. Además, la implementación permite realizar la variación de la apertura y fuerza.

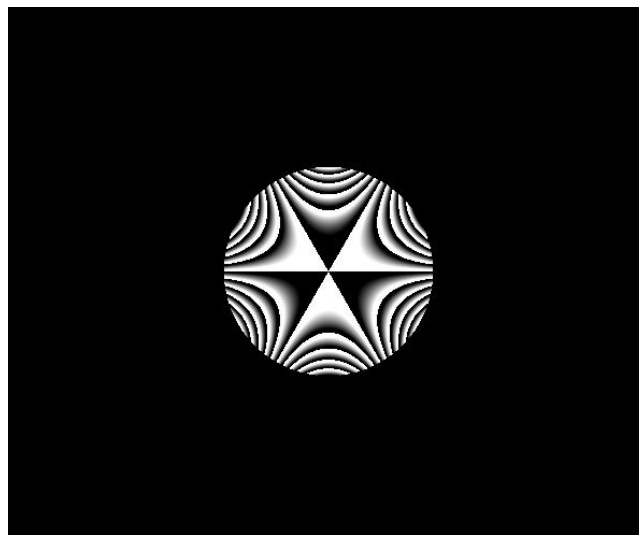


Fig. 4.3 Interferograma correspondiente a la *PM* Trefoil.

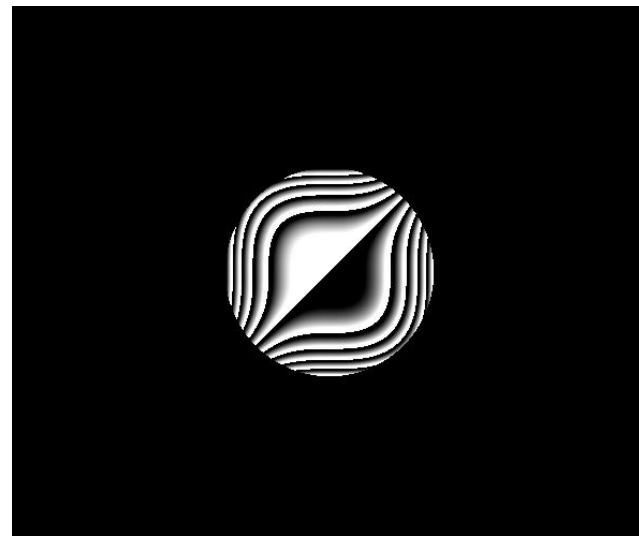


Fig. 4.4 Interferograma correspondiente a la *PM* Cúbica.

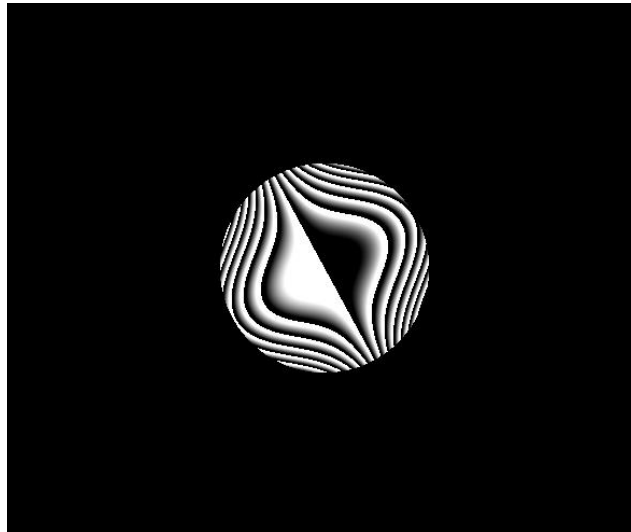


Fig. 4.5 Interferograma correspondiente a la *PM* Jacobi-Fourier.

4.3 Arreglo experimental de sistema de WFC

El sistema óptico que se utilizó en el laboratorio es un arreglo óptico-digital, este sistema híbrido permite aplicar la técnica de *WFC*, está formado de dos brazos de iluminación (una fuente puntual y una fuente extendida) y un segmento común de *WFC* que permite capturar la imagen para realizar posteriormente el procesamiento digital. El sistema contiene un dispositivo óptico que ayuda en la medición de la *DoF*. A continuación, se describe con mayor detalle la función y los elementos ópticos pertenecientes tanto para cada brazo de iluminación como para el segmento común.

El esquema del montaje experimental es mostrado en la Figura 4.6. En las líneas continuas se muestra el trazo de rayos a través de todo el sistema óptico y en las líneas discontinuas los planos conjugados.

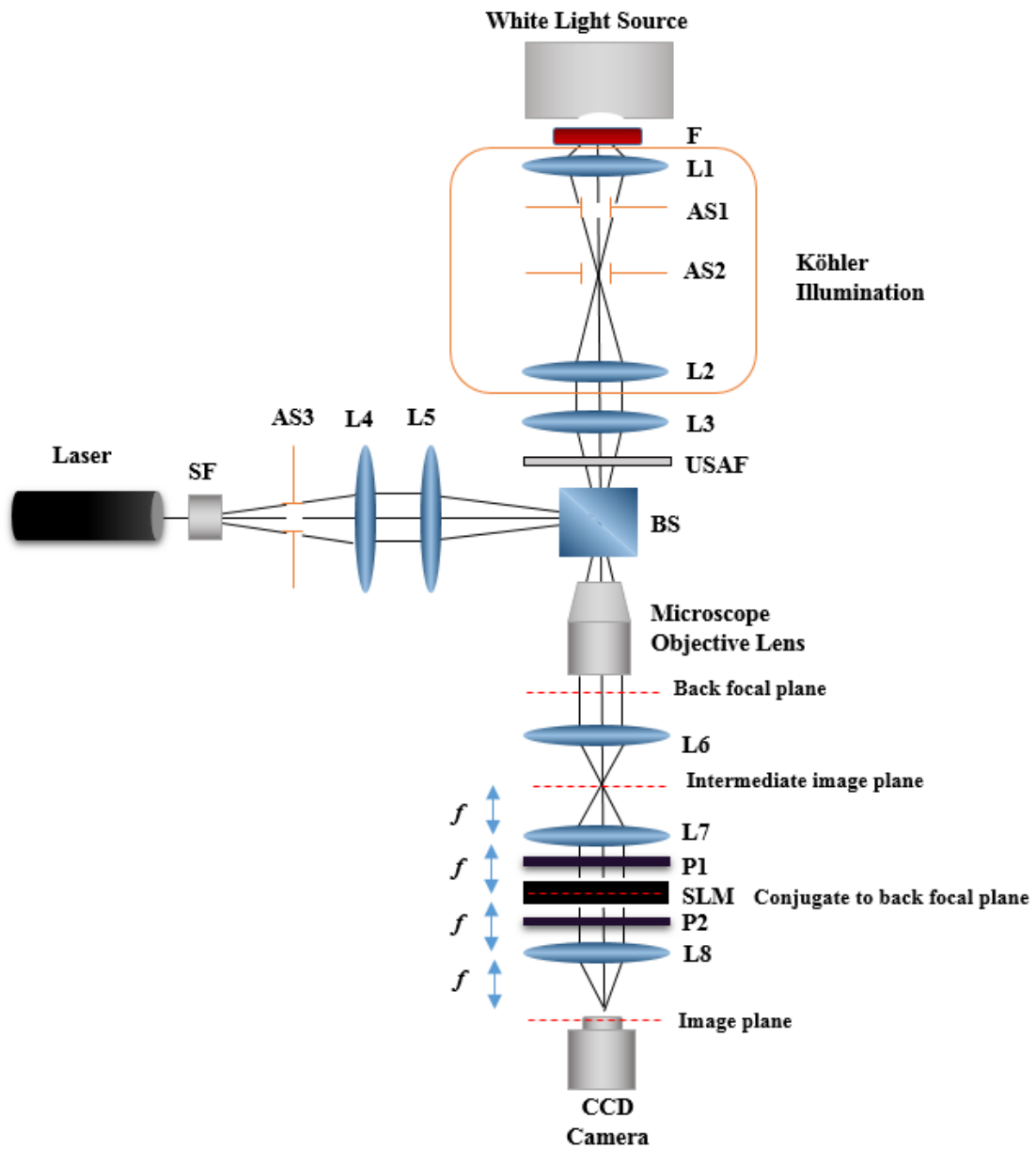


Fig. 4.6 Esquema del arreglo experimental *WFC*.

Resultados Experimentales

El primer brazo consta de un láser, con una longitud de onda de emisión de 632.8 nm que tras atravesar todo el sistema óptico incluido el *SLM*, permitirá obtener de cada *PM* su *PSF* asociada. Además, se utiliza un pin-hole de $25\ \mu\text{m}$ junto con un objetivo de microscopio de $10\times$ montados en un filtro espacial para generar una fuente puntual (*SF*). La fuente puntual crea un disco de Airy del que se toma únicamente el orden central utilizando un diafragma (*AS3*). Posteriormente el haz de luz es colimado usando una lente convergente de longitud focal de 15 cm (*L4*).

Una vez que el haz está colimado, se coloca una lente convergente con longitud focal de 10 cm (*L5*) para lograr que el haz ingrese al objetivo de microscopio Mitutoyo M Plan Apo de $2\times$, colocado en el segmento del sistema microscópico de WFC y tenga una salida de rayos de forma paralela. Finalmente, con ayuda de un polarizador se puede variar la intensidad del haz de luz.

En el segundo brazo, se emplea una fuente de luz blanca *Fiber – Lite® MH – 100* para iluminar. Mediante el uso de un filtro de 610 nm (*F*) podemos tener una iluminación monocromática. Un sistema de iluminación Köhler, mostrado en la Figura 4.7, cuya función es iluminar la muestra de manera uniforme [7] es implementado. La iluminación Köhler requiere de los siguientes dispositivos ópticos; una lente colectora (*L1*), encargada de recolectar los rayos, un diafragma de campo que al abrirse o cerrarse modifica el campo visual sin variar la iluminación (*AS1*), un diafragma de apertura con el que se controla intensidad de luz (*AS2*)[8] y una lente condensadora que se encargará de concentrar todos los rayos sobre la muestra (*L2*).

Resultados Experimentales



Fig. 4.7 Arreglo experimental iluminación Köhler.

Posteriormente, se coloca una lente convergente con longitud focal de 14.5 cm, esta lente ayuda al ingreso de los rayos en el objetivo de microscopio mencionado anteriormente ($L3$). Por último, se coloca una tarjeta para pruebas de resolución USAF 1951 en el plano objeto, mostrada en la Figura 4.8.

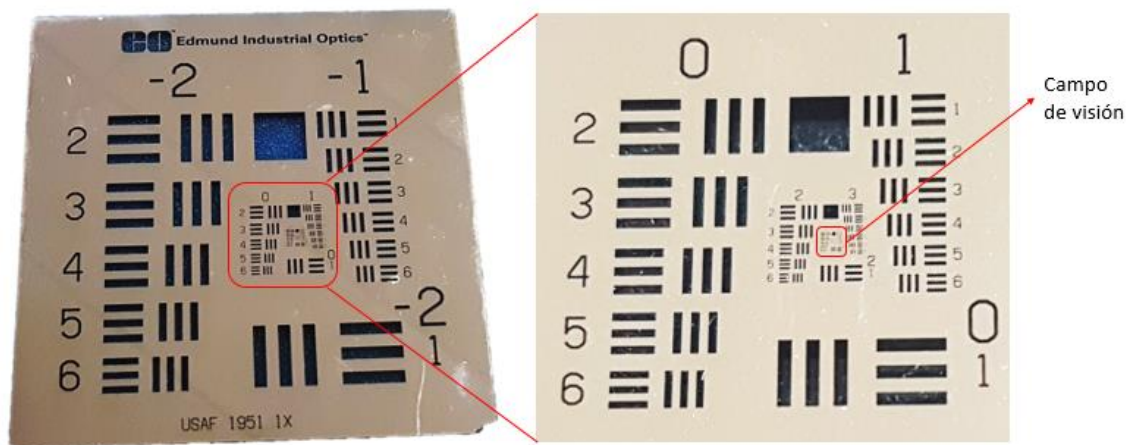


Fig. 4.8 Tarjeta de resolución USAF 1951.

El segmento de WFC para ambos brazos consiste en una serie de elementos ópticos elegidos y colocados para obtener un plano conjugado con el plano del objeto, en ese

Resultados Experimentales

punto es colocado el *SLM* permitiendo realizar la codificación de la imagen. Para conseguir que el sistema de *WFC* pueda codificar las imágenes, los elementos se dispusieron de la siguiente forma: el primer elemento es un divisor de haz (*BS*) que permite unir la los rayos procedentes del primer brazo mediante la reflexión y del segundo brazo mediante transmisión.

El objetivo de microscopio de $2x$ es colocado detrás del divisor de haz, específicamente este dispositivo encargado de formar la imagen del objeto es de gran interés, puesto que, se desea incrementar su *DoF*. Una lente convergente de longitud focal de 10 cm es ubicada después del objetivo de microscopio para poder generar los planos conjugados de la imagen del objeto (*L6*).

Adicionalmente, se implementa un sistema llamado $4f$, utilizado para el procesamiento óptico mediante dos lentes de igual focal ($f = 10\text{ cm}$) colocadas foco a foco (*L7 – L8*). Este sistema permite trasladar la imagen en la salida del objetivo de microscopio a un plano conjugado al plano focal posterior [9] donde se coloca el *SLM* en medio de dos polarizadores (*P1 – P2*), de esta manera se puede desplegar dinámicamente la máscara de fase responsable de la modulación de la luz que incide.

Las imágenes generadas por el sistema completo son adquiridas mediante una cámara *CMOS, PixeLink PL – B776F* de 3.1 MP , resolución de 1280×1024 y 27 fps . En la Figura 4.9 se muestra el arreglo experimental descrito anteriormente, utilizando el *SLM Holoeye LC2012* para un sistema de *WFC*.

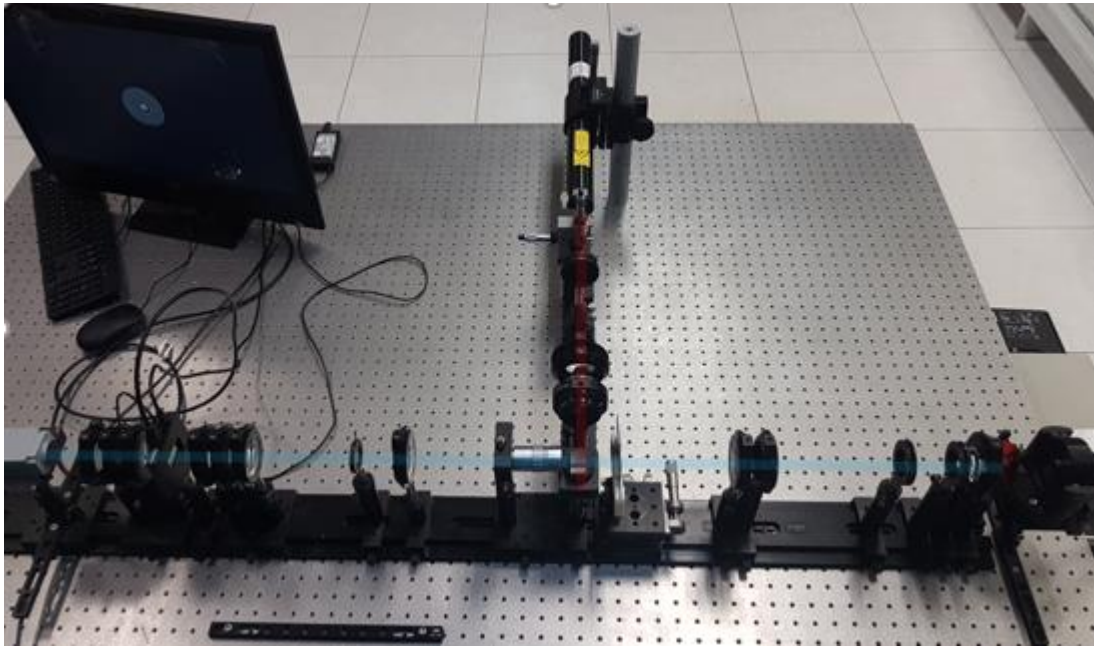


Fig. 4.9 Arreglo experimental *WFC*.

4.4 Referencias

- [1] Rossi, B. (1978). *Fundamentos de óptica*. Reverté. 142
- [2] Yeh, P., & Gu, C. (2010). *Optics of liquid crystal displays*. 67. John Wiley & Sons.
- [3] Riachi, S. M., Carreño, C., Constable, L., Tarabaín, P., Freitas, M., & Guilevski, C. G. (2005). “Cristales líquidos: un ejemplo fantástico de aplicación tecnológica de las propiedades de la materia.”
- [4] Minguez, A. M., & Horche, P. R. (2006). “Design of a device with wavelength multiplexing and routing functions using dynamic holography on SLMs,” *Optics communications*, 263, 2, 166-170
- [5] Fuentes, J. L. M., Fernández, E. J., Prieto, P. M., & Artal, P. (2016). “Interferometric method for phase calibration in liquid crystal spatial light modulators using a self-generated diffraction-grating,” *Optics Express*, 24(13), 14159-14171.
- [6] Hermerschmidt, A. (2009). “Experimental modules covering imaging, diffraction, Fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell SLM,” *Optics and Photonics (EMA6)*.
- [7] Hecht, E. (2006). *Óptica. Tercera Edición*. Editorial Pearson-Addison Wesley. Madrid.
- [8] MicroscopyU, N. Interactive Java Tutorials website, “*Digital Camera Resolution Requirements for Optical Microscopy*,”(2000-2004), available at <http://www.microscopyu.com/tutorials/java/digitalimaging/pixelcalculator>.
- [9] Backer, A. S., & Moerner, W. E. (2014). “Extending single-molecule microscopy using optical Fourier processing,” *The Journal of Physical Chemistry B*, 118(28), 8313-8329.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Capítulo

5

En este capítulo se muestran las imágenes recuperadas y los resultados experimentales obtenidos durante el desarrollo del trabajo de tesis. Se describe el procedimiento realizado para extender la *DoF* de un objetivo de microscopio en un sistema formador de imágenes basado en la técnica de *WFC*. Se analizan las imágenes digitales las *PSF* experimentales para comparar con las reportadas en la literatura. Adicionalmente, se presenta la validación de los resultados para un sistema microscópico formador de imágenes de *WFC*. Se analiza el desempeño de las máscaras de fase Cúbica, Trefoil y Jacobi-Fourier, con el propósito de evaluar cada una. Los resultados se comparan en términos de la *EDoF* y la resolución.

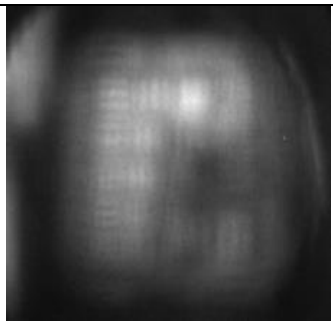
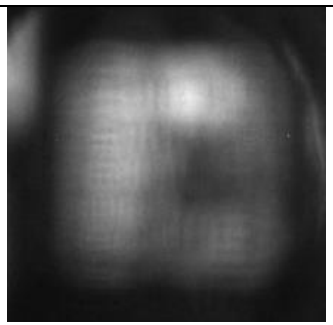

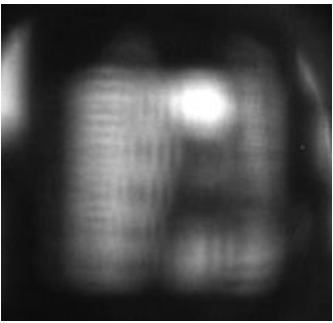
5.1 Sistema microscópico 2x sin placa de fase

Utilizando el montaje de la Fig. 4.10, se realizó la valoración experimental de la técnica de *WFC*. En este caso se utilizó como objeto de prueba la tarjeta de resolución *USAF* 1951, iluminada por transmisión con una fuente de luz blanca y un filtro de 610 nm. El campo de visión de la tarjeta se determina por un diafragma que tiene una apertura de 7mm de diámetro. El montaje de la tarjeta *USAF* se hizo en una base con tornillo micrométrico que permitió centrar el objeto en el campo de visión. Asimismo, se usa un segundo tornillo micrométrico para desplazamientos axiales con fines de enfocamiento/desenfocamiento. El protocolo de medidas que seguimos fue el siguiente,

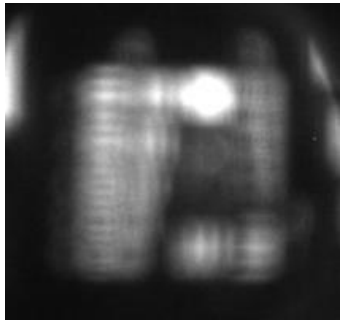
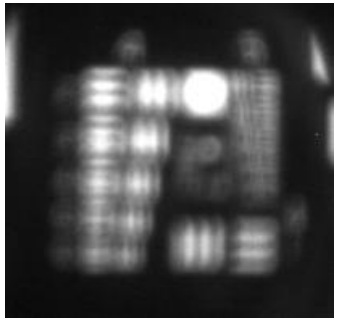

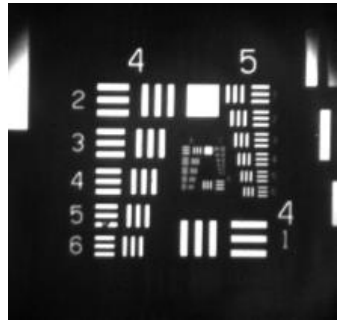
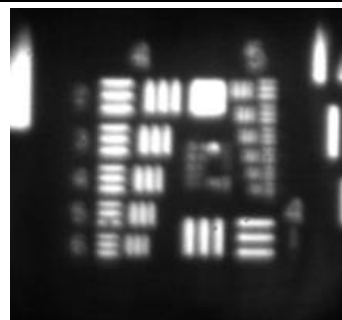



Resultados Experimentales

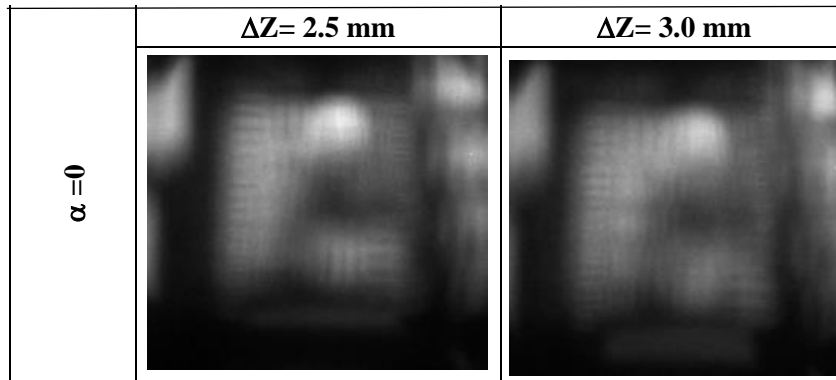
se digitalizó el plano imagen enfocado de la tarjeta de resolución *USAF* usando en el software de la cámara con ausencia del *SLM*. A partir de ese punto, se capturaron imágenes en diferentes planos con incrementos $\Delta Z = 0.5\text{mm}$ en un rango axial de $[-3.5\text{ mm a } 3\text{ mm}]$. Con este proceso se pudieron obtener las imágenes resultantes de un sistema óptico convencional, sin máscara de fase. Las imágenes digitales formadas por el sistema óptico sin el uso de la *PM* son mostradas en la Tabla 5.1

Tabla 5.1 Imágenes formadas por un sistema convencional en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$.

Fuerza	$\Delta Z = -3.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -3\text{ mm}$
$\alpha = 0$		
$\alpha = 0$	$\Delta Z = -2.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -2.0\text{ mm}$
		

Resultados Experimentales

$\alpha = 0$	$\Delta Z = -1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -1.0 \text{ mm}$
		
$\alpha = 0$	$\Delta Z = -0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 0 \text{ mm}$
		
$\alpha = 0$	$\Delta Z = 0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 1.0 \text{ mm}$
		
$\alpha = 0$	$\Delta Z = 1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 2 \text{ mm}$
		



5.2 Sistema microscópico 2x con *PM*

Como se señaló en capítulos anteriores, una forma posible de implementar la *PM* dentro de un sistema óptico de *WFC* es mediante un *SLM*. Este dispositivo puede modular la luz en función de una curva de operación, que proporciona información según el nivel de gris asignado a cada píxel. Al funcionar el *SLM* como placa de fase, el siguiente paso consistió en introducir el *SLM* en la pupila de salida del sistema óptico. Mediante un algoritmo desarrollado en la plataforma de software Matlab® se proyectaron los interferogramas con los niveles de gris de 50 – 190. Esto se realizó para los diferentes perfiles a comparar, alineando su posición con el eje óptico del sistema. Se digitalizaron las imágenes formadas por el sistema usando diferentes *PM*, en el mismo rango axial que el sistema anterior. La imagen de la proyección del perfil de la *PM* es mostrada en la Fig. 5.1.

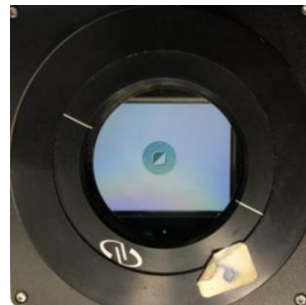


Fig. 5.1 Proyección del perfil de la *PM* Cúbica en el *SLM*.

Resultados Experimentales

A continuación, se muestran los resultados correspondientes a la valoración experimental de la técnica de *WFC*, comenzando por el estudio correspondiente del interferograma con su *PSF* asociada. Para cada perfil de *PM* se obtiene la *PSF* numérica y experimental. En la Figura 5.2 se muestran la a) *PSF* numérica y b) experimental generadas a partir de la *PM* cúbica. Se puede observar que el patrón de difracción de la fuente puntual obtenido experimentalmente corresponde al reportado en la literatura. De manera análoga, se obtuvo la *PSF* de la *PM* Trefoil. El resultado para esta *PM*, numérico y experimental se presenta en la Figura 5.3 a) y b) respectivamente. La *PSF* de la *PM* Jacobi-Fourier propuesta en este trabajo de tesis, es mostrada en la Figura 5.4 a) y b) respectivamente.

Por otra parte, se pudo verificar que la *PSF* modifica su tamaño al realizar un cambio en el valor de la fuerza en la proyección del perfil en el *SLM*, este cambio se puede apreciar en la Figura 5.5 utilizando la *PM* cúbica con los valores para $\alpha = 5, 10, 15$ y 20 .

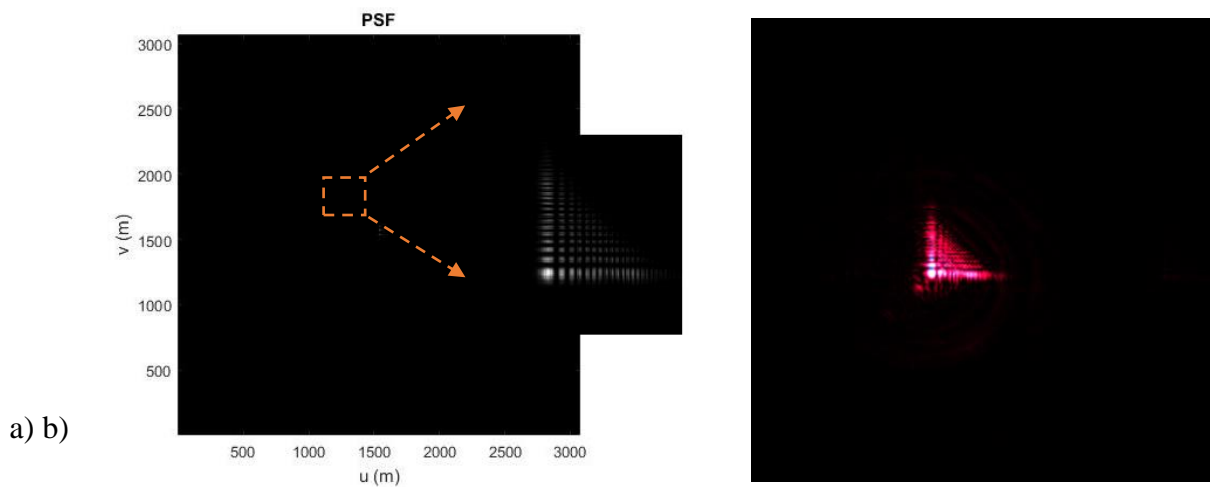


Fig. 5.2 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la *PM* cúbica.

Resultados Experimentales

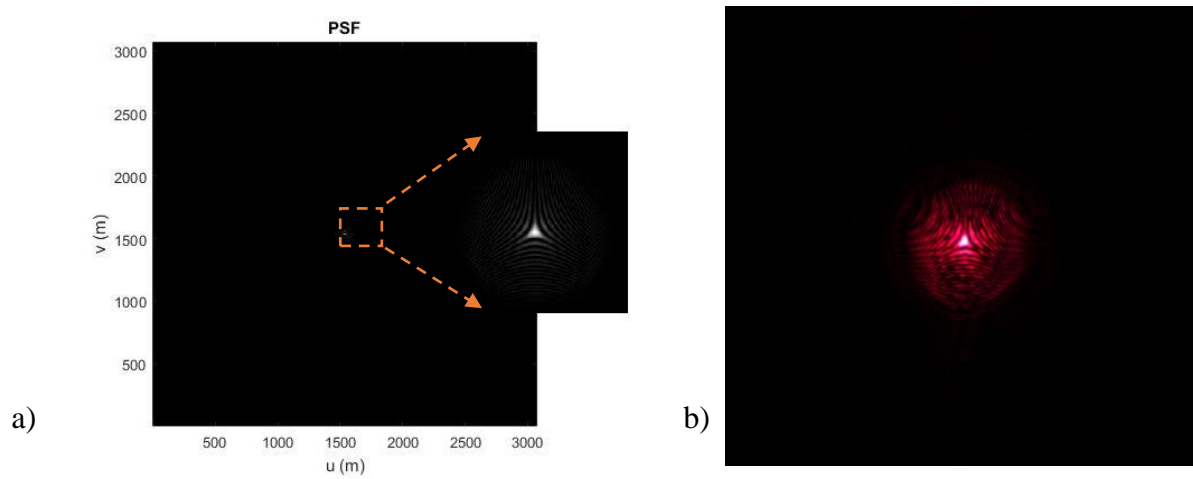


Fig. 5.3 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la *PM* Trefoil.

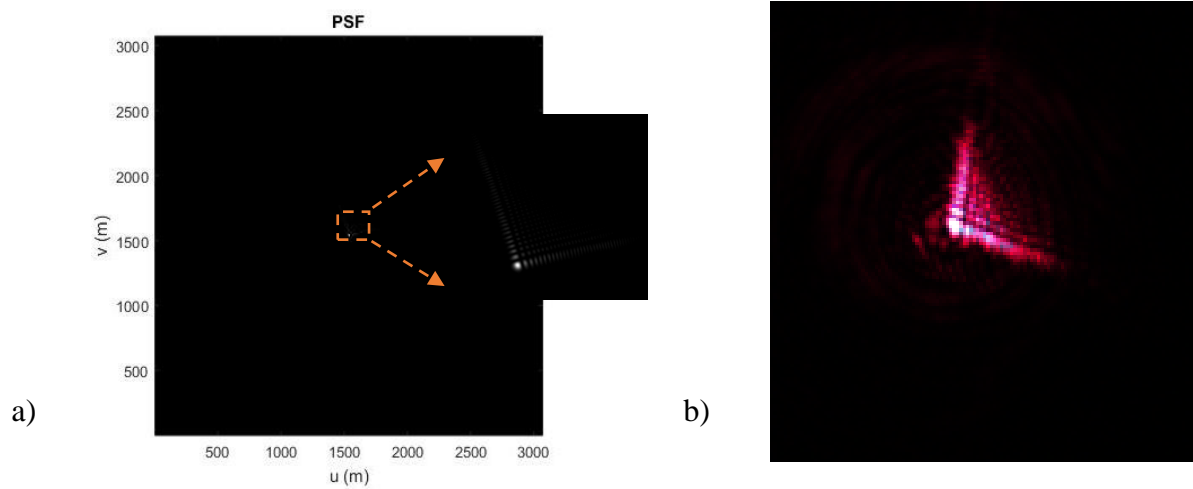


Fig. 5.4 PSF a) numérica y b) experimental correspondiente a la *PM* Jacobi-Fourier.

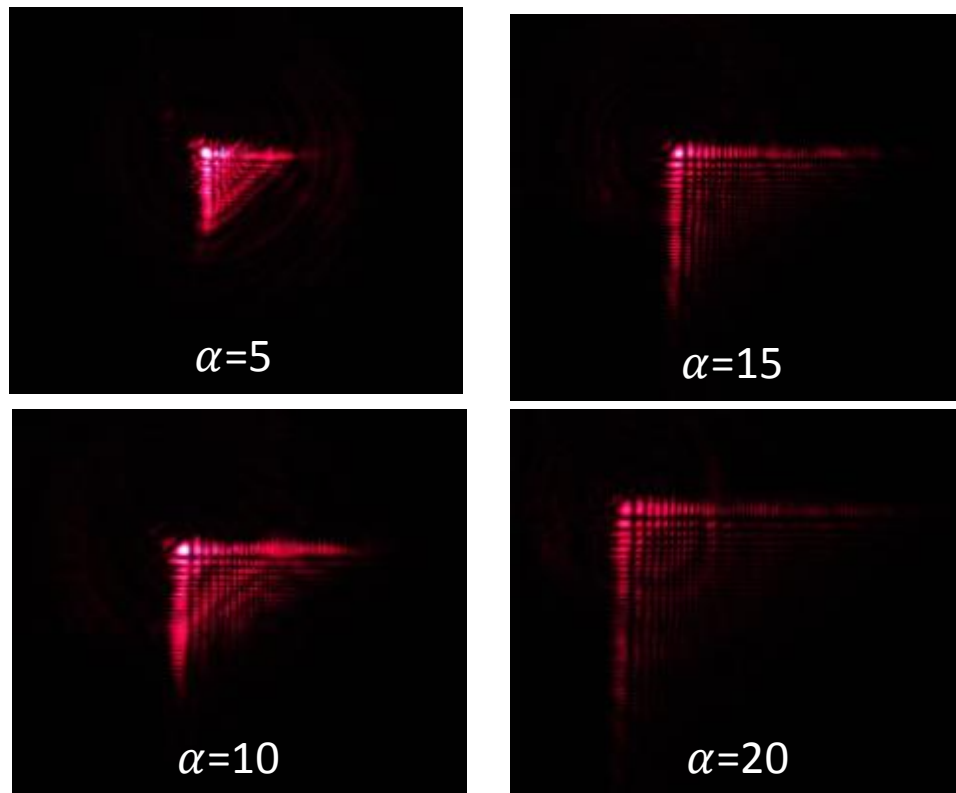
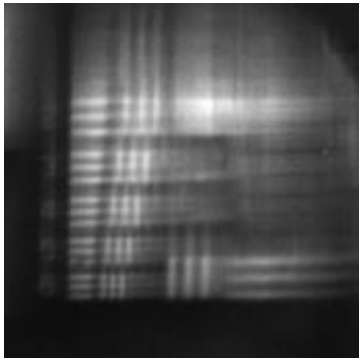
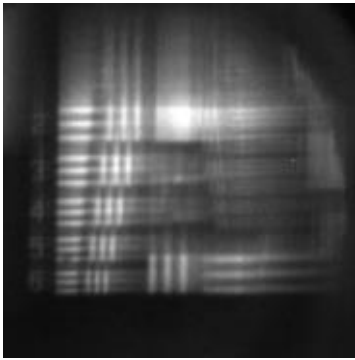
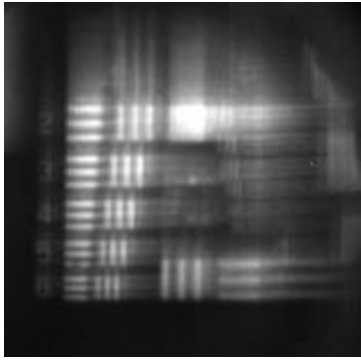
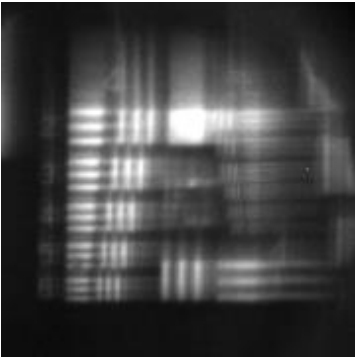


Fig. 5.5 Variación de la PSF experimental de la PM Cúbica al cambiar los valores de $\alpha = 5, 10, 15$ y 20

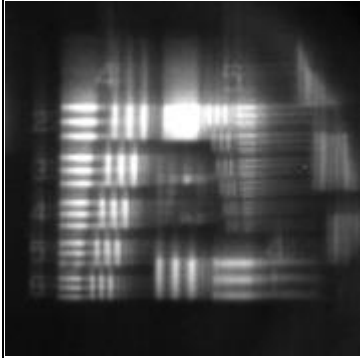
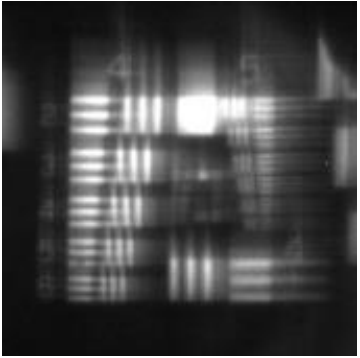
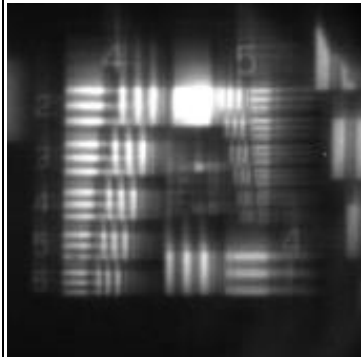
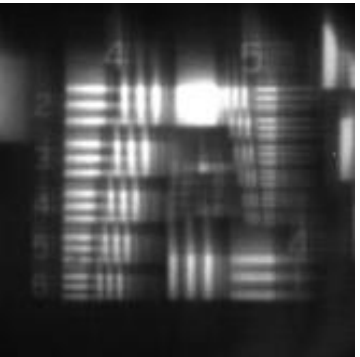
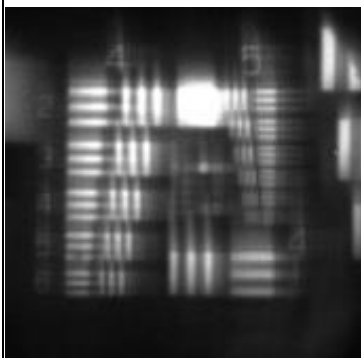
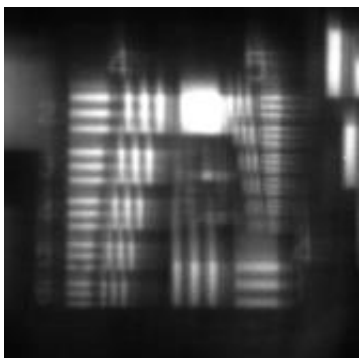
Como se describió en la parte experimental, inicialmente se realizó un barrido axial y se capturo una imagen cada 0.5mm antes y después del punto ahora con el uso del SLM. En el experimento, se desplego el perfil de la PM cúbica, con esto se pudo obtener la imagen codificada, los resultados se muestran en la Tabla 5.2.

Resultados Experimentales

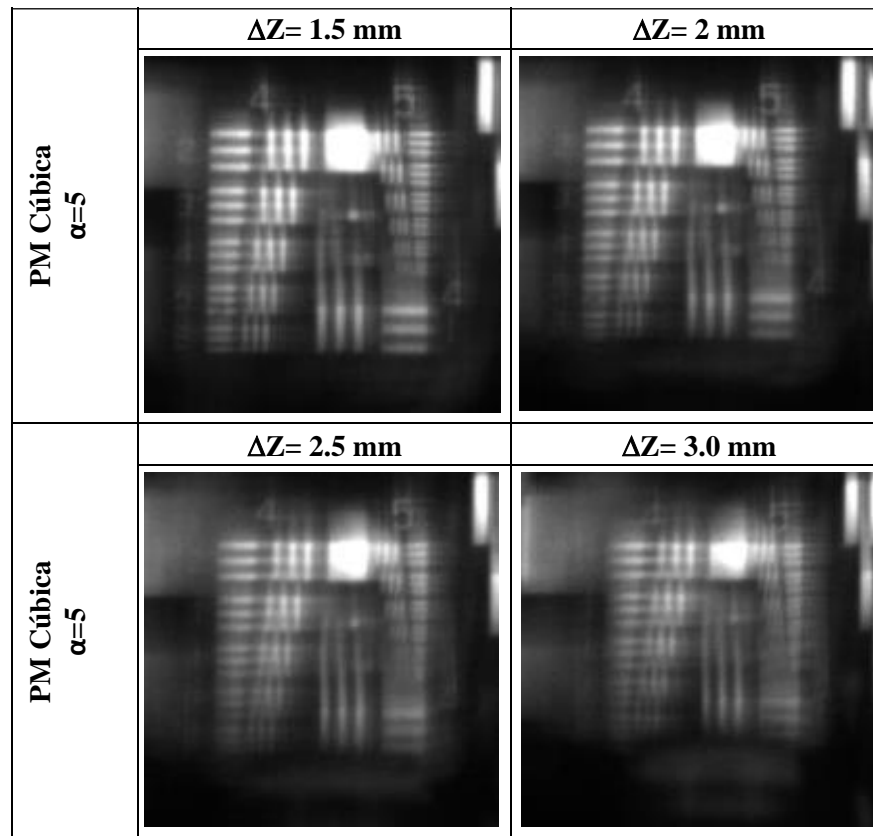
Tabla 5.2 Imágenes formadas por un sistema microscópico de *WFC* usando la *PM* cúbica en distintos planos cada 0.5 *mm* en un rango de $[-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$.

Imágenes Codificadas PM Cúbica		
Fuerza	$\Delta Z = -3.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -3 \text{ mm}$
PM Cúbica $\alpha = 5$		
		

Resultados Experimentales

PM Cúbica $\alpha=5$	$\Delta Z = -1.5$ mm		$\Delta Z = -1.0$ mm	
	$\Delta Z = -0.5$ mm		$\Delta Z = 0$ mm	
PM Cúbica $\alpha=5$	$\Delta Z = 0.5$ mm		$\Delta Z = 1.0$ mm	

Resultados Experimentales



Se puede observar que, aunque el valor de desenfoque se incremente, las imágenes presentan un nivel similar de emborronamiento. Con la finalidad de disminuir el ruido en las imágenes capturadas por el sensor, se diseñó un algoritmo en el paquete de software Matlab® en donde se capturan 15 imágenes. Posteriormente las imágenes para cada posición ΔZ son promediadas a fin de obtener una única imagen codificada con el menor ruido posible.

El uso de un sistema basado en *WFC* involucra el procesamiento de las imágenes adquiridas, ya que presentan un cierto grado de degradación relacionado con la máscara utilizada para la codificación. La restauración requiere de un filtro digital. Considerando

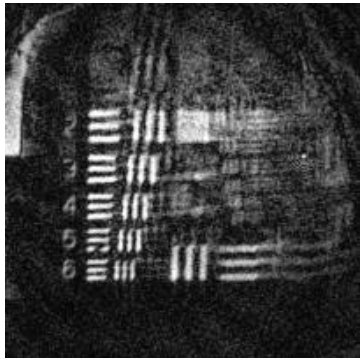
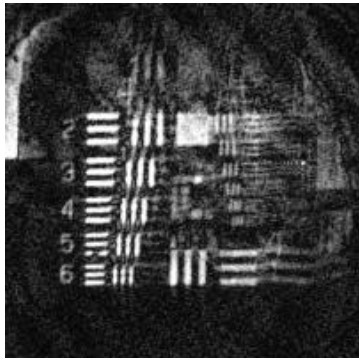
Resultados Experimentales

como restauración de imagen todo proceso cuyo objetivo sea reconstruir o recuperar una imagen degradada a partir de la información disponible o conocida sobre el proceso de degradación [1].

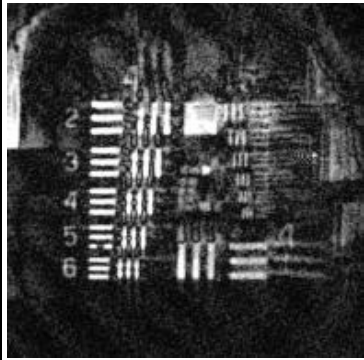
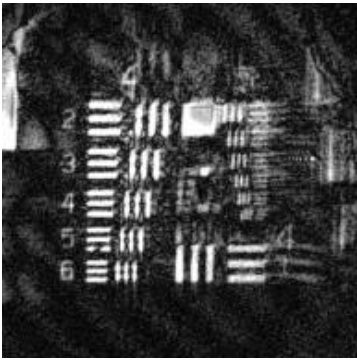
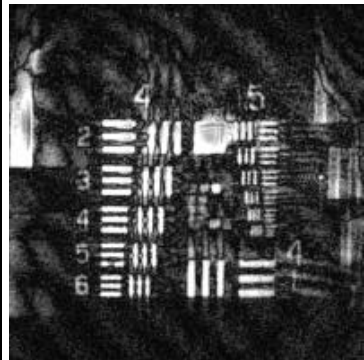
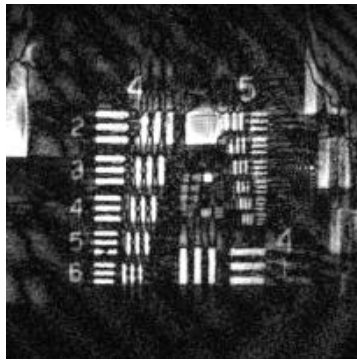
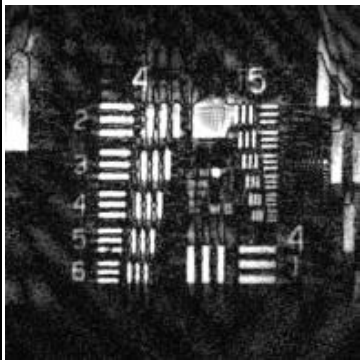
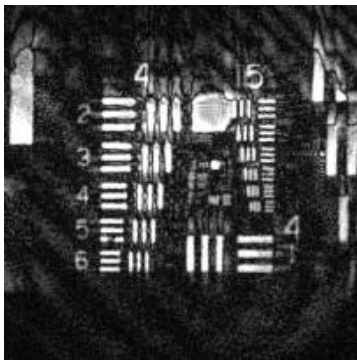
El siguiente paso consiste en aplicar la técnica de deconvolución en el marco de la restauración de imágenes. En nuestro caso implica deshacer los efectos que provocó la convolución de la imagen con la *PSF* del sistema formador de imágenes. Se realizó un algoritmo utilizando el filtro de Wiener. En cierto rango axial las imágenes se recuperan en un grado significativo de similitud con respecto a la imagen producida por el sistema convencional. El proceso permite la reconstrucción de la imagen con un mayor rango de *DoF*. Sin embargo, existe una pérdida de contraste.

Los resultados de la restauración para el caso de la *PM* cúbica son mostrados en la tabla 5.3.


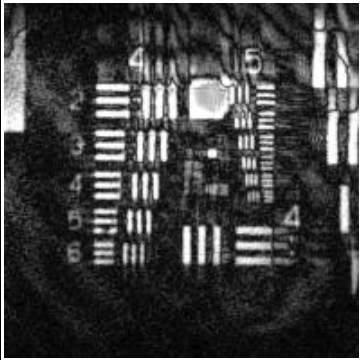
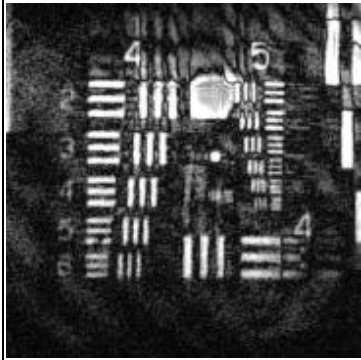
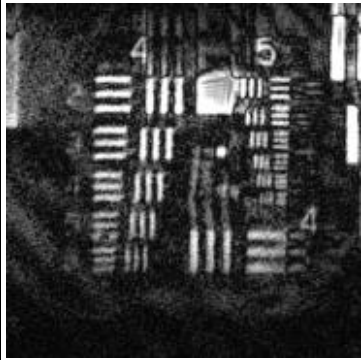
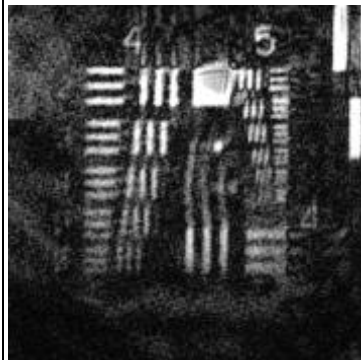
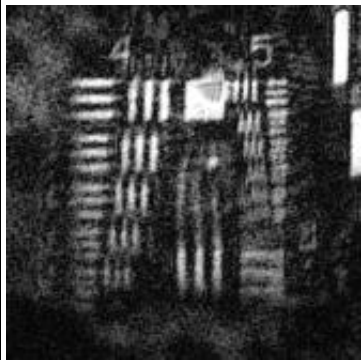
Tabla 5.3 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$ en el caso de la *PM* cúbica.

Imágenes Decodificadas PM Cúbica		
Fuerza	$\Delta Z = -3.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -3\text{ mm}$
PM Cúbica $\alpha = 5$ Filtro de Wiener		

Resultados Experimentales

PM Cúbica $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= -2.0 \text{ mm}$
		
PM Cúbica $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= -1.0 \text{ mm}$
		
PM Cúbica $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 0 \text{ mm}$
		

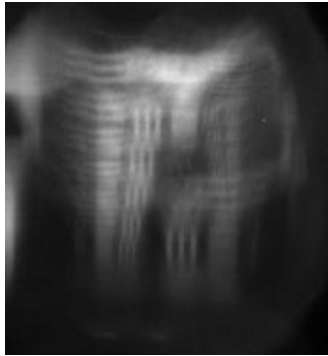
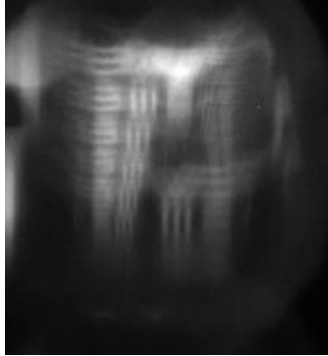
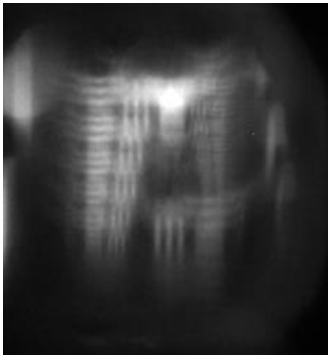
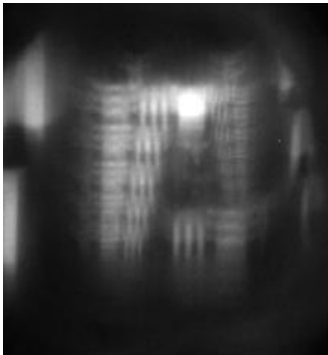
Resultados Experimentales

PM Cúbica $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= 0.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 1.0 \text{ mm}$	
	$\Delta Z= 1.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 2 \text{ mm}$	
PM Cúbica $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= 2.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 3.0 \text{ mm}$	

Resultados Experimentales

A continuación, se presentan los resultados experimentales con el estudio correspondiente a la máscara de fase Trefoil con una fuerza de 5λ , cuyo procedimiento fue el mismo que el anterior. En la tabla 5.4 se muestran las imágenes codificadas para esta *PM*. En esta tabla se puede observar que el grado de emborronamiento también es similar, pero en un rango menor. En la etapa de decodificación se obtuvieron los resultados que son mostrados en la tabla 5.5.

Tabla 5.4 Imágenes formadas por un sistema microscópico de *WFC* usando la *PM* trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$.

Imágenes Codificadas PM Trefoil		
Fuerza	$\Delta Z = -3.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -3\text{ mm}$
PM Trefoil $\alpha=5$		
	$\Delta Z = -2.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -2.0\text{ mm}$
PM Trefoil $\alpha=5$		

Resultados Experimentales

PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z = -1.5$ mm		$\Delta Z = -1.0$ mm	
	$\Delta Z = -0.5$ mm		$\Delta Z = 0$ mm	
PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z = 0.5$ mm		$\Delta Z = 1.0$ mm	

Resultados Experimentales

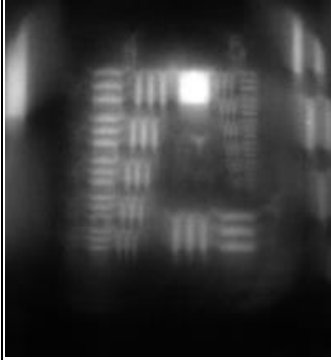


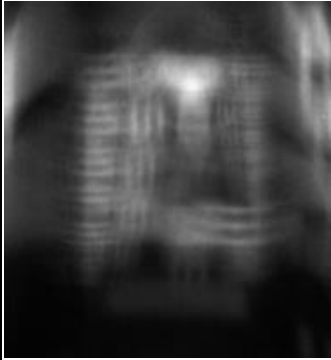


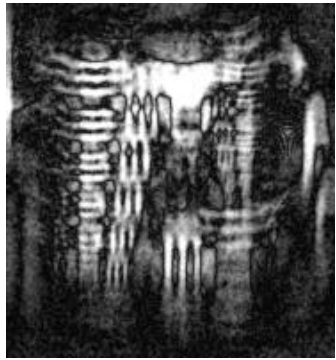

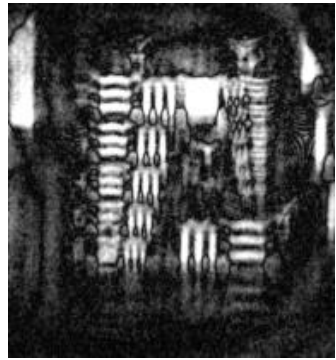


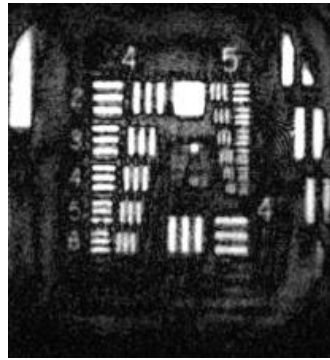
PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z= 1.5$ mm	$\Delta Z= 2$ mm
		
PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z= 2.5$ mm	$\Delta Z= 3.0$ mm
		

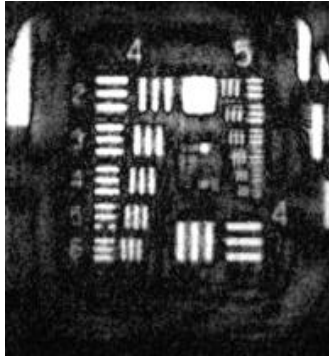
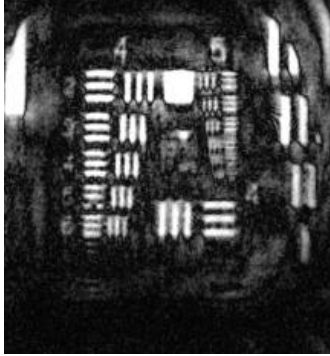
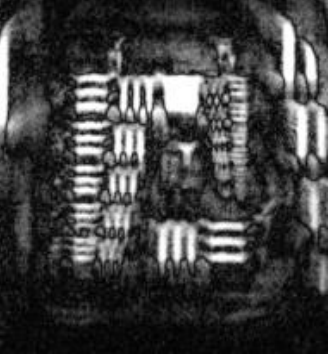
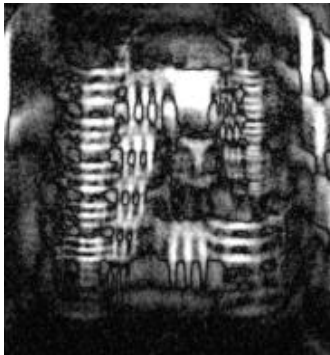
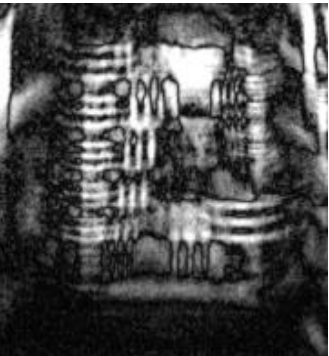

Tabla 5.5 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5$ mm , 3.0 mm] en el caso de la PM Trefoil.

Imágenes Decodificadas PM Trefoil		
Fuerza	$\Delta Z= -3.5$ mm	$\Delta Z= -3$ mm
PM Trefoil $\alpha =5$ Filtro de Wiener		

Resultados Experimentales

PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -2.5$ mm	$\Delta Z= -2.0$ mm
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -1.5$ mm	$\Delta Z= -1.0$ mm
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= -0.5$ mm	$\Delta Z= 0$ mm
		

Resultados Experimentales

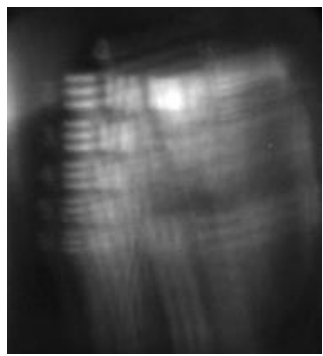
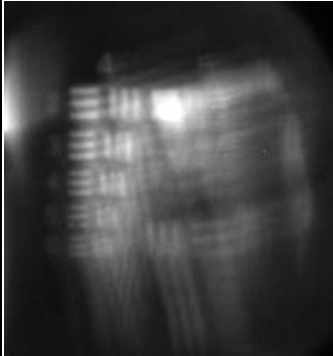


PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= 0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 1.0 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= 1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 2 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z= 2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 3.0 \text{ mm}$
		

Se presentan los resultados correspondientes al perfil de Jacobi-Fourier, con la finalidad de observar que esta máscara es capaz de *EDoF* gracias a su similitud con la



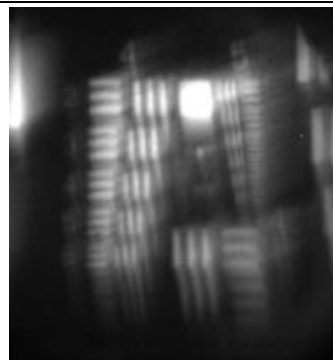



Resultados Experimentales

PM Cúbica. Igualmente se busca tener un desempeño mejor en cuanto a reducir la cantidad de artefactos en la restauración de la imagen. El proceso de obtención de las imágenes se realizó mediante la misma técnica, estas imágenes se presentan en la tabla 5.6. Las imágenes restauradas se encuentran en la tabla 5.7.

Tabla 5.6 Imágenes formadas por un sistema microscópico de *WFC* usando la *PM* Jacobi-Fourier en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$.

Imágenes Codificadas <i>PM</i> Jacobi-Fourier		
Fuerza	$\Delta Z = -3.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -3 \text{ mm}$
<i>PM</i> Jacobi-Fourier $\alpha=5$		
<i>PM</i> Jacobi-Fourier $\alpha=5$	$\Delta Z = -2.5 \text{ mm}$ 	$\Delta Z = -2.0 \text{ mm}$ 

Resultados Experimentales

<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=5$	$\Delta Z = -1.5$ mm		$\Delta Z = -1.0$ mm	
	$\Delta Z = -0.5$ mm		$\Delta Z = 0$ mm	
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=5$	$\Delta Z = 0.5$ mm		$\Delta Z = 1.0$ mm	

Resultados Experimentales





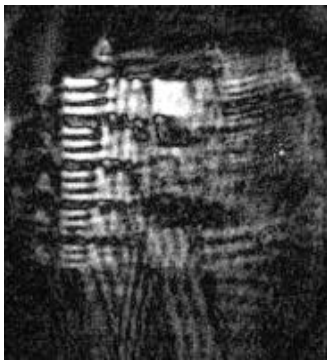

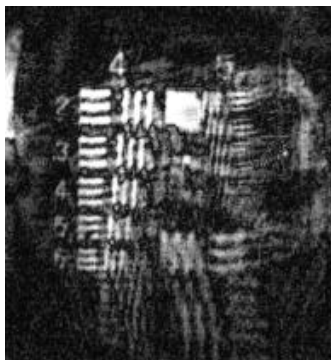

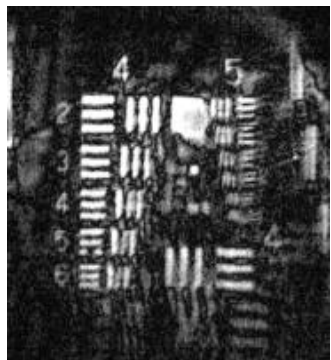
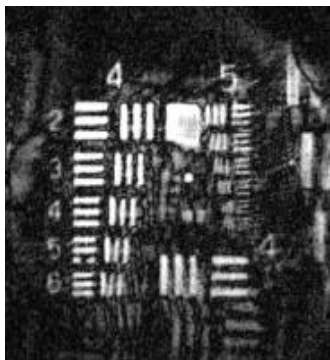
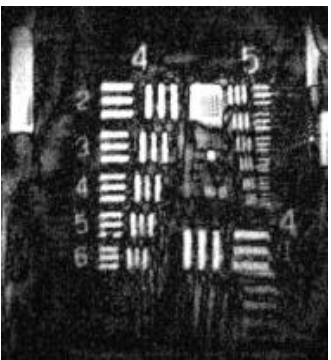
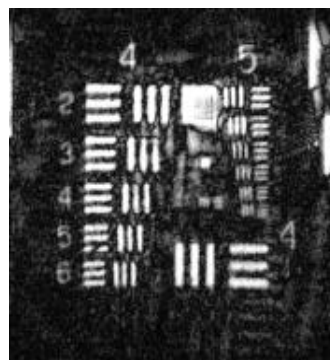
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=5$	$\Delta Z= 1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 2 \text{ mm}$
		
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=5$	$\Delta Z= 2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 3.0 \text{ mm}$
		

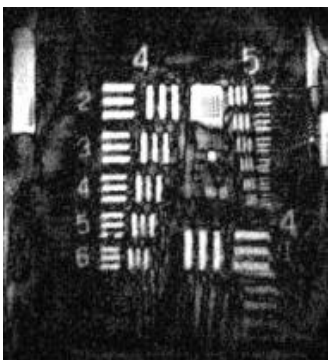
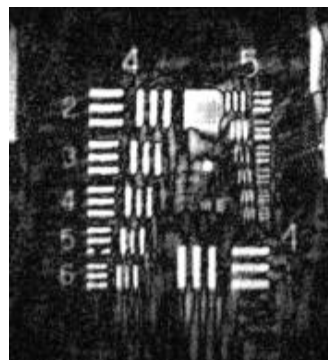
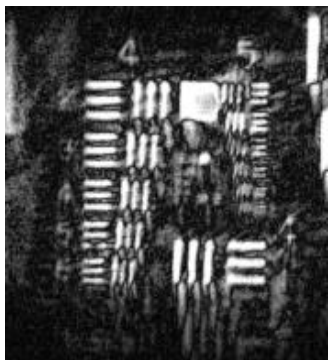
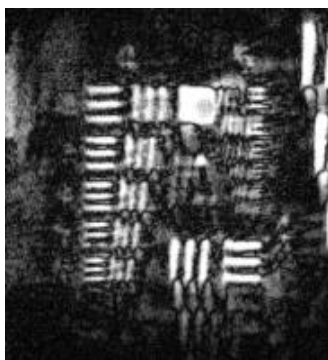
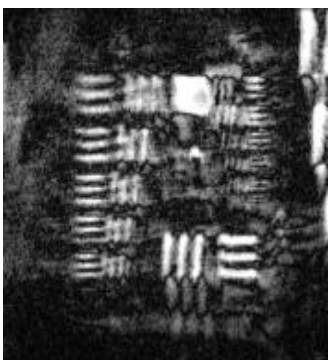
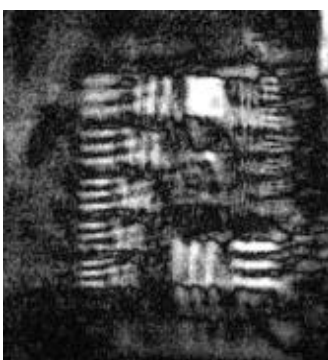
Tabla 5.7 Imagen decodificada mediante el filtro de Wiener para cada plano, capturadas cada 0.5 mm en un rango de $[-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$ en el caso de la PM Jacobi -Fourier.

Imágenes Decodificadas PM Jacobi-Fourier		
Fuerza	$\Delta Z= -3.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= -3 \text{ mm}$
<i>PM Jacobi- Fourier</i> $\alpha =5$ Filtro de Wiener		

Resultados Experimentales

PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = -2.5$ mm	$\Delta Z = -2.0$ mm
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = -1.5$ mm	$\Delta Z = -1.0$ mm
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = -0.5$ mm	$\Delta Z = 0$ mm
		

Resultados Experimentales

PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = 0.5$ mm	$\Delta Z = 1.0$ mm
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = 1.5$ mm	$\Delta Z = 2$ mm
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 5$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = 2.5$ mm	$\Delta Z = 3.0$ mm
		

5.3 Análisis de los resultados experimentales

La Tabla 5.1 muestra las imágenes digitales producidas por un sistema óptico convencional que utiliza un objetivo de microscopio. El plano de observación se colocó en ΔZ . Para $\Delta Z = z_p - z$ como se muestra en la Figura 2.6, la distancia dentro del plano de imagen z_p y el plano de observación en el eje axial z . Como se puede observar, el desenfoque aumenta a medida que nos alejamos del plano de la imagen. En la Tabla 5.2 se presentan las imágenes codificadas producidas por un sistema de microscopio *WFC* utilizando la *PM* cúbica con una fuerza $\alpha = 5$. El plano de observación se coloca en $\Delta Z = [-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$ y la adquisición se realiza el sensor de la cámara. La imagen codificada está se presenta borrosa en una cantidad similar en cada plano. Las imágenes digitales decodificadas del sistema *WFC* que usa el *PM* cúbico con una fuerza $\alpha = 5$ se muestran en la Tabla 5.3. En el algoritmo de restauración utilizado se implementó el filtro Wiener con un valor $k = 0.001$. En el caso de esta máscara el sistema *WFC* puede resolver hasta el elemento 5 del grupo 5 del objetivo de la *USAF* para $\Delta Z = [-1.5 \text{ mm}, 2 \text{ mm}]$. Se puede observar que el rango axial del *DOF* es mayor en comparación con el sistema sin *WFC*. Sin embargo, algunos ruidos y artefactos se presentan en la imagen final, sobre todo las líneas diagonales.

En el caso en que se utiliza la *PM* Trefoil, la Tabla 5.4 muestra las imágenes codificadas producidas por un sistema de microscopio óptico *WFC*. También el plano de observación se coloca en $\Delta Z = [-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$. Utilizando este perfil de *PM*, se presenta que, la imagen codificada está casi borrosa en la misma cantidad, pero en un rango menor. La Tabla 5.5 muestra las imágenes digitales decodificadas del sistema *WFC* que utiliza la *PM* Trefoil con una fuerza $\alpha = 5$. Igualmente, el algoritmo de restauración utiliza un filtro de Wiener con un valor $k = 0.001$. El sistema *WFC* puede resolver hasta el elemento 3 del grupo 5 del objetivo de la *USAF* para $\Delta Z = [-1 \text{ mm}, 1 \text{ mm}]$. Sin embargo, se puede observar que el rango axial del *DoF* es menor en comparación con el sistema *WFC*

Resultados Experimentales

que utiliza el *PM* cúbico. Con la ventaja de que los artefactos en la imagen recuperada disminuyen.

Desplegando el perfil de la *PM* Jacobi- Fourier, se obtienen las imágenes codificadas producidas por un sistema *WFC*, con una fuerza $\alpha = 5$. En el mismo plano de observación $\Delta Z = [-3.5 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$. Se puede demostrar que este perfil propuesto es útil en el caso de la *EDoF* en un rango similar al de la *PM* Trefoil. La Tabla 5.6 muestra las imágenes digitales codificadas del sistema *WFC* que utiliza este perfil. En el algoritmo de restauración el valor de k se mantiene y los resultados se muestran en la Tabla 5.7. El sistema *WFC* puede resolver hasta el elemento 3 del grupo 5 del objetivo de la *USAF* para $\Delta Z = [-1.5 \text{ mm}, 1 \text{ mm}]$.

Los resultados obtenidos en este experimento muestran que se existe un compromiso de acuerdo con lo que se requiere en el sistema óptico, una imagen con mayor calidad o mayor *DoF*.

5.3 Referencias

[1] González, R. C., & Woods, R. E. (1996). *Tratamiento Computacional de Imagen*.

CONCLUSIONES

Capítulo

6

En este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo de tesis. Se realizó la implementación de la técnica de WFC. En la propuesta experimental se utilizó la pantalla de cristal líquido como elemento codificador. Para la puesta en marcha se realizó un estudio experimental de la técnica de *WFC* usando tres diferentes perfiles de *PM* que *EDoF*. Dos de ellos tomados de la literatura y una nueva propuesta desarrollada tomando en cuenta un perfil existente ya conocido. El perfil que se propuso para utilizar como placa de fase, se basa en los polinomios Jacobi-Fourier, buscando una semejanza con el perfil de la *PM* Cúbica.

A partir cada *PM* se comenzó a trabajar en obtener las *PSF* experimentales con un resultado que más se aproximara a las *PSF* numéricas. Posteriormente, se capturaron imágenes codificadas en diferentes planos cada 0.5 mm usando los tres perfiles diferentes de las placas. Con el desarrollo de algoritmos de deconvolución se hizo la restauración de las imágenes. Los resultados de la *DoF* experimental en las mediciones se mostraron en diferentes intervalos, a saber, para la máscara de fase cúbica $[-1.5 \text{ mm}, 2 \text{ mm}]$, utilizando la máscara de fase de Trefoil $[-1 \text{ mm}, 1 \text{ mm}]$ y en el caso de la Jacobi-Fourier $[-1.5 \text{ mm}, 1 \text{ mm}]$. Cuando es utilizada la *PM* cúbica en la configuración experimental, las imágenes restauradas presentan una similitud considerable con las imágenes formadas en el sistema de plano focal convencional, sin embargo, presentan un ruido más alto y más artefactos. En el caso de la *PM* Trefoil presenta un mejor rendimiento en un corto intervalo de desenfoque comparado con la *PM* cúbica y además la calidad de las imágenes

Conclusiones

restauradas obtenida a través del filtro Wiener presenta menor cantidad de ruido y artefactos. Con la *PM* propuesta el rango para *EDoF* es similar a la *PM* Trefoil, pero los artefactos se presentan en mayor cantidad. Para obtener un resultado de mayor calidad, la imagen se puede enviar a un procesamiento posterior. De esta manera, el ruido y los artefactos podrían disminuir.

Apéndice A

Objetivos de Microscopio

El objetivo de microscopio es uno de los elementos primordiales, su importancia radica en que es en este elemento donde se produce la mayor ampliación[microscopy]. Cada objetivo posee características que se encuentran implícitas en la carcasa del mismo, como se muestra en la Fig. A1.1.

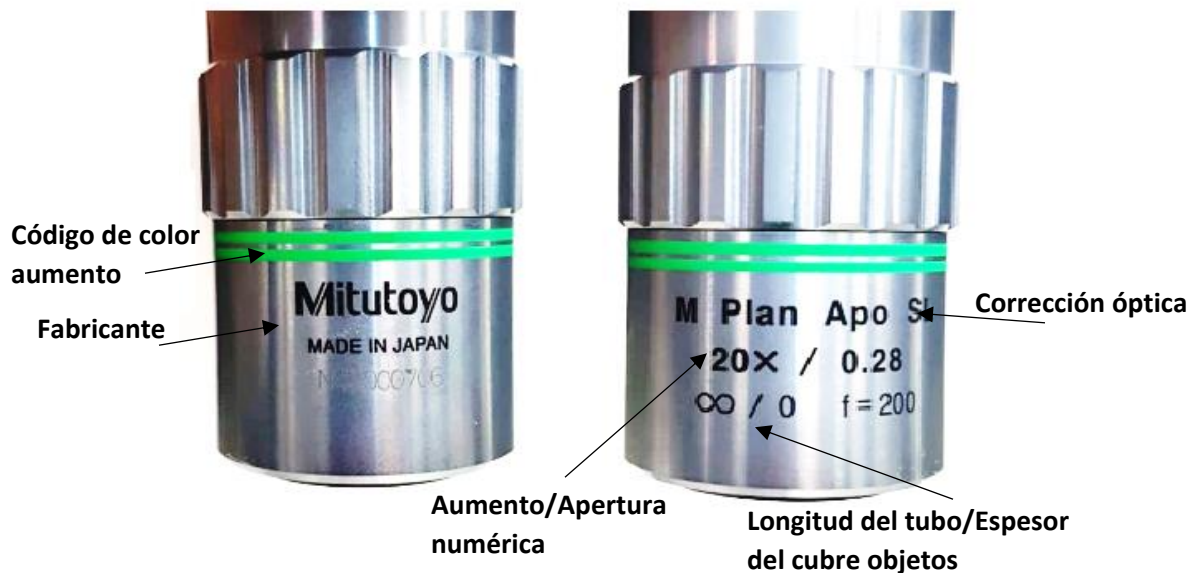


Fig. A1.1 Especificaciones de los objetivos de microscopio.

Las características inscritas en el objetivo son las siguientes:

- Nombre del fabricante: Zeiss, Olympus, Leica, Nikon, etc.

Apéndice A

- Correcciones ópticas: Se refiere al tipo de lentes utilizadas en el objetivo para corregir las aberraciones ópticas.
- Aumento: Capacidad de amplificación del objetivo.
- Apertura numérica: Tamaño del cono de luz incidente al objetivo.
- Longitud del tubo: Indica la distancia que debe existir entre el objetivo y el ocular para que la imagen se forme correctamente. El símbolo infinito señala que los rayos al salir del objetivo son paralelos.
- Espesor del cubreobjetos: Se refiere al del cubreobjetos que debe utilizarse para minimizar las aberraciones.
- Código de color: Mediante un código de colores se indica el aumento proporcionado por el objetivo mediante un estándar. Los objetivos de inmersión, un segundo color indica el medio de inmersión que debe utilizarse.

Los objetivos modernos, están formados por muchas piezas ópticas para lograr un mayor rendimiento y corregir las aberraciones como la coma, el astigmatismo, la distorsión, la curvatura de campo, aberración esférica y cromática.

Apéndice B

Caracterización de la pantalla de cristal líquido

El desplazamiento de franjas que producen los distintos niveles de gris se midió utilizando el interferómetro Mach-Zehnder. Para montar el interferómetro de Mach-Zehnder se utilizaron dos divisores de haz 50-50, dos espejos de primera reflexión y un láser de He-Ne (632.8 nm). Se colocó el *SLM* en medio de dos polarizadores en uno de sus brazos. Las imágenes fueron capturadas mediante una cámara *PixelINK* con una resolución de 2048x1536 de 3.1MP, un área activa de 6.55x4.99mm y una velocidad de captura de 12 *fps*.

El cambio de fase $\Delta\phi$ entre dos niveles de gris viene dado por el cambio de los mínimos Δx y la longitud de onda, expresada mediante la fórmula B1.1 y representada por la Figura B1.1,

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \quad (\text{B1.1})$$

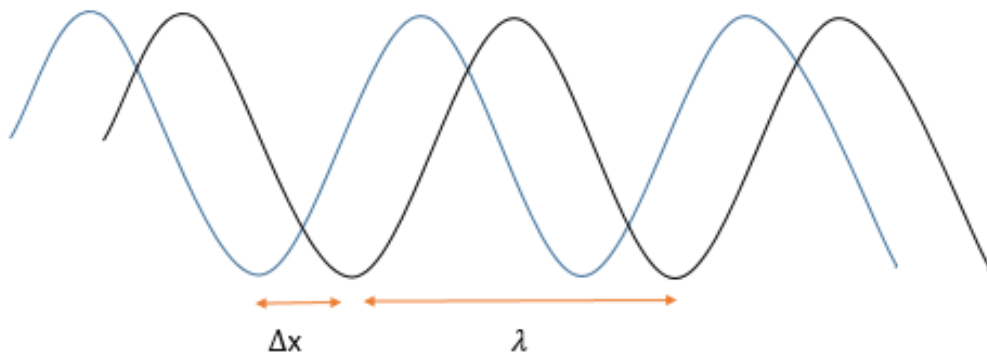


Fig. B1.1 Desplazamiento de franjas producido por los diferentes niveles de gris.

Apéndice B

Posteriormente, se comprobó que los distintos niveles de gris producen desplazamientos de fase, lo que se ve reflejado en un corrimiento de las franjas del patrón de interferencia.

En el *SLM* se desplegaron imágenes para hacer la variación de distintos niveles de gris. Las imágenes que se despliegan en el *SLM* se dividen en dos partes iguales. En la parte superior, se varían los niveles de gris de 0 (corresponde a negro) a 255 (corresponde a blanco) y en la parte inferior un nivel de gris fijo con valor 0 como referencia como se muestra en la Figura B1.2.

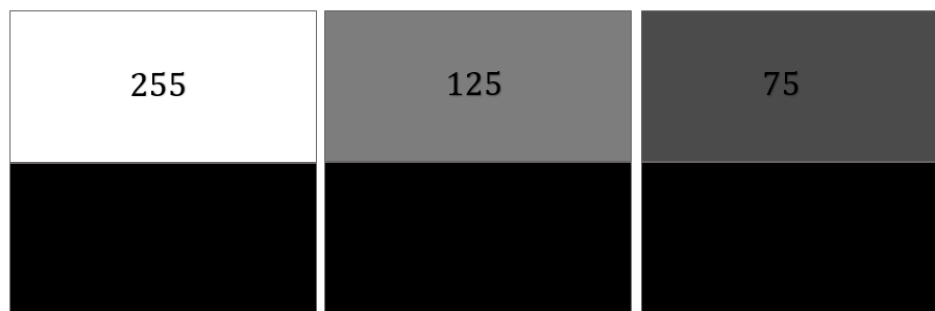


Fig. B1.2 Ejemplos de patrones de niveles de gris que producen un desplazamiento de franjas.

Al desplegar las imágenes, donde se hace la variación del nivel de gris con respecto a la referencia se puede verificar cualquier cambio en el patrón de interferencia. Para llevar a cabo el análisis de las imágenes se realizó el cálculo en el desplazamiento de franjas presentado en los patrones de interferencia. El valor del desplazamiento para cada nivel de gris se obtiene al realizar la esqueletización de las imágenes y establecer la diferencia entre la posición de las franjas en la parte superior y la posición de las franjas en la parte inferior. Esta diferencia se realiza para todos los máximos localizados sobre las dos regiones en el patrón de interferencia. En la Figura B1.3 se muestran un ejemplo de las imágenes del patrón de interferencia con un corrimiento en las franjas.

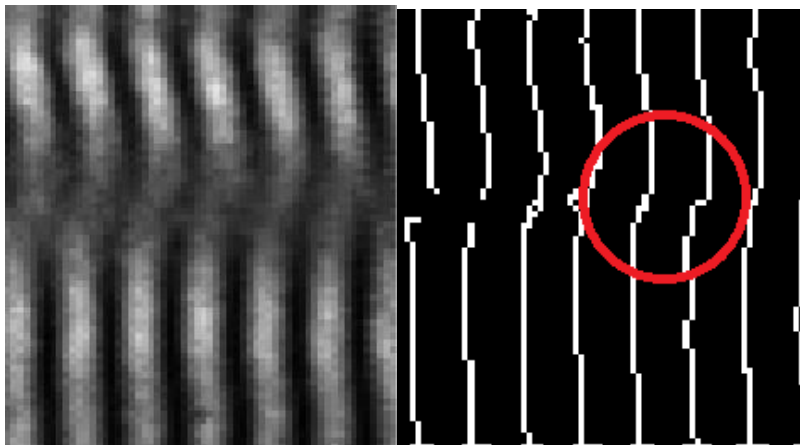


Fig. B1.3 Desplazamiento de franjas al utilizar el SLM.

Finalmente, se obtiene el desplazamiento de fase en radianes introducido por cada nivel de gris desplegado en el *SLM*. En la Figura B1.4 se muestra la gráfica de desplazamientos de fase obtenida, en la gráfica se puede observar que el mejor rango dinámico de trabajo del *SLM Holoeye LC2012* se encuentra entre los niveles de gris de 50 a 190 puesto que la diferencia en la fase es notable, se observa un cambio significativo, por esta razón se utilizarán los niveles de gris con esos valores (50 a 190) para la realización de los interferogramas. El valor de desplazamiento máximo fue de 5.76 rad .

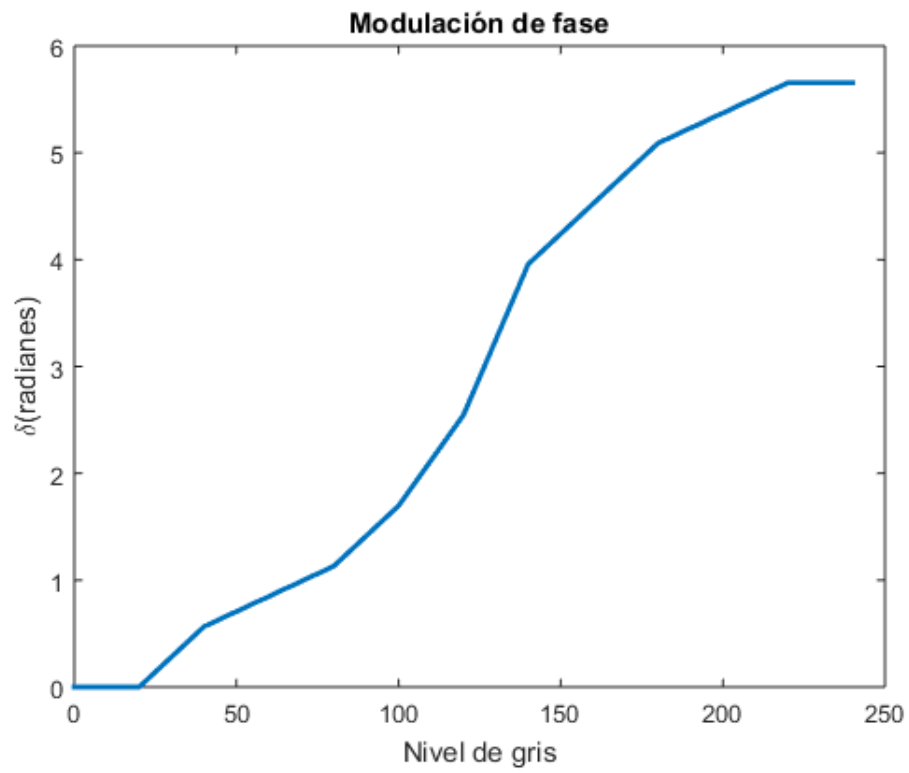


Fig. B1.4 Modulación de fase en relación con los diferentes niveles de gris.

Apéndice C

Análisis experimental de la *PM* Jacobi-Fourier con perfil similar a la *PM* Trefoil

Además del perfil de *PM* propuesto en este trabajo de Tesis se realizó la validación experimental con un perfil de la familia Jacobi-Fourier que presenta una similitud con la *PM* Trefoil como se puede observar en la Fig. C1.1. El diseño del perfil de esta máscara fue planteado por González et al. mediante los polinomios Jacobi-Fourier. Para la realización experimental con esta nueva propuesta de *PM* se tomaron los valores de $p, q = 9$. Se realizó un análisis comparativo con la *PM* Trefoil, para medir el desempeño de ambas placas de fase. El proceso para obtener los resultados se realizó de manera análoga al descrito anteriormente. Los resultados para cada perfil se muestran en las siguientes tablas.

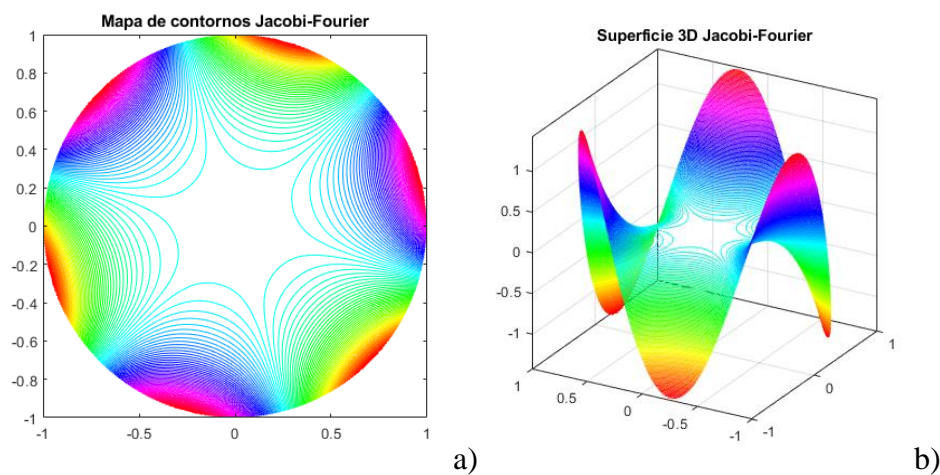
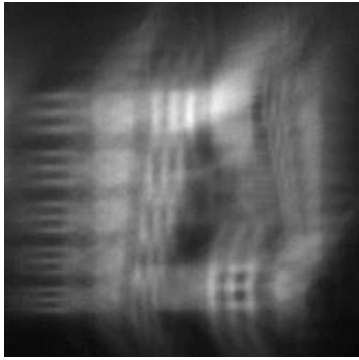
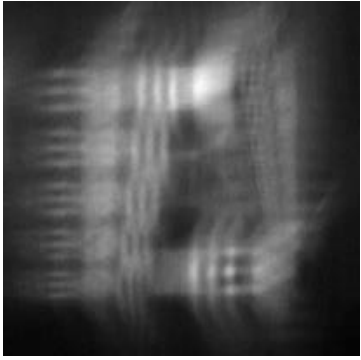
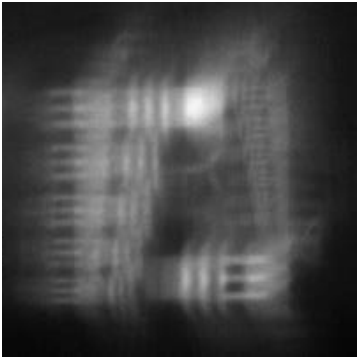
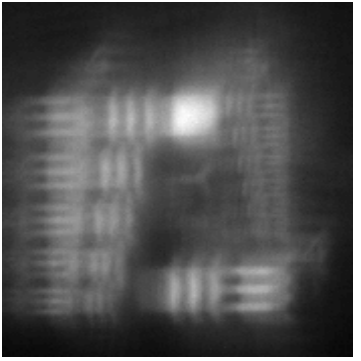
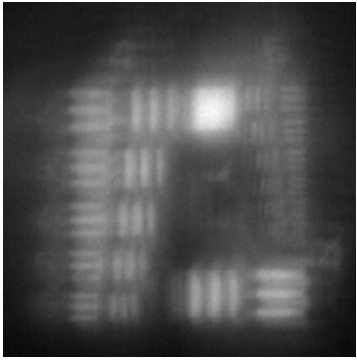
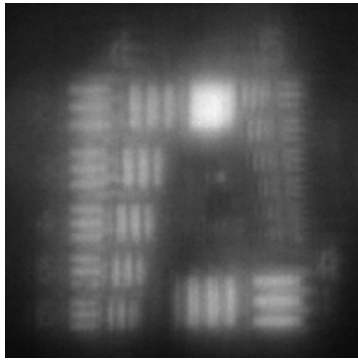
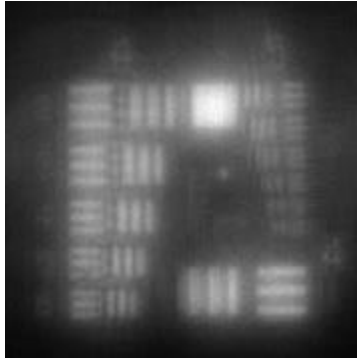
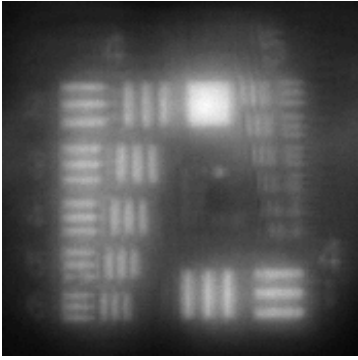
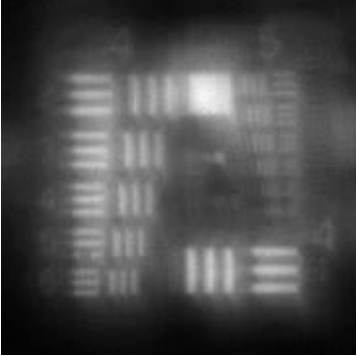


Fig. C1.1 a) Mapa de contornos y b) superficie 3D correspondiente a la *PM* Jacobi-Fourier.

Apéndice C

Tabla C1.1 Imágenes codificadas por un sistema de *WFC* usando la *PM* Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$.

Fuerza	$\Delta Z = -3 \text{ mm}$	
PM Trefoil $\alpha=5$		
PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z = -2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -2.0 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z = -1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -1.0 \text{ mm}$
		

PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z= -0.5$ mm		$\Delta Z= 0$ mm	
	PM Trefoil $\alpha=5$	$\Delta Z= 0.5$ mm		$\Delta Z= 1.0$ mm
PM Trefoil $\alpha=5$		$\Delta Z= 1.5$ mm		$\Delta Z= 2$ mm

Apéndice C

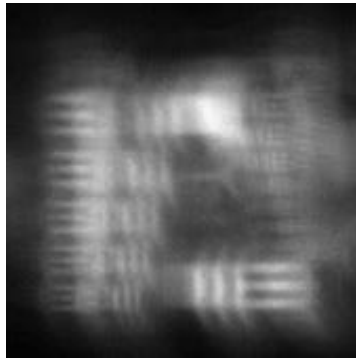

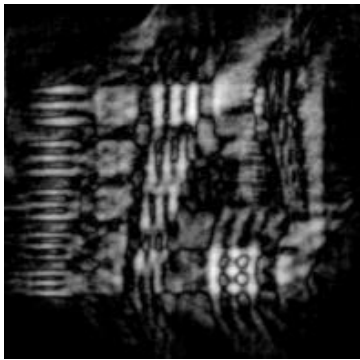
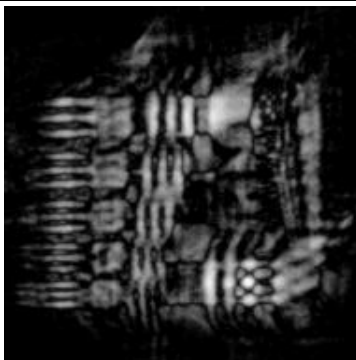
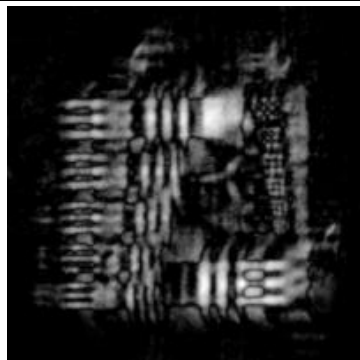
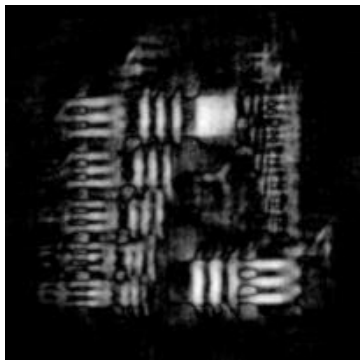
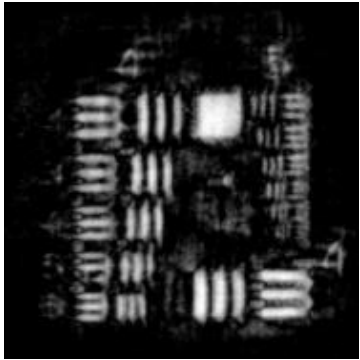
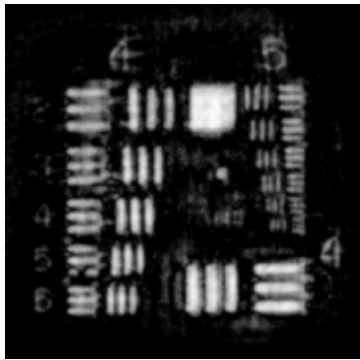
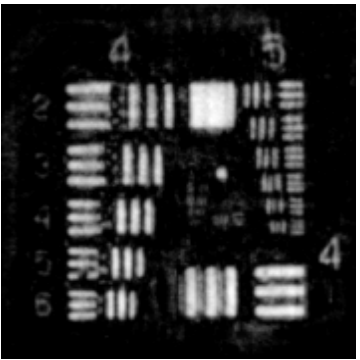
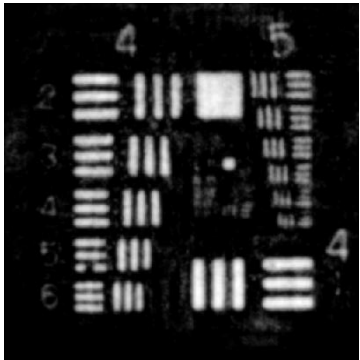
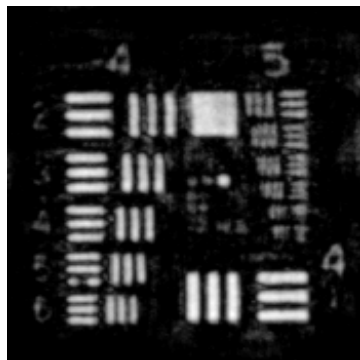
	$\Delta Z = 2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 3.0 \text{ mm}$
PM Trefoil $\alpha = 5$		

Tabla C1.2 Imágenes decodificadas de un sistema de *WFC* usando la *PM Trefoil* en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$.

Fuerza		$\Delta Z = -3 \text{ mm}$
PM Trefoil $\alpha = 5$ Wiener Filter		
PM Trefoil $\alpha = 5$ Wiener Filter	$\Delta Z = -2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = -2.0 \text{ mm}$
		

PM Trefoil $\alpha=5$ Wiener Filter	$\Delta Z= -1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= -1.0 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Wiener Filter	$\Delta Z= -0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 0 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Wiener Filter	$\Delta Z= 0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 1.0 \text{ mm}$
		

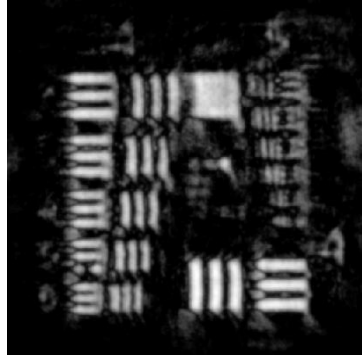
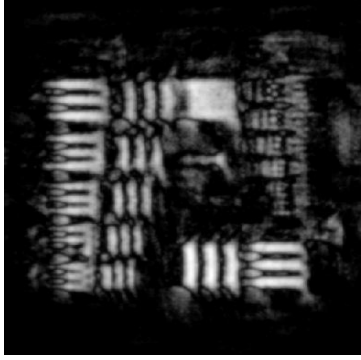
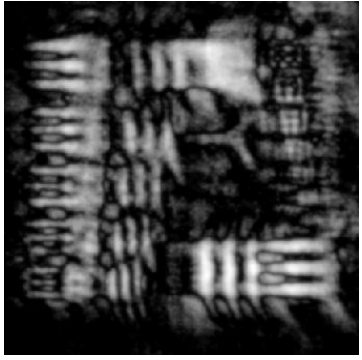
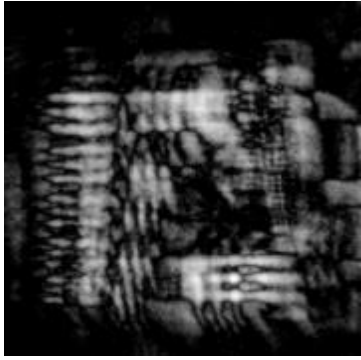
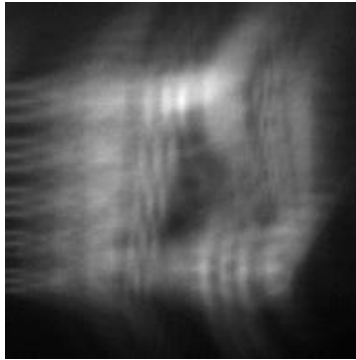
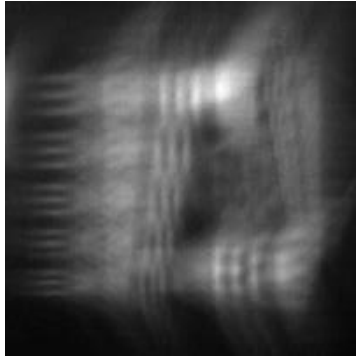
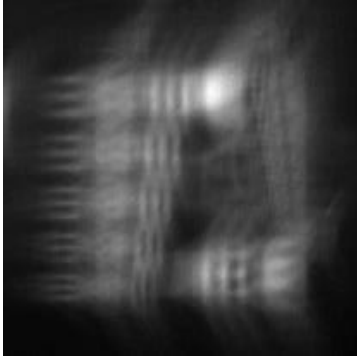
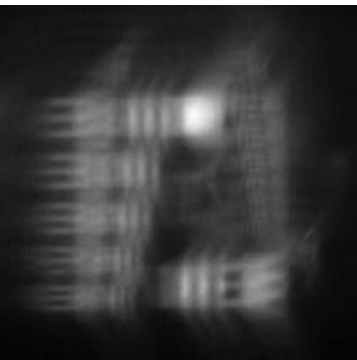
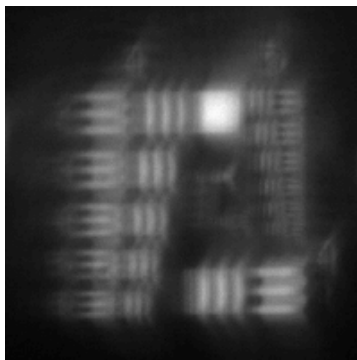
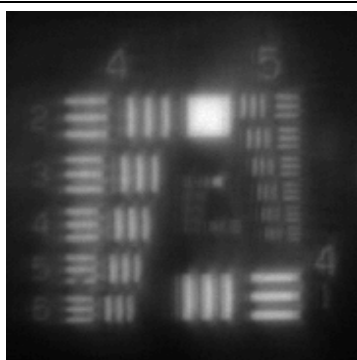
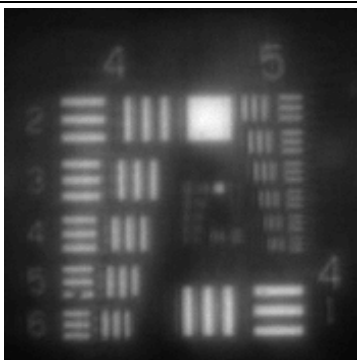
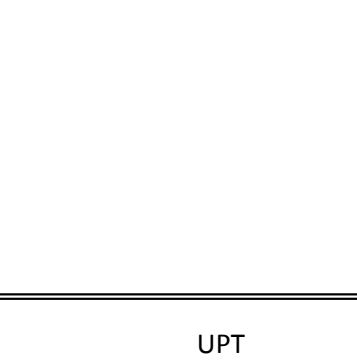

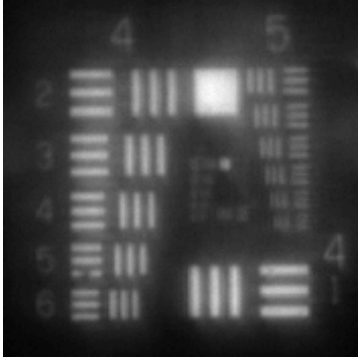
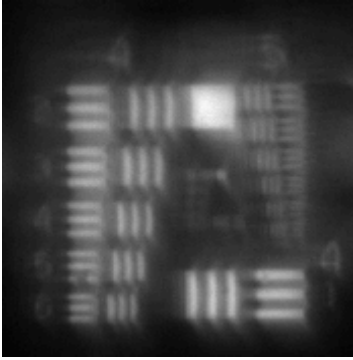


PM Trefoil $\alpha=5$ Wiener Filter	$\Delta Z= 1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 2 \text{ mm}$
		
PM Trefoil $\alpha=5$ Wiener Filter	$\Delta Z= 2.5 \text{ mm}$	$\Delta Z= 3.0 \text{ mm}$
		

Tabla C1.3 Imágenes codificadas por un sistema de *WFC* usando la *PM* Jacobi-Fourier con perfil similar a la *PM* Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0 \text{ mm}, 3.0 \text{ mm}]$.

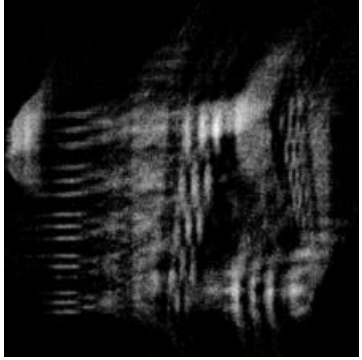

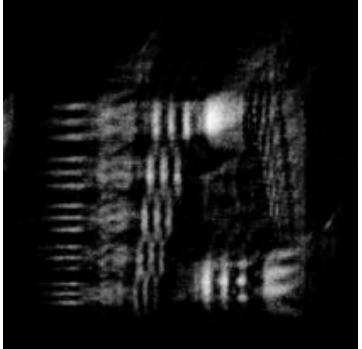
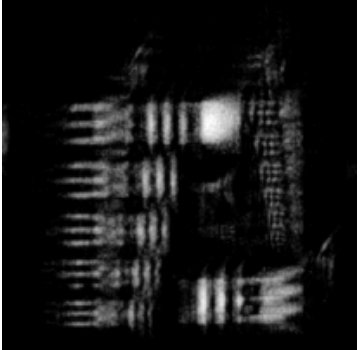
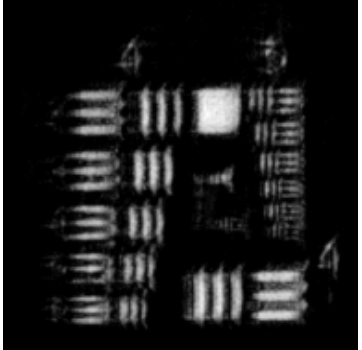
Fuerza		$\Delta Z= -3 \text{ mm}$
PM Jacobi-Fourier $\alpha=1$		

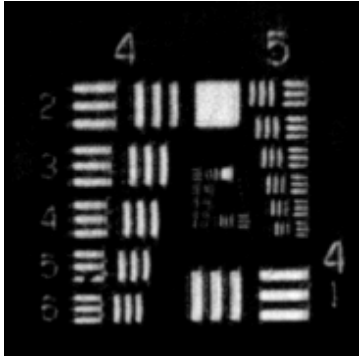
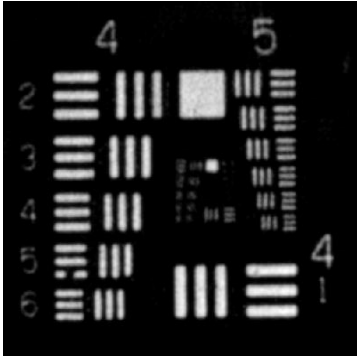
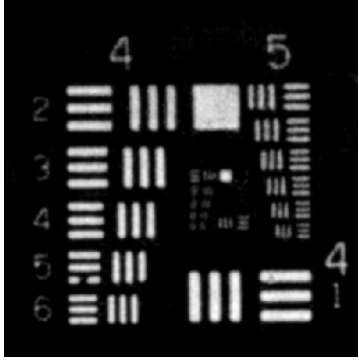
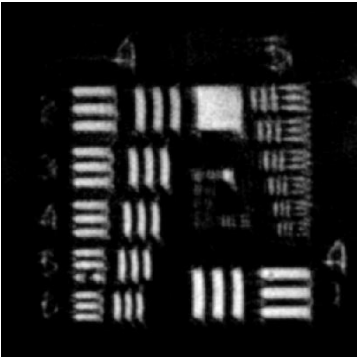
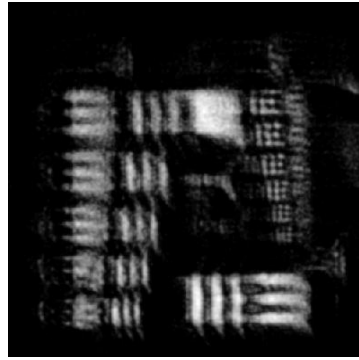
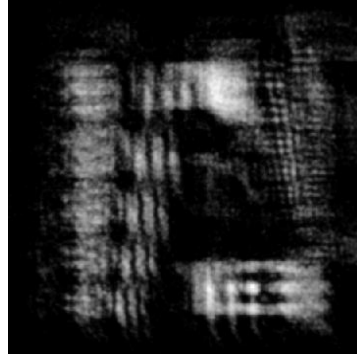
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=1$	$\Delta Z = -2.5$ mm		$\Delta Z = -2.0$ mm	
	$\Delta Z = -1.5$ mm		$\Delta Z = -1.0$ mm	
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=1$	$\Delta Z = -0.5$ mm		$\Delta Z = 0$ mm	
	$\Delta Z = 0$ mm		$\Delta Z = 0$ mm	

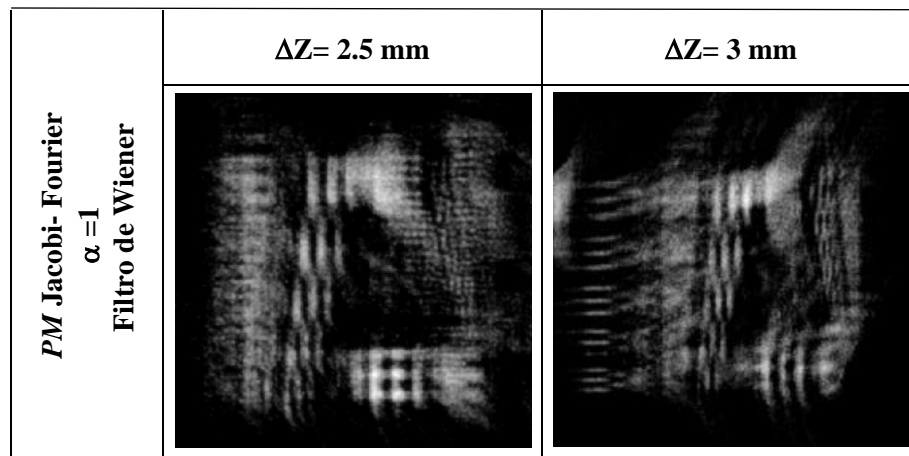
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=1$	$\Delta Z= 0.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 1.0 \text{ mm}$	
	<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=1$	$\Delta Z= 1.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 2 \text{ mm}$
<i>PM Jacobi-Fourier</i> $\alpha=1$		$\Delta Z= 2.5 \text{ mm}$		$\Delta Z= 3.0 \text{ mm}$

Apéndice C

Tabla C1.4 Imágenes decodificadas por un sistema de *WFC* usando la *PM* Jacobi-Fourier con perfil similar a la *PM* Trefoil en distintos planos cada 0.5 mm en un rango de $[-3.0\text{ mm}, 3.0\text{ mm}]$.

Fuerza	$\Delta Z = -3\text{ mm}$	
<i>PM</i> Jacobi-Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener		
	$\Delta Z = -2.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -2.0\text{ mm}$
<i>PM</i> Jacobi-Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener		
	$\Delta Z = -1.5\text{ mm}$	$\Delta Z = -1.0\text{ mm}$
<i>PM</i> Jacobi-Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener		

PM Jacobi- Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = -0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 0 \text{ mm}$
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = 0.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 1.0 \text{ mm}$
		
PM Jacobi- Fourier $\alpha = 1$ Filtro de Wiener	$\Delta Z = 1.5 \text{ mm}$	$\Delta Z = 2 \text{ mm}$
		



Mediante los resultados obtenidos es posible determinar que ambas máscaras presentan el mismo rango de *EDoF*. Sin embargo, cabe destacar que la PM Jacobi-Fourier tiene un mejor desempeño en términos de resolución y disminución de artefactos. En las Fig. C1.2 y C1.3 se puede observar una comparación detallada en una misma posición ΔZ .

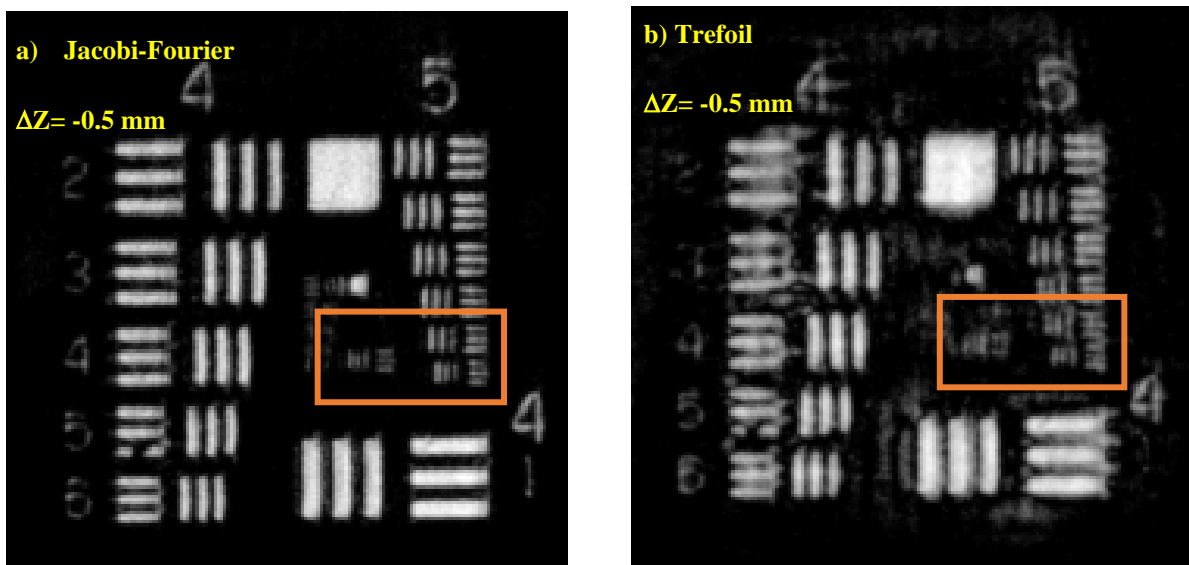


Fig. C1.2 a) Imagen decodificada usando la PM Jacobi-Fourier y b) imagen decodificada usando la PM Trefoil para un valor de $\Delta Z = -0.5$

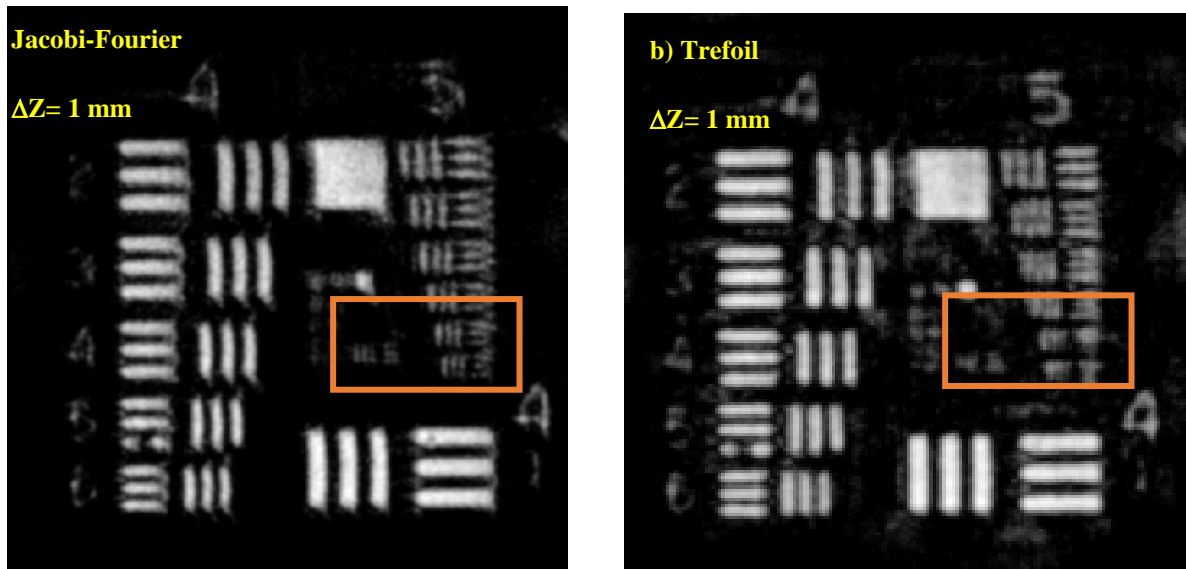


Fig. C1.3 a) Imagen decodificada usando la *PM* Jacobi-Fourier y b) imagen decodificada usando la *PM* Trefoil para un valor de $\Delta Z = 1$