

Universidad Politécnica de Tulancingo

por

Ramirez Hernandez Karla Lorena

Ingeniero

Tesis

**Propuesta de un modelo de ruteo de una empresa de la
industria química**

Presentada a la Universidad Politécnica de Tulancingo
en cumplimiento parcial
de los requisitos para el grado de

Maestría

en

Optimización de Procesos

Junio 2019

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS

©2019

Universidad Politécnica de Tulancingo

El trabajo Propuesta de un modelo de ruteo de una empresa de la industria química ha sido revisado y aprobado.

Director de Tesis, Mc. Edgar León Olivares
Universidad Politécnica de Tulancingo

Dr. Enrique González Gutiérrez
Universidad Politécnica de Tulancingo

Dra. Magda Muñoz Pérez
Universidad Politécnica de Tulancingo

Dra. María del Rocio Ilhuicatzi Roldán
Universidad Politécnica de Tulancingo

Junio 2019

Fecha

El presente trabajo lo dedico a mis padres Emma Hernandez Soto y José Reyes Ramirez Ponce, quienes siempre me han brindado su apoyo incondicional para ser mejor cada día. Doy gracias a Dios por la vida y por la dicha que me da el poder concluir con un eslabón más en mi formación profesional, por tener a mis padres conmigo.

Agradecimientos

Doy gracias a Dios por la vida, por guiarme a lo largo de mi existencia, por la fortaleza que me ha brindado, y por la dicha que me da el poder concluir con un eslabón más en mi formación profesional, por tener a mis padres conmigo.

A mis padres Emma Hernandez Soto y José Reyes Ramirez Ponce por su amor, trabajo y sacrificio en todos estos años por estar conmigo por el apoyo incondicional brindado en cada etapa de mi vida, por cada frase y palabra de aliento que me brindaron para ser mejor hija, persona y profesionista. Gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y convertirme en lo que soy. Ha sido y es un orgullo y privilegio ser su hija, son los mejores padres. Por su apoyo en aquellos momentos de dificultad y debilidad.

A mi asesor de tesis el M.C. Edgar León Olivares me gustaría expresarle mi más sincero agradecimiento, por ser el principal colaborador durante todo este proceso, quien con su dirección, conocimiento, enseñanza y colaboración permitió el desarrollo de este trabajo, por todo el apoyo brindado durante la maestría.

A todas las personas que me han apoyado y han hecho que este trabajo se realice con éxito en especial al Dr. Enrique González Gutiérrez, Dra. Magda Muñoz Pérez, Dra. María del Rocio Ilhuicatzí Roldán, que me abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.

A mi familia en especial a la Sra. Hermila Evangelita Martínez Maldonado por su cariño y apoyo incondicional durante todo este proceso, por sus oraciones, consejos y palabras de aliento que hicieron de mí una mejor persona y de una u otra forma siempre me acompaña en todos mis sueños y metas.

A todos mi más entero agradecimiento

Tabla de Contenido

Agradecimientos	5
Resumen	10
1 Introducción	11
2 Planteamiento del problema	14
2.1 Características del proceso actual de asignación de rutas	14
2.2 Movilidad	14
2.3 Análisis FODA	15
2.4 Formulación del problema	16
2.5 Justificación	17
2.6 Objetivo general	18
2.6.1 Objetivos específicos	18
2.7 Alcances	18
2.8 Limitaciones	18
2.9 Preguntas de investigación	19
3 Fundamentación teórica y conceptual	20
3.1 Cadenas de suministro	20
3.1.1 Elementos y etapas de una cadena de suministro	20
3.1.2 Sistema de abastecimiento en la cadena de suministro	22
3.1.3 Importancia de la Cadena de Suministro	22
3.2 Logística	22
3.2.1 Importancia de la logística	23
3.2.2 Objetivos logísticos	24
3.2.3 Actividades principales de la logística	25
3.2.4 Transporte	25
3.3 Problema de ruteo de vehículos	28
3.3.1 Modelos de programación lineal asociados a los VRP	32
3.3.2 Métodos de solución exactos	35
3.3.3 Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos	35
4 Estado del arte del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo.	37
4.1 Revisión de casos de estudio referentes a cadenas de suministro	37

	7
4.2	Revisión de casos de estudio sobre problemas de transporte. 38
4.3	Modelos de optimización para problemas de transporte. 39
4.3.1	Modelos de optimización para problemas de transporte con flota heterogénea y ventanas de tiempo. 41
5	Formulación matemática del problema 43
5.1	Consideraciones del modelo propuesto. 43
5.2	Formulación matemática del modelo propuesto 44
6	Caso de estudio 48
6.1	Definición del problema de investigación 48
6.1.1	Descripción de los procesos de distribución 49
6.1.2	Parámetros de entrada 50
6.2	Resultados 53
7	Conclusiones y recomendaciones 60
	Bibliografía 61
	Anexos
A	Parámetros del modelo 65
A.1	Coordenadas de origen de la empresa y los clientes 65
A.2	Ventanas horarias 66
A.3	Demandas 66
B	Codificación Lingo 72

Lista de Tablas

6.1	Corrida de instancias de Solomon	53
6.2	Corrida de otras instancias	53
6.3	Instancia real	56
6.4	Rutas generadas de la intancia real 1	56
6.5	Rutas generadas de la intancia real 2	56
6.6	Rutas generadas de la intancia real 4	57
6.7	Rutas generadas de la intancia real 3	59
A.1	Coordenadas de origen	67
A.2	Ventanas horarias	69
A.3	Demandas	71

Lista de Figuras

3-1	Cadena de suministros inmediata para una empresa individual.	21
3-2	Evolución de la logística hacia la cadena de suministros.	23
3-3	Actividades de la logística en la cadena de suministros inmediata de una empresa.	24
3-4	Transporte en la cadena de suministro.	26
3-5	Problema de ruteo de vehículos VRP.	32
3-6	Clasificación general de los métodos de optimización mono-objetivo.	36
6-1	Ubicación geográfica de la empresa.	49
6-2	Flujograma de la distribución de productos	50
6-3	Ubicación geográfica de los clientes	51
6-4	Envío de producto de empresa a clientes	52
6-5	Capacidad y cantidad de unidades de la planta	52
6-6	Rutas generadas para la instancia de Solomon C101	54
6-7	Rutas generadas para la instancia de Solomon C102	54
6-8	Rutas generadas para la instancia Dell'Amico	55
6-9	Rutas generadas para la instancia An33-k5	55
6-10	Rutas generadas para la instancia real 1	57
6-11	Rutas generadas para la instancia real 2	58
6-12	Rutas generadas para la instancia real 4	58
6-13	Rutas generadas para la instancia real 3	59

Resumen

Debido a la globalización, la apertura de nuevos mercados y al nivel de competitividad actual, las empresas se han enfocado en la satisfacción del cliente como uno de sus pilares fundamentales de negocio, esto conlleva a que el cliente tenga el producto en el lugar y tiempo que lo requiere, por lo que el problema de diseño de rutas se ha convertido en una herramienta de suma importancia para la empresa con el fin de minimizar los costos de transporte y los tiempos de entrega.

En este trabajo se propone un modelo de programación entera mixta MILP (por sus siglas en inglés) para la empresa Galaxy, que permite minimizar sus costos de transporte y tiempo de entrega a sus clientes, mediante la utilización de un FSMVRPTW (Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows).

El objetivo de un FSMVRPTW se centra en determinar las mejores rutas y asignaciones para la entrega de bienes a los clientes, que se encuentran distribuidos geográficamente, minimizando los costos fijos de los vehículos y tiempos de entrega, considerando restricciones relacionadas con la disponibilidad de recursos, límite de inicio y cierre de la ventana horaria de los clientes, requerimientos de los clientes, capacidad de los vehículos, costos fijos de la utilización de los vehículos y matriz de distancias entre nodos.

El modelo propuesto se probó utilizando instancias de Solomon para 25 clientes y una instancia real de la empresa Galaxy. Los resultados muestran la viabilidad del modelo MILP para la solución del problema.

Capítulo 1

Introducción

En las últimas décadas, el número de estudios académicos y profesionales realizados sobre factores internos y externos de las Cadenas de Suministro (CS) que afectan la competitividad de empresas y países ha ido en aumento Suárez et al., en [29].

En la actualidad, debido a la demanda de bienes y servicios, la globalización y la nueva apertura de mercados, han planteado nuevos retos que han vuelto más complejas las operaciones de la logística tradicional de la cadena de suministro, la mayor parte de las empresas dedicadas al sector de renta de camiones se han visto en la necesidad de realizar cambios estructurales en sus cadenas de suministro, en los que la logística juega un papel de suma importancia, ya sea para las empresas que exportan o para las que producen para el mercado doméstico, sin importar si son grandes o pequeñas López et al., en [21].

La logística ha ido evolucionando a tal grado que se considera una de las principales herramientas para que una empresa sea altamente competitiva. La logística de hoy ha creado un sistema de indicadores de gestión que le permite a las empresas analicen sus operaciones, así como tomar decisiones oportunas con base en la información de costos de operación, utilización de recursos y productividad.

El transporte se ha convertido en una parte importante de la logística, este componente es una pieza valiosa en el proceso económico de un país, por lo cual merece una atención prioritaria en el diseño y la gestión del sistema logístico de una empresa.

Gracias a la gestión del sistema logístico y a la gran competitividad que se está desarrollando en esta actividad, existen empresas u organizaciones que ofrecen mejores precios y diferentes servicios de alta calidad y confianza, que son capaces de competir a nivel nacional o internacional.

Ballou, en [3]; menciona que el transporte es parte de la cadena de suministro, siendo el responsable de todos los eslabones con el flujo de materiales desde su compra hasta el consumidor final; buscando optimizar procesos, lograr grandes cambios y mejorar en la comunicación con el uso de tecnologías de la información, a través de una gestión eficaz de transporte. Una adecuada gestión de transporte debe ser planeada estratégicamente, ejecutada con precisión y controlada de tal forma que impacte directamente en los costos, los cuales, la mayoría de las veces, superan el 65%, siendo el porcentaje más alto de Latinoamérica, razón por la cual su impacto debe ser significativo.

En la industria de renta de transporte la logística se ha vuelto un tema central, puesto que permite mejor planificación y coordinación entre los distintos elementos que componen

la cadena de suministro. En este contexto cobran particular importancia los temas de pronóstico de la demanda, manejo de inventarios y ruteo de vehículos, debido a que estos amplían la posibilidad de reducir los costos de la cadena de suministro y así reportar mejores dividendos, tanto para la empresa como para el cliente.

Abordar el tema de ruteo de vehículos puede construir un gran aporte a la empresa objeto de este estudio debido a que, actualmente, una parte importante del costo de los productos químicos que compran los clientes se debe al costo del transporte. Por lo tanto, un ahorro en este ítem puede significar automáticamente un ahorro tanto para la empresa como para el cliente. De esta manera la empresa puede transformarse en una cadena de productos químicos más competitiva a nivel nacional.

Una de las herramientas que ha permitido a las empresas reducir costos de transporte es la Investigación de Operaciones (IO). Algunos casos de éxito de grandes empresas que se han beneficiado al implementar la IO, se muestran a continuación.

Mason et al., en [20], nos menciona que Federal Express (FedEx), cada día de trabajo entrega más de 6.5 millones de documentos, paquetes y otros artículos a través de Estados Unidos y más de 220 países. Los desafíos logísticos que implica proporcionar este servicio son extraordinarios, por ello la IO es el motor tecnológico que impulsa a esta compañía, debido a que desde su fundación, en 1973, le ha ayudado a tomar sus decisiones de negocios más importantes, entre ellas, inversión de equipo, estructura de rutas, programación, finanzas y ubicación de instalaciones, obteniendo una vasta ganancia aun no estimada.

Canadian Pacific Railway (CPR), fue la primera empresa ferrocarrilera transcontinental en Norteamérica. CPR transporta carga a través de una red de más de 14,000 millas que se extiende desde Montreal hasta Vancouver y del noreste al medio oriente de Estados Unidos. Sus alianzas con otras compañías transportistas extienden el mercado de CPR a los principales negocios de México, cada día CPR recibe más de 7,000 nuevos embarques de sus clientes que viajan a diferentes destinos de Norteamérica y el extranjero. CPR debe coordinar los embarques de acuerdo con sus planes de operación de 1,600 locomotoras, 65,000 carros férricos, más de 5,000 miembros de la tripulación de los trenes y 250 estaciones de ferrocarril. La gerencia de CPR decidió utilizar una gran cantidad de técnicas de IO con el fin de desarrollar nuevas estrategias de operaciones, que le permiten ahorros por 100 millones de dólares anuales. Actualmente CPR brinda a sus clientes tiempos de entregas confiables y ha recibido innumerables reconocimientos por su mejora en el servicio Ireland et al., en [15].

Sears en la actualidad es una de las tiendas minoristas más grandes en el mundo en la ventas de mercancías y servicios relacionados al hogar. Cuenta con el servicio más grande de entregas a domicilio, donde realiza más de 4 millones de entregas al año, en Estados Unidos cuenta con una flota de 1,000 vehículos para entregas de mercancías, en la cual se incluyen vehículos contratados y propios, cuenta con un flota de 12,500 vehículos para brindar servicio a domicilio al año para reparar e instalar electrodomésticos, así como para brindar servicio a las mejoras del hogar. Con ayuda de la IO se formuló un problema

de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo, para el cual se han desarrollado algoritmos exactos y heurísticos, esto representó para Sears un ahorro por evento de más de 9 millones de dólares y ahorros anuales de más de 42 millones de dólares Weigel et al., en [34].

SuKarne es la empresa líder en la producción de productos proteicos a nivel nacional, actualmente es uno de los principales distribuidores de carne de México, realizando exportaciones a Japón, Estados Unidos, Canadá, Chile, Angola y Hong Kong; cuenta con 40 centros de distribución y una matriz en Culiacán, Sinaloa. Por tal motivo, contar con un sistema de distribución y ruteo óptimo se convirtió en una prioridad para el negocio. El sistema de ruteo implementado en las diversas agencias de SuKarne demostró: reducción de costos de distribución en un 35% logrando equilibrar la carga de trabajo entre los repartidores, optimizando las rutas de entrega, evitando alteraciones y retrasos del cumplimiento con el servicio al cliente.

SuKarne logró una reducción del 10% en el kilometraje recorrido, del 13% en el número de vehículos y del 6% en el número de repartidores para realizar la entrega de mercancías, reduciendo a su vez un 6% el número de rutas, finalmente incrementó la capacidad utilizada de los vehículos del 75% al 92%.

Hiilliard et al., en [35], menciona que después de desarrollar una fuerza de coalición conformada por 35 naciones, Estados Unidos inicio la operación militar llamada Tormenta del Desierto, con el fin de expulsar a las tropas iraquíes de Kuwait. El reto desde el punto logístico involucrado en el transporte de tropas y cargamentos desde Estados Unidos hasta el golfo Pérsico, consumía alrededor de un millón de libras de combustible y costaba 280,000 dólares, realizando más de 100 de estas misiones diariamente. Para cumplir con este reto, se aplicó la investigación de operaciones con el fin de desarrollar los sistemas de soporte a las decisiones necesarias para programar y enrutar las misiones de transporte aéreo.

Los casos de éxito muestran la utilidad de tener una herramienta que ayude a determinar un ruteo óptimo en términos económicos y de cumplimiento con los puntos de venta, ya que constituye una fuente importante de ahorros y ayuda a mejorar la calidad del servicio.

El objeto de estudio de esta tesis es el ruteo de vehículos que actualmente está utilizando la empresa Galaxy para el reparto de los productos a los diferentes puntos de venta de la cadena de suministro desde los centros de distribución.

El presente documento comprende las siguientes partes: el Capítulo 2 ofrece un panorama de la situación actual de la empresa, el Capítulo 3 muestra aspectos teóricos y conceptuales del problema, en el Capítulo 4 se hace un análisis sobre trabajos relacionados con el problema de estudio, en el Capítulo 5 se presenta el modelo planteado, el caso de estudio se presenta en el Capítulo 6 y en el Capítulo 7 las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Planteamiento del problema

La empresa Galaxy se dedica a la venta y distribución internacional de productos químicos a diversas industrias, tales como la industria minera, química, textil, vidriera, pinturas, agrícolas, alimenticias, farmacéuticas, elaboración de explosivos, tratamiento de aguas residuales, fotográfica y refinación del petróleo.

La empresa cuenta con dos plantas: una ubicada en la región de Tizayuca, Hidalgo y otra en Tlalnepantla, Estado de México.

2.1 Características del proceso actual de asignación de rutas

En la actualidad, la programación de las rutas se realiza los días sábados, de manera intuitiva por los jefes de tráfico de la empresa, lo que significa que se basan en su experiencia y en lo que creen que es la mejor opción para realizar dichas rutas, considerando la demanda de los clientes, y la capacidad de los vehículos.

Según sea el pedido del cliente se asigna el tipo de transporte que se envía, la empresa cuenta con un sistema de ruteo abierto, que es cuando el vehículo no regresa al depósito de origen, es decir, se dirige a otro depósito o sitio diferente para cargar producto en un contexto de flota rentada, este ruteo es utilizado por los clientes de la industria minera, química, refinación de petróleo y para el tratamiento de aguas, puesto que las empresas utilizan nuevamente el camión para transportar un nuevo producto y enviarlo a una nueva empresa de su mismo ramo, pero ubicada en otra zona. La demanda de los productos químicos tiende a ser estable, ya que los pedidos de los clientes son constantes en cantidad y periodo.

Para cada ruta se asignan dos personas al vehículo o unidad de transporte (chofer y auxiliar), este último es quien se encarga del proceso de carga y descarga del producto. Los conductores y los auxiliares se intercambian para el manejo de la unidad, por lo cual se encuentran en disposición de atender a los clientes y las zonas donde se encuentran.

2.2 Movilidad

En los últimos años, los estudios de movilidad han tomado una gran importancia como consecuencia al crecimiento de las ciudades, en ellas se han presentado cambios, como el aumento del parque automotor, la necesaria construcción de obras viales que

descongestionen las ciudades y, al mismo tiempo, que el traslado de un lugar a otro sea con mayor facilidad, esto ha provocado que haya un crisis de movilidad ocasionada por la sobreoferta vehicular, la operación inadecuada de rutas de transporte público, equipos obsoletos, deficiente calidad vial, entre otros.

2.3 Análisis FODA

Para contar con un diagnóstico de su situación actual, se realizó un análisis FODA, el cual ha contribuido para impulsar el presente trabajo de investigación para la toma de decisiones en el área de tráfico.

- **Fortalezas:**

- Personal altamente comprometido.
- Alta gerencia con visión de futuro para la mejora continúa.
- La empresa se encuentra certificada en normas de calidad para el manejo de los productos químicos.
- Constante capacitación a choferes y personal.
- Vehículos propios.
- Dimensiones en instalaciones.
- Competitividad en los precios y plazos de entrega.
- Adaptación a las nuevas tendencias industriales.
- Cobertura nacional e internacional.

- **Debilidades:**

- La programación de rutas se realiza con base en la experiencia de los jefes.
- Falta de coordinación entre los jefes y los conductores de vehículos.
- Falta de mantenimiento a los vehículos.
- Falta de comunicación con los clientes en cuanto a la recepción de los productos (disponibilidad de tiempo).
- Elevados costos unitarios.
- Bajo nivel tecnológico.
- Alta rotación de personal.

- **Oportunidades:**

- Mejorar la comunicación con los clientes.

- Fidelizar a los clientes a través de entregas justo a tiempo.
- Mejora constante en el ruteo de vehículos apoyados en la investigación de operaciones.
- Programación adecuada del mantenimiento de las unidades.
- Aplicación de tecnologías eficientes.
- Apertura de mercados.
- Mejor programación de los viajes que realizan las unidades y entregas hacia los clientes.
- Extensión de estrategias de calidad, medio ambiente, logística inversa, que obligan a mejorar el transporte.
- Plazos de entregas cortos.
- Baja calidad de otras empresas del mismo sector.

- **Amenazas:**

- Tener vehículos parados por no darles el mantenimiento adecuado.
- Fuerte competencia de otras empresas transportistas.
- Inestabilidad económica que eleve los costos de transporte.
- Cierre de fronteras.
- Altos aranceles.
- Abaratamiento de los precios de mercado.
- Percepción de la cadena de suministro como importante fuente de ahorro.
- Globalización: exigencia de servicio en México y Latinoamérica, entrada de competidores de gran tamaño.

Con ayuda del análisis FODA podemos conocer un poco más de la situación actual en la que está la empresa, podemos observar que la empresa presenta diferentes oportunidades en las cuales podemos ayudar con el presente trabajo como lo son la mejora en la programación de entregas de sus productos para buscar la satisfacción de los clientes y así mismo, entregando el producto que requieren en el tiempo y lugar donde lo necesitan, disminuir costos de transporte.

2.4 Formulación del problema

Se identificó que la empresa no aplica un método estructurado mediante pasos específicos para la planeación de las rutas vehiculares, mediante la cual se lleva a cabo la entrega de los productos a los clientes. Al igual se identificó que la empresa no cuenta con un adecuado

mantenimiento preventivo hacia sus unidades. Estas situaciones traen como consecuencias que en ocasiones se incumpla con algunos pedidos de los clientes. Lo anterior hace que el nivel de servicio disminuya y no cumpla con las exigencias de los clientes.

Actualmente el nivel de servicio se encuentra en un 95%, lo que significa que 95 de cada 100 pedidos son entregados completos y a tiempo, mientras que el 5% de los pedidos mensuales no son entregados por tres razones principales; la primera se relaciona con la llegada de los pedidos en el momento en que los clientes no están disponibles para recibirlos, ya que algunos clientes tienen horarios específicos para la recepción del producto, la segunda es porque el tiempo disponible no es suficiente, ya que es posible que se presente una situación donde haya que esperar a un cliente más de lo acordado, como consecuencia debido a este tiempo muerto es imposible cumplir con la entrega de un próximo cliente y, por último, la tercera razón es que al no contar con un adecuado mantenimiento preventivo hacia las unidades estas tienden a tener mayores fallas al momento de cubrir su ruta y con ello el vehículo puede quedar averiado o parado.

2.5 Justificación

Definiendo la cadena de suministro, como aquella red y estructura, física, virtual y relacional, donde se desarrollan todas las prácticas comerciales, entre los agentes proveedores, productores, distribuidores y consumidores (Johnson et al., en [18]), se debe buscar la creación de valor en cada uno de los procesos que se llevan a cabo, a lo largo de la cadena, mediante la integración de todos los eslabones interrelacionados, de tal forma que se genere una reducción significativa de costos a partir de la correcta administración y gestión de la cadena de suministro.

La apertura y la globalización de las cadenas de suministro demandan cambios estructurales en los que la logística juega un papel estratégico, actualmente los clientes evalúan la calidad del producto, el valor agregado del mismo y la disponibilidad en tiempo y forma, de ahí la necesidad de hacer eficientes los procesos.

Por ello, una planeación de las rutas para la entrega de los productos es un valor agregado que se daría al eslabón de la distribución dentro de la cadena de suministro, obteniendo una integración con los clientes, considerando sus demandas y fechas de entregas, con el fin de disminuir los costos del transporte, el tiempo de entrega de los productos, mejorar el nivel de servicio y elevar el nivel de ventas.

El problema de Ruteo de Vehículos (Vehicle Routing Problem, VRP) es un problema de optimización combinatoria importante y muy estudiado, que surge de aplicaciones logísticas de transporte y distribuciones reales, tales como ruteo de colectivos escolares, envíos postales y distribución de mercancías.

En el presente trabajo se considera un problema de ruteo de vehículos con flota heterogénea, esto es un problema en el que los vehículos de la empresa tienen diferentes capacidades de carga. También se considera el problema de ruteo de vehículos abierto y con

ventanas de tiempo donde cada cliente debe de ser atendido dentro de su ventana horaria.

2.6 Objetivo general

Proponer un modelo de programación matemática para la empresa Galaxy que permita minimizar sus costos de transporte y tiempo de entrega a sus clientes.

2.6.1 Objetivos específicos

1. Revisión de literatura sobre cadena de suministro, transporte y ruteo.
2. Revisión de modelos de programación matemática aplicados al problema en cuestión.
3. Revisión de métodos y técnicas para la solución del problema propuesto.
4. Recabar y reunir información necesaria para la construcción del modelo.
5. Conocer el funcionamiento de la cadena de suministro de la empresa para proponer el modelo.
6. Elaborar un modelo de programación matemática con ventanas de tiempo.
7. Proponer un método de solución para el modelo matemático propuesto.
8. Validar el modelo de programación con la corrida del mismo utilizando diferentes instancias.
9. Ejecución del modelo con una instancia real para un producto.

2.7 Alcances

- La investigación se centra en una empresa de la Industria Química, ubicada en la Región de Tizayuca, Hidalgo.
- La instancia real solo considera un producto con ventanas de tiempo, clientes frecuentes y flota heterogénea.

2.8 Limitaciones

- No se cuenta con toda la información por parte de la empresa esto debido a políticas de la empresa.
- Los datos y/o parámetros necesarios serán generados por algún método probabilístico.

2.9 Preguntas de investigación

1. ¿Qué efecto tiene la cadena de suministro en el modelo matemático de ruteo?
2. ¿Cuáles son los problemas específicos que sufre la cadena de suministro al no contar con un buen ruteo de vehículos?
3. ¿Qué beneficios se obtienen al contar con una distribución de rutas por medio de un modelo matemático de ruteo?
4. ¿Qué modelos matemáticos o de optimización heurísticos y exactos existen para la solución del modelo de ruteo?
5. ¿Cuáles son los costos en los que incurre la empresa para el transporte?
6. ¿Con cuántas unidades cuenta la empresa y de qué capacidad?
7. ¿Cuál es la cantidad de proveedores y clientes?
8. ¿Cuántos productos distribuye la empresa y en qué zonas?

Capítulo 3

Fundamentación teórica y conceptual

3.1 Cadenas de suministro

Stock y Lambert en [30] definen la cadena de suministro como la integración de las funciones del negocio desde el usuario final a través de proveedores originales que ofrecen productos, servicios e información que agregan valor para los clientes y otros interesados. Dentro de la cadena de suministro se pueden encontrar dos tipos de miembros, los miembros primarios y los miembros de soporte. Los miembros primarios son aquellas compañías o empresas autómatas que realizan actividades para satisfacer a un cliente y los miembros de soporte son aquellas empresas que proveen recursos a los miembros primarios para que estos puedan cumplir con sus actividades.

3.1.1 Elementos y etapas de una cadena de suministro

La cadena de suministro cuenta con tres elementos: procesos, componentes y estructura. Los procesos se refieren a las actividades que se realizan por los miembros dentro de la cadena; los componentes se refieren a la integración y el manejo que debe existir entre los procesos y, la estructura se refiere a los miembros con los que existe una unión entre los procesos, como se puede observar en la Figura 3-1.

Una cadena de suministro es dinámica e implica el flujo constante de información productos y fondos entre las diferentes etapas como lo son:

- **Abastecimiento o suministro**

La etapa de abastecimiento se concentra en cómo, dónde y cuándo se consiguen y suministran las materias primas para la fabricación de los productos terminados. Es la etapa relacionada con la función de compra, adquisición o abastecimiento de materias primas, insumos y soluciones complejas para el desarrollo de las actividades de fabricación o producción, como lo menciona Bowersox et al., en [5].

- **Fabricación o Manufactura**



Figura 3-1: Cadena de suministros inmediata para una empresa individual.

Fuente: Ballou 2004.

En esta etapa se convierten las materias primas en productos terminados. Más allá del proceso propio de producción que una compañía manufacturera o de servicios no puede establecer, la cadena de suministro se enfoca en definir los procesos que existen entre esta etapa y la etapa de abastecimiento, posteriormente la de distribución. De esta forma, las empresas deben establecer canales que les permitan controlar los frentes importantes que una cadena de suministro requiere, las cuales se pueden consolidar en las etapas, como lo menciona Cala, en [6].

- **Distribución**

Se encarga de que dichos productos terminados lleguen al consumidor a través de una red de distribución, almacenes y comercios minoristas. Una vez finalizado el proceso de producción el producto final debe ser transportado hasta su destino final, dependiendo del acuerdo entre la empresa y el cliente, estos son los que determinan el lugar de entrega y el medio de transporte para su llegada como lo menciona Díaz et al, en [8].

- **Consumidor o Mercado**

Es una persona u organización que demanda bienes o servicios proporcionados por el productor o el proveedor de bienes o servicios. Es decir, es cualquiera que se ve afectado por el servicio, el producto o el proceso como lo menciona Juran en [16]. El consumidor, se define como un agente económico con una serie de necesidades y deseos con una renta disponible con la que puede satisfacer esas necesidades y deseos a través de los mecanismos de mercado.

3.1.2 Sistema de abastecimiento en la cadena de suministro

Si se analiza la relación que existe en la cadena de suministro, podemos observar que el abastecimiento tiene la misma importancia en todas las organizaciones.

- Las empresas industriales (actividad transformadora) cumplen tres funciones básicas:
 1. Abastecimiento de materias primas y otros materiales.
 2. Transformación de los materiales en productos terminados, aptos para la venta.
 3. Distribución y venta de los productos fabricados.
- Las empresas comerciales (abastecer y distribuir):
 1. En empresas mayoristas la distribución se dirige a través de empresas detallistas, y en el caso de estas, directamente al consumidor final.
 2. Las empresas de servicio centran sus funciones en satisfacer las necesidades de los clientes siendo intangible su servicio. Los bienes que adquieren son para llevar a cabo la actividad que realizan, no almacenan.

3.1.3 Importancia de la Cadena de Suministro

Muchas de las organizaciones han logrado una ventaja competitiva significativa por la forma en la que configuran y manejan las operaciones de la cadena de suministro.

Para lograr un gran cambio estructural en la cadena de suministro, en la actualidad, debido a la demanda de bienes y servicios, la globalización y la nueva apertura de mercados, se han visto en la necesidad de realizar cambios estructurales en sus cadenas de suministro, en los que la logística juega un papel de suma importancia. Ballou en [3] plantea que “la administración de la logística empresarial esta popularmente referida como el manejo o administración de la cadena de suministros”.

La gestión de la cadena de suministro no implica mejorar procesos de forma independiente, ve todas las empresas como una sola y busca alcanzar un beneficio global. Esta incorpora, además de las operaciones logísticas, otras actividades de soporte, según Ballou en [3]; algunas de las actividades que involucra se observan en la Figura 3-2.

3.2 Logística

El tema de la logística ha ido evolucionando a tal punto, que es considerada una de las principales herramientas para que una empresa sea altamente competitiva. Podría decirse que la misión de la logística es proveer los productos y servicios a los consumidores de acuerdo a sus necesidades y requerimientos, de la manera más eficiente posible, es decir, obtener los productos correctos, en el lugar correcto, en el tiempo correcto, y en las condiciones deseadas, con esto se hace la mayor contribución a la empresa.

EVOLUCIÓN DE LOGÍSTICA AL SUPPLY CHAIN MANAGEMENT - SCM

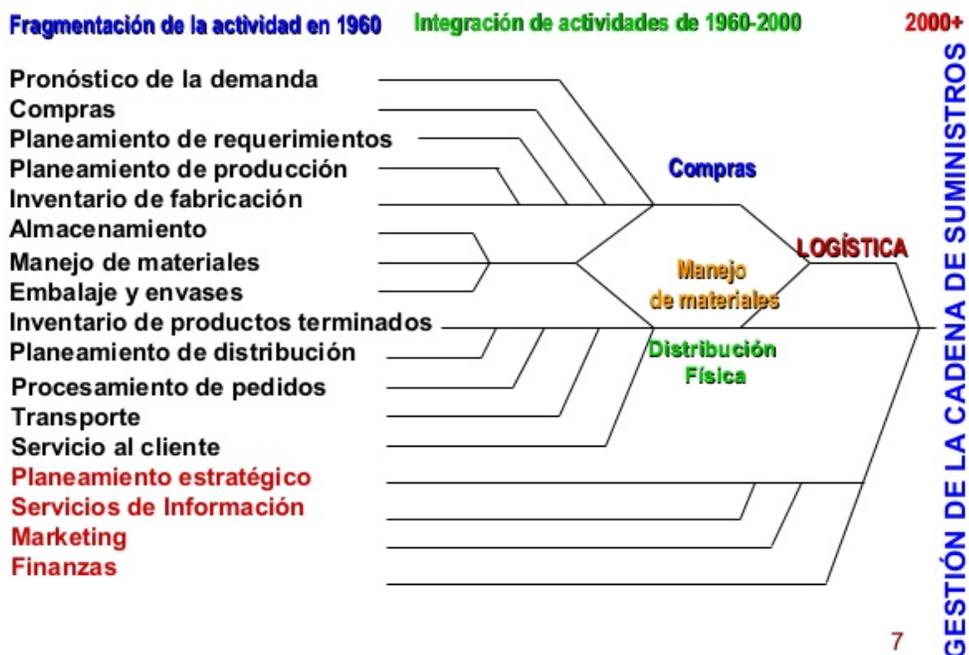


Figura 3-2: Evolución de la logística hacia la cadena de suministros.

Fuente: Ballou 2004.

“La logística es parte de la cadena de suministro, que planea, implementa y controla el eficiente efectivo flujo y almacenamiento de bienes, servicios y la información relacionada desde el punto de origen hasta el punto de consumo con el propósito de satisfacer los requerimientos del cliente”, como se puede observar en la Figura 3-3.

La logística gira en torno a crear valor para los clientes, proveedores de la empresa, y para los accionistas de la empresa. El valor de la logística se expresa fundamentalmente en términos de tiempo y lugar. Los productos y servicios no tienen valor a menos que estén en posesión de los clientes cuando (tiempo) y donde (lugar) en los que ellos deseen consumirlo. Una buena dirección logística visualiza cada actividad en la cadena de suministro como una contribución al proceso de añadir valor, la logística se ha vuelto un proceso cada vez más importante al momento de añadir valor para muchas empresas, como lo menciona, Hernández et al., en [13].

3.2.1 Importancia de la logística

Ballou en [3] menciona que la logística es importante porque ayuda a crear valor, reduciendo costos y pasando el beneficio de ello a los consumidores, puesto que permite a las empresas encontrar maneras para penetrar a nuevos mercados o simplemente extender su mercado

Ámbito de la Cadena de Suministro de las Empresas



Figura 3-3: Actividades de la logística en la cadena de suministros inmediata de una empresa.

Fuente: Ballou 2004.

actual para aumentar las ventas y así incrementar las utilidades.

La logística ve a cada actividad en la cadena de suministro como una forma de contribuir al proceso de agregar valor al producto, ya que los consumidores están dispuestos a pagar más si el producto o servicio se encuentra en el lugar y tiempo indicado.

La logística de hoy ha creado un sistema de indicadores de gestión que le permite a las empresas analizar sus operaciones y tomar decisiones oportunas con base en la información de costos de operación, rendimiento, utilización de sus recursos y productividad.

Gracias a esto y a la gran competitividad que se está desarrollando en esta actividad, existen empresas u organizaciones que ofrecen mejores precios y diferentes servicios de alta calidad y confianza, que son capaces de competir nacional e internacionalmente.

3.2.2 Objetivos logísticos

Las organizaciones pretenden varios objetivos logísticos, pero específicamente desean el desarrollo de una mezcla de actividades logísticas que en un futuro resulte en el más alto posible retorno de la inversión. Este objetivo tiene dos dimensiones:

1. El impacto del diseño del sistema logístico en el retorno de la inversión.
2. El costo del diseño.

El primer objetivo no se puede saber con certeza a menos que se desee minimizar los costos. Para ellos, los costos logísticos por lo regular se dividen en costos de operación y en costos capital, los primeros se refieren a los que se recurren periódicamente y que varían directamente con los niveles de actividad, por ejemplo administrativos o gastos de almacenamiento. Los segundos son los que generalmente solo ocurren en una ocasión y que no varían con los niveles de actividad, por ejemplo la construcción de un almacén, si lo anterior es asumido, entonces un objetivo financiero logístico podría ser: “maximizar con el tiempo el nivel anual de retorno de la inversión (correspondido al nivel de servicio otorgado al cliente), y reducir los costos de operación del sistema logístico comparándolo con la inversión anual hecha al mismo.”

3.2.3 Actividades principales de la logística

Ballou en [3], considera tres actividades en todo proceso logístico, que contribuyen a la mayor parte de los costos totales logísticos y son esenciales para obtener una coordinación efectiva.

- **Transportación**

La transportación se refiere a los distintos métodos para mover el producto de un punto a otro, esto incluye escoger el método de transportación o utilización de su capacidad y la creación de las rutas. Ninguna empresa puede operar sin proveer este servicio, esta actividad consume aproximadamente un tercio de los costos logísticos de la empresa.

- **Administración de inventarios**

Esta actividad se da porque usualmente no es posible proveer instantáneamente la producción al cliente, además proporciona un cierto grado de disponibilidad del producto al cliente y del producto entre el proveedor y demandante, este punto también es importante porque puede resultar de un tercio o dos tercios del costo logístico, mientras la transportación añade valor del lugar al producto, el inventario añade valor del tiempo.

- **Procedimiento de órdenes**

Los costos en esta actividad suelen ser menores comparados con los de la transportación o mantenimiento de inventarios, pero aun así es considerada una actividad principal, esta actividad es esencial porque es un elemento crítico al entregar los productos al cliente, también es una actividad que une al movimiento del producto con la entrega, su operación es entregar al cliente en lugar y tiempo adecuado.

3.2.4 Transporte

El transporte hace parte de la cadena de suministro, es el responsable de la articulación de todos los eslabones con el flujo de materiales desde la compra hasta el consumidor final como

se puede observar en la Figura 3-4; buscando optimizar procesos, lograr grandes cambios y mejoras en la comunicación con el uso de tecnologías de la información, a través de una gestión eficaz del transporte.



Figura 3-4: Transporte en la cadena de suministro.

Recuperado de <https://www.cerembs.com>

Función del transporte

El transporte de bienes es una función importante dentro de la logística de distribución debido a que se encarga de las actividades relacionadas con la necesidad de situar mercancías desde los centros de producción o distribución hasta los puntos de destino correspondientes, teniendo en cuenta las variables de seguridad, tiempo y costo.

Anaya, en [2], nos menciona que la cantidad del servicio de transporte está en función de los requerimientos del mercado, tales como:

- Rapidez y puntualidad de la entrega.
- Fiabilidad en las fechas prometidas.
- Seguridad e higiene del transporte.
- Cumplimiento de las condiciones impuestas por el cliente.
- Información y control del transporte.

Por lo tanto, la calidad en el servicio en términos de flexibilidad y costo, constituyen los puntos básicos de referencia para la gestión del transporte.

La planificación de un sistema logístico en una organización inicia con la identificación de los procesos que están asociados a los procesos de planificación, aprovisionamiento, producción, distribución y servicio al cliente. Para lograr integrar de manera sistemática todos estos procesos se requiere definir el cómo van a ser las redes de distribución, cuál será la ubicación de sus almacenes, el modo de gestionar su inventario y buscar un hilo conductor para unir todas estas partes con los actores del Supply Chain o Cadena de Suministro (proveedores, distribuidores y clientes), para ello se requiere de una gestión de transporte.

Dentro de la gestión de transporte, una de las decisiones operativas que debe tomarse casi a diario es el diseño de rutas con las cuales se atiende la demanda de los clientes finales o intermedios de la cadena de suministro. El diseño de rutas eficientes aparece en sectores tan diversos de la economía, como por ejemplo, la entrega de periódicos, la recolección de residuos, el transporte escolar y la distribución de productos de consumo masivo.

Requerimientos estratégicos del transporte

Una gestión de transporte para que esté alineada con la estrategia, debe analizar el pasado, el presente y el futuro; mirando el pasado nos permite tener una retroalimentación de lo que se hizo mal; el presente nos permite ver las acciones y las decisiones dado que su análisis no va a permitir que las cosas nos pasen por delante sin hacer nada, sino que la organización y cada uno de nosotros tenga respuestas a cada una de las cosas que ocurran; el futuro permitirá, dadas las experiencias, ser más eficientes y disminuir los costos que contribuirán a :

1. Mayor competencia: Tener productos accesibles a mercados distantes de la empresa.
2. Economía de escala: Con mayores volúmenes de demanda se generará mayor producción y economía de escala en los costos de producción.
3. Precios reducidos: Al bajar el costo del transporte va permitir mejorar en competitividad el costo del producto.

Cuando hablamos de los requerimientos estratégicos en la gestión del transporte debemos enfocarnos en las decisiones estratégicas, una decisión es cómo ser más competitivos en un mercado a grandes velocidades, es por ello que la competitividad depende de la rapidez con que puedan entregar sus productos, materias primas y partes al consumo y de la capacidad que tiene para abastecer líneas de producción o centros de distribución.

Sistema de manejo de transporte

La globalización ha hecho que los mercados sean más competitivos obligando a las empresas a competir con tecnologías innovadoras, ofreciendo productos diferenciados, personalizados para los clientes, y de esta forma la diversidad y cantidad de productos operados crece, los

tiempos de operación se reducen y la demanda de calidad en el servicio es mayor, como lo menciona González et al., en [11].

La búsqueda constante de nuevas herramientas haciendo uso de las TIC's nos permite asegurar altos niveles de servicio, al tiempo que incrementa la eficiencia y la productividad sin que se vean afectados los costos.

Con el uso de las tecnologías informáticas se han desarrollado sistemas base que se utilizan en la gestión logística y permiten alcanzar estos objetivos; algunas de las herramientas utilizadas son:

- Sistema de Gestión de Almacenes – WMS (Warehouse Management System).
- Sistema de Gestión de Transporte – TMS (Transportation Management System).
- Sistema de Ruteo – RS (Routing System) mejor conocido también como, el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP).

El VRP es una de las herramientas más utilizadas en la construcción de redes más robustas con esquemas de distribución extensiva y con muchos puntos de entrega a nivel local, regional y nacional, este se deriva de la investigación de operaciones, el cual tiene como objetivo reducir los costos de transporte y los tiempos de entrega, optimizando el nivel de ocupación de los camiones, maximizando los puntos de entrega y las ganancias.

Las decisiones de enrutamiento pueden optimizarse usando modelos matemáticos comúnmente conocidos como problemas de enrutamiento o de diseño de rutas. Dichos problemas tienen diferentes variables, de acuerdo con la limitación sobre el número de vehículos a cubrir las rutas, la distribución de la demanda del servicio, la capacidad de los vehículos, la combinación con otras decisiones, por mencionar algunas.

3.3 Problema de ruteo de vehículos

La investigación de operaciones, tal como la conocemos hoy en día se ha venido desarrollando de manera consciente y estructurada especialmente en los últimos años. Uno de los problemas más estudiados e importantes por su impacto en la vida diaria es la distribución de productos, el cual tiene su representación y explicación más importante en el llamado Problema de Ruteo de Vehículos (VRP). Específicamente, este problema se enfoca en determinar las mejores rutas para entregar productos a los clientes dispersos geográficamente.

Típicamente existen diferentes modelos que resuelven parcialmente este problema y los más conocidos son:

1. El Problema del Agente Viajero o TSP (Travelling Salesman Problem) el cual dispone de un solo vehículo que debe visitar a todos los clientes en una sola ruta y a un costo mínimo, No suele haber un depósito o almacén (y si lo hubiera no se distingue de

los clientes), no hay demandas asociadas a los clientes y tampoco hay restricciones de tiempo; la formulación de la solución a este problema fue realizada por Datzing, et al (1954). Este es un modelo muy sencillo basado en distancias entre nodos conformando una ruta.

2. El VRP (Vehicle Routing Problem) es un problema de optimización combinatoria y programación entera, y es una evolución del TSP en la cual cada cliente, incluido el depósito, tiene asociada una demanda y cada vehículo tiene una capacidad de carga límite (se considera que la flota es homogénea en capacidad). En este problema la cantidad de rutas no es fijada de antemano como en el TSP y la formulación del problema es realizado por el algoritmo de Ahorros de Clarke, et al (1964). Si en una solución dos rutas diferentes $[(0, i)$ y $(0, j)]$ pueden ser combinadas formando una nueva ruta $(0, i, j, 0)$, el ahorro (en distancias) obtenido por dicha unión es mayor a la inicial, se agrega a la solución el nuevo arco (i, j) , este algoritmo parte de una solución inicial y se realizan las uniones que den mayores ahorros siempre que no violen las restricciones del problema.

González et al, en [11] nos mencionan que dentro de la literatura se pueden encontrar diferentes modelos de VRP, adicionalmente existen diferentes tipos de problemas que se encuentran determinados por los valores que pueden tomar los parámetros o variables que componen el problema.

Los principales problemas de ruteo son:

- Ventanas de tiempo (VRPTW)

El objetivo de VRPTW además de minimizar los tiempos, costos y flota del viaje, minimizar los tiempos de espera recién definidos. Las ventanas de tiempo pueden ser duro o suave. En el caso de las ventanas duras, si un vehículo llega antes del inicio de la ventana a un cliente, está permitido esperar hasta que el cliente esté listo para recibir el servicio. Sin embargo, no está permitido llegar al destino después del final de la ventana de tiempo.

En contraste, en las ventanas de tiempo suaves, las ventanas pueden ser violadas a un costo. En algunos casos, es posible que un cliente tenga más de una ventana de tiempo, por ejemplo, en el caso de despacho de insumos a un restaurante, se tienen dos ventanas de tiempo, antes de la hora de almuerzo y después de la hora del almuerzo, ya que no se puede estar recibiendo mercancía dentro de este periodo de tiempo. Si la diferencia entre estos es pequeña comparada con el horizonte de tiempo, se habla de una ventana de tiempo angosta. Hoy en día, buscando brindar un mejor servicio, se manejan ventanas de tiempo más angostas, beneficiando a los clientes al disminuir los tiempos de espera.

- Múltiples Bodegas (MDVRP)

En esta variación del problema de ruteo de vehículos, no se tiene una única bodega, sino varias, donde cada una tiene una flota de vehículos, que deben servir a los clientes; por lo cual

se evidencia un problema adicional, asignar los clientes a las distintas bodegas. También se puede complicar más el problema, permitiendo que los vehículos no necesariamente vuelvan a la misma bodega de la que partieron.

- VRP con backhauls

El problema de ruteo con backhauls es un VRP en el cual los clientes pueden recibir o entregar productos a los vehículos, estos son los clientes que envían productos de vuelta a la bodega. El supuesto crítico consiste en que todos los despachos deben ser hechos en cada ruta antes de que cualquier devolución sea hecha. Esto se debe al hecho de que no es factible reordenar la carga de los vehículos durante la ruta.

- VRP con entrega dividida (SDVPR)

SDVPR es una relajación del VRP donde está permitido que el mismo cliente pueda ser servido por diferentes vehículos, si esto reduce el costo total. Esta relajación es muy importante si los tamaños de las órdenes de los clientes son muy grandes en comparación con la capacidad de los vehículos.

- VRP con despacho y recolección (VRPPD)

El problema de ruteo de vehículos con despacho y recolección es un VRP en el cual existe la posibilidad de que los clientes devuelvan productos. Es usual considerar algunas restricciones del problema, como son, todos los productos que se despachan vienen de la bodega, y todos los productos que se devuelven deben ser enviados a la bodega, es decir, no se permite el intercambio de productos entre los clientes. Otra alternativa es relajar la restricción que hace alusión a que todos los clientes deben ser visitados exactamente una vez.

- VRP con demandas estocásticas (VRPSD)

El problema de ruteo de vehículos con demanda estocástica (VRPSD) es una variación del VRP donde cada demanda de los clientes es incierta, en lugar de ser conocida exactamente a priori. El VRPSD surge en la práctica cada vez que una empresa se enfrenta al problema de las entregas a un conjunto de clientes, cuyas exigencias son inciertas. En esta formulación se supone que la demanda del cliente q_i es una variable aleatoria discreta cuya distribución de probabilidad se especifica por $p_i(k)$, esto es, la probabilidad de que el cliente pida una cantidad $q_i = k$ de mercancías, con $k = 0, 1, \dots, k$, y $k \leq Q$. En el VRPSD también se asume que la demanda real de los clientes solo se conoce cuando el vehículo llega a la ubicación del cliente.

3. El problema de ruteo de vehículo mixto y tamaño de flota con ventanas de tiempo (FSMVRPTW) .

En la realidad es raro encontrar un compañía que trabaje con vehículos de capacidades homogéneas, por lo general la mayoría de las empresas varían en cuanto capacidades de carga y costos de transporte, además se toma en cuenta que los clientes deben ser atendidos dentro de sus ventanas de tiempo respectivas.

En el FSMVRPTW encontramos vehículos de capacidad heterogénea ubicados en un depósito y que son utilizados para dar servicio a los clientes dispersos geográficamente, dentro de un horario limitado, la distancia d_{ij} entre cada par de clientes es conocida. Cada cliente i tiene una demanda q_i y debe ser atendido en el tiempo b_i elegido por la persona quien transportará la mercancía. Si las ventanas de tiempo son estrictas, b_i es elegido dentro de la ventana de tiempo del cliente, es decir b_i debe estar entre la hora de apertura del cliente e_i y la última hora en que el cliente este dispuesto a recibir servicio l_i .

Por otro lado, si las ventanas de tiempo son suaves, el vehículo puede llegar tarde con el cliente y esta falta se paga con una penalización. En ambos casos, un vehículo que llega muy temprano con el cliente j tiene que esperar hasta el tiempo e_j . Si t_{ij} representa el tiempo de viaje directamente del cliente i al cliente j y s_i representa el tiempo de servicio al cliente i , entonces el momento en que el cliente j comienza a ser atendido, $b_j = \{e_j, b_i + s_i + t_{ij}\}$ y el tiempo de espera $e_j = \{0, e_j - (b_i + s_i + t_{ij})\}$.

El objetivo del FSMVRPTW es minimizar la suma de los costos de viaje y los costos compuestos de los vehículos en los que se incurren por haber atendido a los clientes dentro de sus respectivas ventanas de tiempo. La flota de los vehículos está compuesta por K diferentes tipos de vehículos. Otras variables que deben considerarse son:

- q_k , es la capacidad de los vehículos de tipo k ($q_1 < q_2 < \dots < q_k$);
- f_k , es el costo de adquisición del vehículo de tipo k ($f_1 < f_2 < \dots < f_k$)

Sin perder generalidad, el costo de transportar una unidad aplicada al mundo real depende del tipo de vehículo utilizado y la distancia recorrida.

En los problemas reales de VPR aparece una gran cantidad de restricciones, entre las que cabe citar:

- Cada cliente tiene que ser visitado dentro de una determinada franja horaria (problema VPR con ventanas de tiempo).
- Cada vehículo tiene una capacidad limitada.
- Varios puntos de suministro (problema VRP con múltiples depósitos).
- Los clientes pueden ser atendidos por varios vehículos (problema VRP con suministro dividido).
- Algunas variables del problema son aleatorias, tales como el número de clientes, sus demandas, y otros (problema VRP estocástico).
- Las entregas se deben realizar en determinados días (problema VRP periódico).

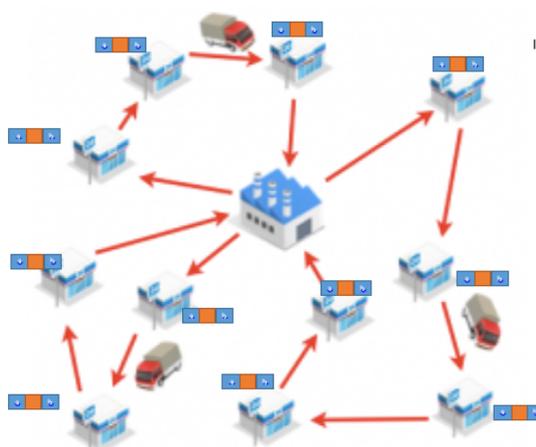


Figura 3-5: Problema de ruteo de vehículos VRP.
Recuperado de <https://ulingeneria.com>.

3.3.1 Modelos de programación lineal asociados a los VRP

Programación lineal (PL) La programación lineal es la interrelación de los componentes de un sistema, en términos matemáticos, ya sea en forma de ecuaciones o inecuaciones lineales llamado Modelo de Programación Lineal. Es una técnica utilizada para desarrollar modelos matemáticos, diseñada para optimizar el uso de los recursos limitados en una empresa u organización.

Así la programación lineal es una metodología que se utiliza en la solución de problemas en los que se desea optimizar (maximizar o minimizar) una función lineal de una o más variables (variables de decisión) llamada función objetivo, sujeta a ciertas limitaciones (restricciones) que se pueden representar como desigualdades o igualdades de funciones lineales de variables.

- **Variables de decisión y parámetros**

Las variables de decisión o variables del problema son incógnitas que deben ser determinadas a partir de la solución del modelo, las cuales, en teoría, representan factores controlables del modelo y que contribuyen a la consecución de la función objetivo. Las variables de decisión se representan por: $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ó $X_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$.

- **Función Objetivo (Z)**

La función objetivo es una relación matemática entre las variables de decisión, parámetros y una magnitud que representa el objetivo o producto del sistema, es la medición de la efectividad del modelo formulado en función de las variables. Determina lo que se va a optimizar (maximizar o minimizar).

La solución óptima se obtiene cuando el valor de la Función Objetivo es óptimo (valor máximo o mínimo), para un conjunto de valores factibles de las variables. Es decir, hay que reemplazar las variables obtenidas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$; en la Función Objetivo $Z = f(C_1X_1, C_2X_2, C_3X_3, \dots, C_nX_n)$ sujeto a las restricciones del modelo matemático.

Por ejemplo, si el objetivo es minimizar los costos de operación, la función objetivo debe expresar la relación entre el costo y las variables de decisión, siendo el resultado el menor costo de las soluciones factibles obtenidas.

- **Restricciones**

Las restricciones son relaciones entre las variables de decisión y los recursos disponibles. Las restricciones del modelo limitan el valor de las variables de decisión. Se generan cuando los recursos disponibles son limitados.

En el modelo se incluye, adicionalmente de las restricciones, la restricción de no negatividad de las variables de decisión, o sea: $X_i \geq 0$.

Por ejemplo, si una de las variables de decisión representa el número de empleados de un taller, el valor de esa variable no puede ser un valor negativo.

Existen diferentes métodos de solución para la programación lineal como lo son:

- Método gráfico

Representa la forma más sencilla para la solución de problemas de programación lineal, consiste en graficar las ecuaciones correspondientes a las restricciones en el plano cartesiano, siendo cada variable representada en uno de los ejes, de tal manera que quede definida la zona o región factible de solución, procediéndose a encontrar en ella el punto que optimice la función objetivo.

El método gráfico se limita a problemas que incluyen dos variables de decisión (o tres en el caso de graficas tridimensionales), a través de este método, se proporciona una visión inmediatamente de la posible solución.

- Método Simplex

Es un procedimiento iterativo que permite hallar la mejor solución a la función objetivo. El proceso concluye cuando no es posible seguir mejorando dicho valor, es decir, se ha alcanzado la solución óptima (el mayor o menor valor posible, según sea el caso para que se satisfagan las restricciones). Partiendo del valor de la función objetivo en cualquier punto el procedimiento consiste en encontrar otro punto que mejore el anterior.

Al igual que el método algebraico, el método simplex llega a la solución óptima por medio de iteraciones o pasos sucesivos, utiliza conceptos de álgebra matricial fundamentados en la metodología de Gauss Jordán en el manejo de variables no negativas.

Programación cuadrática La programación cuadrática (QP) es el nombre que se le da a un procedimiento que minimiza una función cuadrática de n variables sujeta a m restricciones lineales de igualdad o desigualdad. Un modelo cuadrático es la forma más simple de problemas no lineales con restricciones de desigualdad. La importancia de la programación cuadrática es debida a que un gran número de problemas aparecen de forma natural como cuadráticos (optimización por mínimos cuadrados, con restricciones lineales), pero además es importante porque frecuentemente aparecen como un subproblema para resolver problemas no lineales más complicados. Las técnicas propuestas para solucionar los problemas cuadráticos tiene la misma similitud con la programación lineal. Específicamente cada desigualdad debe de ser satisfecha como igualdad. El problema se reduce entonces a una búsqueda de vértices igual que se hace en la programación lineal.

Programación mixta entera lineal Muchos procesos representan problemas en los que no solo existen variables continuas tales como flujos o costos, sino que también necesitan variables con las que se pueden tomar decisiones como construcción, colocación o diseño de algún sector de los mismos. La programación mixta entera lineal (MILP) es la herramienta que se encarga de encontrar el valor óptimo de una función objetivo en la que una o más variables deben de ser enteras, específicamente, los valores de 0 o 1., por eso se le considera solamente una modificación de la PL y su resolución es muy similar a ésta.

Los métodos de solución más utilizados para resolver este tipo de problemas son: el método gráfico, el cual consiste en encontrar la solución óptima a partir de la representación gráfica de restricciones. Al igual que en la PL es útil cuando solo existen dos variables. Después se tiene el método de enumeración implícita, en el cual se resuelve como PL todas las combinaciones posibles de variables enteras hasta encontrar el óptimo global. Obviamente aunque garantiza el mejor resultado, este método es ineficiente por la gran cantidad de problemas que pueden generarse al existir mucha variables en el sistema. La técnica de relajación es otro método que resuelve el problema como si fuera PL y en algunos casos las soluciones son enteras, desafortunadamente esto no ocurre en la mayoría de las veces, por lo que no se puede tener mucha confiabilidad en este método.

Un método muy parecido a este último es la técnica de redondo en la que se resuelve el problema de la misma manera, pero el resultado se acerca al entero más próximo; esto puede generar soluciones óptimas o no factibles. El método de ramificación y acotamiento (branch and bound) es una técnica que divide el problema de MILP en una serie de subproblemas PL. Aunque no recorre todas las configuraciones posibles del problema, el acotamiento permite encontrar soluciones óptimas que van mejorando al pasar de nodo a nodo (subproblema) por lo que resulta muy eficiente en su resolución.

Los paquetes computacionales utilizan generalmente el método de ramificación y acotamiento ya que requieren del método Simplex para su resolución, por lo que las hace herramientas poderosas que se utilizan en los casos de estudio.

3.3.2 Métodos de solución exactos

En años recientes los métodos exactos de solución aplicables al VRP y al VRPTW, han visto mejorados sus algoritmos de solución, basándose principalmente en dos técnicas: algoritmos de partición de conjuntos y algoritmos basados en la generación de columnas.

Los algoritmos de partición de conjuntos permiten en una primera fase encontrar una “gran ruta” para un vehículo que viaja por la red visitando todos los clientes para realizar las entregas, sin importar las restricciones del problema, como son la distancia recorrida máxima, tiempo, costo, etcétera, lo que hace que esta solución sea no viable.

En una segunda fase, la “gran ruta” se divide en rutas factibles a través de la partición formando conjuntos de nodos que agrupan los clientes a visitar por cada vehículo; dicho de otro modo, el método encuentra subconjuntos de rutas factibles al costo mínimo, en las cuales el cliente será visitado una sola vez, teniendo en cuenta las restricciones del caso.

Por lo que se refiere al algoritmo basado en la generación de columnas, es de gran utilidad para problemas de ruteo con un número grande de clientes a atender, éste algoritmo inicia con un subconjunto de rutas factibles, de tal manera que si dentro de este subconjunto no se encuentra una combinación óptima de rutas, se adicionan nuevas rutas al subconjunto anterior, repitiéndose este procedimiento hasta encontrar la mejor solución de ruteo.

Puede decirse que los recientes avances tecnológicos permiten que las empresas puedan administrar sus flotas en tiempo real, utilizando de manera amigable sofisticados modelos matemáticos y el desarrollo de técnicas de solución basadas en meta heurísticas o en herramientas como la micro simulación, permiten tratar con la creciente complejidad en los problemas de ruteo, sin necesidad de que el personal operativo los conozca.

3.3.3 Metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos

Las heurísticas son procedimientos simples que exploran el espacio de búsqueda de una forma limitada, generando soluciones aceptables, por lo regular en tiempos cortos de solución. Las soluciones obtenidas con estos procedimientos pueden ser mejoradas utilizando métodos de búsqueda complejos como las metaheurísticas, que conlleva mayores tiempos de cálculo ejemplos de ellas las podemos ver en la Figura 3-6.

A pesar de que se han demostrado las ventajas de utilizar las heurísticas en problemas relacionados con el ruteo de vehículos, en muchas ocasiones estos procedimientos generan óptimos locales que pueden estar muy alejados de las soluciones óptimas globales. Para resolver este inconveniente se han desarrollado las denominadas metaheurísticas, que son “estrategias maestras que permiten resolver de manera inteligente un problema”.

Las metaheurísticas modifican a otras heurísticas combinando diferentes conceptos para producir mejores soluciones que las encontradas por las heurísticas. Con la utilización de las metaheurísticas no se asegura la exploración completa del espacio de soluciones; sin embargo, estos procedimientos exploran aquellas regiones en las que es factible encontrar buenas soluciones. Una metaheurística puede evitar los problemas de óptimos locales y

secuencias repetitivas de soluciones.

Las metaheurísticas incluyen métodos tan populares como optimización por colonia de hormigas (ACO), algoritmos evolutivos (EA) donde se incluyen los algoritmos genéticos (GA) y los algoritmos meméticos (MA), procedimientos de búsqueda miope (constructiva, voraz o ávida), aleatorizados y adaptativos (GRASP), búsqueda local iterativa (ILS), reencadenamiento de trayectorias (PR), recocido simulado (SA), búsqueda dispersa (SS) y búsqueda tabú (TS).

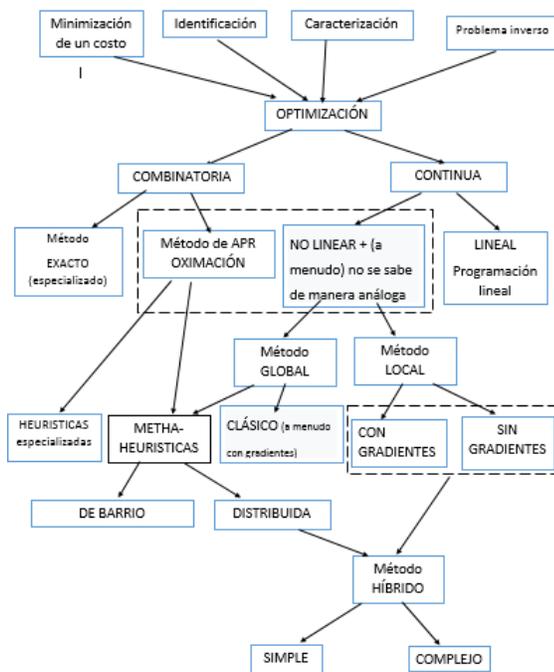


Figura 3-6: Clasificación general de los métodos de optimización mono-objetivo.

Fuente: Metaheuristics for Hard Optimization

Capítulo 4

Estado del arte del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo.

4.1 Revisión de casos de estudio referentes a cadenas de suministro

Para seguir siendo competitivos en el mercado, las empresas se ven obligadas a ampliar sus ofertas de productos y ofrecer altos niveles de personalización, lo que genera una gran incertidumbre en su cadena de suministro. Las empresas que enfrentan una gran incertidumbre ambiental enfrentan cada vez más riesgos en términos de interrupciones en el suministro, producción y retrasos en la entrega que finalmente resultan en un desempeño operacional deficiente.

El objetivo de estudio de Sreedevi et al., en [28] fue comprender los antecedentes del riesgo operacional de la cadena de suministro que enfrentan las empresas y las condiciones bajo las cuales dichos riesgos pueden mitigarse. Utilizando datos de la India de la sexta edición de International Manufacturing Strategy Survey (IMSS) y modelos de ecuaciones estructurales, investigaron las relaciones entre la incertidumbre ambiental y el riesgo de la cadena de suministro y el efecto moderador de la flexibilidad de la cadena de suministro. Identificaron los tipos de flexibilidad adecuados para mitigar los tres aspectos principales del riesgo de la cadena de suministro: riesgo de suministro, riesgo del proceso de fabricación y riesgo de entrega. Sus hallazgos no solo contribuyen a llenar ciertos vacíos en la literatura de administración de riesgo de la cadena de suministro, sino que también proporcionan a los gerentes e investigadores en ejercicio una mejor comprensión de los tipos de flexibilidad que pueden mitigar el riesgo de la cadena de suministro en diferentes entornos comerciales.

Basándose en la investigación sobre un gran número de empresas, Hanifan et al., en [12] descubren que al establecer una cadena de suministro sostenible, las empresas no solo pueden reducir el costo y mejorar el nivel de gestión de riesgos, sino también explorar nuevas fuentes de ingresos y aumentar el valor de la marca.

En [7] nos hablan sobre como la apertura y la globalización de los mercados demandan cambios estructurales en las cadenas de suministro, en los que la logística juega un papel

estratégico. Actualmente los clientes evalúan la calidad del producto, el valor agregado del mismo y la disponibilidad en tiempo y forma, de ahí la necesidad de hacer eficientes los procesos.

La logística se encarga de la administración del flujo de materiales e información a lo largo del proceso de creación de valor; aprovisionamiento, producción y distribución. De esta manera, gestiona un grupo de actividades que tienen lugar en la organización con la finalidad de brindar valor al cliente mediante la transformación de los factores productivos.

En la actualidad la globalización de los mercados hace más complejo el sistema logístico y su gestión; por ello es necesario mejorar las condiciones de las compañías productoras o comercializadoras de bienes y servicios que se encuentran participando en un ambiente de negocios internacionales.

4.2 Revisión de casos de estudio sobre problemas de transporte.

El ruteo de vehículos, o Vehicle Routing Problem (VRP), es un problema central de la logística, que deben enfrentar las empresas que realizan la distribución. El ruteo de vehículos requiere decidir cómo atender la demanda de los clientes con los medios de transporte existentes en una empresa, o los que puede subcontratar. El problema del ruteo de vehículos siempre busca satisfacer la demanda de los clientes, sujeto a una amplia gama de restricciones.

La literatura revisada estudia principalmente tres casos del problema de ruteo de vehículos: Vehicle Routing Problem (VRP) problemas de ruteo de vehículos, Capacited Routing Problem (CVRP) o ruteo de vehículos con capacidad.

Infante et al., [14], presentan un modelo matemático con flota de vehículos diferentes desde un depósito central a clientes con demandas y ventanas de tiempo conocidos. Se supone que un vehículo tiene que volver al depósito central después de visitar a un cliente, de modo que una red de transporte tenga una estructura en forma de estrella.

En el ruteo con capacidad (CVRP) [32], se cuenta con un modelo matemático para resolver el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad considerando flota propia y subcontratada, en el cual las restricciones clásicas que evitan los subtours se reemplazan por un conjunto de restricciones que establecen conexiones radiales entre los clientes y los depósitos, permitiendo resolver de forma exacta instancias de la literatura especializada. Además el modelo se puede adaptar para resolver problemas de ruteo atendiendo con flota propia y sub contratada y con múltiples depósitos.

González et al., en [11], muestran las metaheurísticas aplicadas al ruteo de vehículos, el artículo presenta la formulación matemática del problema de ruteo de vehículos (VRP) y una serie de metodologías utilizadas por diferentes autores para resolver sus variaciones. Se presenta con el propósito de introducir al lector a una serie de artículos referentes a la

decisión de localización de una empresa manufacturera tomando como criterio de selección la distancia total a recorrer para distribuir su producto.

López et al., en [21], nos mencionan que un reto importante para los fabricantes es coordinar el abastecimiento desde las diversas zonas geográficas en donde están ubicados sus proveedores. Nos muestran el diseño de una red para el servicio de transporte donde se consideren tanto el tiempo que los embarques están en aduanas y puntos de transbordo, como las posibles demoras en la cadena de transporte debido al uso de distintos modos de transporte. Para un mejor desempeño de la red formularon un modelo de optimización que considera dos criterios: costo y tiempo, cuya solución fue la estructura de la cadena de transporte para una armadora de autopartes ubicada en Toluca, la cual importa a Estados Unidos de Norteamérica.

Velázquez et al., en [33], concluyen que en la búsqueda de estrategias que permiten la optimización de las cadenas de abastecimiento, el modelo matemático propuesto en el trabajo, es aplicado a la industria de consumo masivo de alimentos, una herramienta que sin lugar a duda ayuda a agilizar la toma de decisiones en la organización y permite la gestión eficaz de la cadena de abastecimiento. El modelo matemático de programación lineal, considera las condiciones de operación actual de la compañía, incluye 3150 variables de decisión, y 885 restricciones, con una función objetivo, la cual consiste en minimizar los costos totales.

Ocaña et al., en [23] presentan el problema de una empresa que se dedica a la prestación de servicios logísticos de recolección de mercancías de sus clientes y transportarlas a la bodega, para el que se utiliza un modelo empírico de trabajo logístico realizado por la empresa lo que ayuda a visualizar más allá de la simple operación diaria. Para esto, diseñan un modelo matemático que permite resolver el problema de ruteo vehicular teniendo como objetivo la mejora continua en el servicio al cliente respetando las restricciones como ventas de tiempo, demanda y capacidad de vehículos, obteniendo como resultado final la creación de rutas abarcando la totalidad de los clientes a visitar con la mínima distancia posible a recorrer y disminuyen el excesivo consumo de la empresa.

4.3 Modelos de optimización para problemas de transporte.

Sarmiento en [26] realiza un trabajo donde estudia el problema de ruteo de vehículos bajo un enfoque multi-objetivo, en el cual se incorpora además de la minimización de la distancia, el balance de carga como objetivo de optimización. Al hacer una exhaustiva revisión de la literatura del problema de ruteo de vehículos multi-objetivo se evidenció que el balance de carga es un objetivo que se ha estudiado poco y en la mayoría de los trabajos analizados, se ha considerado el balance de carga desde la perspectiva de la longitud de las rutas. En el trabajo presentado se define el balance de carga como la diferencia de carga entre los vehículos con mayor y menor cantidad de producto a transportar hacia los clientes.

Rivera et al., en [24], nos hablan sobre como el transporte de mercancías es uno de

los eslabones principales dentro de una cadena de suministro, por lo que es importante tener una buena logística de distribución que permita tener un transporte lo más eficiente posible, plantean el desarrollo de un modelo matemático de distribución y asignación basado en plataformas logísticas; este modelo se realizó con base en el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP), utilizaron un algoritmo Greddy el cual se ejecutó en Java; utilizando la simulación con un conjunto de puntos.

En el artículo presentado por Gelves et al., en [10], elaboraron un problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas, en el cual la única variable estocástica es la demanda de los clientes; esta variable sigue una distribución discreta, y su valor solo es conocido cuando el vehículo llega a la ubicación de los clientes. Para su solución implementaron la metaheurística denominada Optimización por espiral, con enfoque a priori y la estrategia de reabastecimiento preventivo para un solo vehículo. Para mejorar el método iniciaron las rutas mediante la heurística del vecino más cercano, y posteriormente utilizaron la mutación, un operador evolutivo, para ampliar la zona de exploración de los puntos de búsqueda.

Onder et al., en [4], realizan un estudio considerando el problema de enrutamiento de vehículos de dos niveles con recolección y entrega simultáneas (2E-VRPSPD) que es una variante del problema de enrutamiento de vehículos. En el 2E-VRPSPD, las actividades de recogida y entrega se realizan simultáneamente por los mismos vehículos a través del depósito a los satélites en el primer escalón y desde los satélites a los clientes en el segundo escalón. Para resolver el problema, proponen un modelo matemático basado en nodos y se adaptan tres desigualdades válidas de la literatura para fortalecer el modelo. Debido a la dureza NP del 2E-VRPSPD, en segundo lugar, desarrollan un algoritmo heurístico híbrido basado en el descenso de vecindad variable (VND) y la búsqueda local (LS), llamado VND_LS, para resolver instancias de tamaño mediano y grande del 2E-VRPSPD. Llevaron a cabo un estudio experimental para investigar la efectividad de las desigualdades válidas en el modelo matemático y también para evaluar la eficacia y la eficiencia del VND_LS. Los resultados computacionales muestran que las desigualdades válidas tienen un efecto significativo para fortalecer la formulación matemática. Además, el VND_LS encuentra buenas soluciones para el problema de manera eficiente. Finalmente, aplican el VND_LS para comparar sistemas de distribución de uno y dos niveles para una cadena de supermercados ubicada en Turquía. Concluyen que los resultados indican que VND_LS se puede aplicar fácilmente para problemas del mundo real.

El trabajo presentado por Yunyun et al., en [36], muestran como el rápido desarrollo de la economía colaborativa, la externalización de las operaciones logísticas y la logística de terceros se ha convertido en una forma eficiente de reducir los costos en el transporte de mercancías. Modelan como una variante del problema de enrutamiento de vehículo abierto (OVRP), donde los vehículos no regresan al depósito después de atender a los clientes. Estudian el consumo de combustible en el contexto de la logística de terceros. En el trabajo, se describió el modelo matemático del problema de enrutamiento de vehículo abierto ecologista con ventanas de tiempo (GOVRPTW) con base en el modelo de emisión

modal integral (CMEM). Se diseñó un algoritmo híbrido de búsqueda tabú que implica varias estrategias de búsqueda de vecinos para resolver este problema. Los experimentos computacionales se realizaron en instancias realistas basadas en las condiciones reales de las carreteras de Beijing, China. Realizan una comparación de las rutas cerradas, con las rutas abiertas redujeron el costo total en un 20% con el costo de las emisiones de combustible y el costo de las emisiones de CO₂ disminuyó en casi un 30%. Para los experimentos con nodos congestionados, el costo del combustible y las emisiones disminuyó en un 12.3%, y el costo del conductor incluso disminuyó en un 31.3%.

Acuña en [1] presenta un trabajo donde implementa un modelo de programación lineal para el ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW), utilizado para resolver el problema operacional que enfrenta día a día Empresas Bravo en la distribución de pallets (armazón para carga) a sus puntos de venta desde su centro de distribución. Con los datos suministrados por la empresa se implementó y resolvió el modelo VRPTW, haciendo pruebas con datos históricos. Los resultados obtenidos se compararon con el ruteo que genera de forma manual el administrador de los camiones. Muestra como el resultado final da una reducción en los costos de transporte de un 3.73%, en general. Este ahorro no resulta significativo para la empresa. Los tiempos de solución no superan los 18 minutos para las instancias implementadas, lo que constituye un buen tiempo para la percepción de la empresa.

4.3.1 Modelos de optimización para problemas de transporte con flota heterogénea y ventanas de tiempo.

Tolga et al., en [31], presentan un trabajo donde extienden el problema de enrutamiento de ubicación considerando una flota heterogénea y ventanas de tiempo. El objetivo principal de su investigación es minimizar la suma de costos fijos del vehículo, costo de depósito y costo de ruta, para ello desarrollan una programación de formulaciones enteras y una familia de desigualdades válidas para fortalecer el modelo, presentan un potente algoritmo híbrido de búsqueda evolutiva (HESA) para dar solución al problema. El (HESA) combina con éxito varias metaheurísticas y ofrece un número de nuevos procedimientos eficientes avanzados adaptados para manejar una flota heterogénea.

El trabajo desarrollado por Jun et al., en [17], presenta una variante del problema de enrutamiento del vehículo con ventanas de tiempo para considerar un encaminamiento de vehículos con una flota heterogénea, un número limitado de vehículos y ventanas de tiempo. Proponen un método que extiende un procedimiento de búsqueda tabú existente para su solución, para evaluar el rendimiento del método propuesto, los experimentos que llevan a cabo en un gran conjunto de casos de prueba, que comprende varios problemas de numerosas variantes con una flota heterogénea. Se observa que el método propuesto puede ser utilizado para dar razonablemente buenos resultados para estas variantes. Además, presentan algunas ideas para avanzar en la investigación de heurística, como informes,

publicación de problemas de referencia y ejecutables, al igual que rutinas desarrolladas para la comparación algorítmica.

Shuguang et al., realizan un estudio en [27] sobre el tamaño de la flota y el problema del enrutamiento del vehículo mixto (FSMVRP), en el cual la flota es heterogénea y su composición por determinar. Diseñan e implementan un Algoritmo genético (GA) basado en heurística. Sobre un conjunto de veinte problemas de referencia el cual alcanza una solución conocida 14 veces y encuentra una nueva solución mejor. También proporciona un competitivo rendimiento en términos de solución promedio.

Reyes en [22] presenta un trabajo donde muestra la programación de rutas de transporte de empresas logísticas en Perú, con ayuda de la herramienta FSMVRPTW (Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows) logra encontrar ahorros significativos empleando una base de conocimientos, herramientas informáticas y de operaciones.

Dell'Amico et al., en [9] nos hablan sobre el problema de ruteo FSMVRPTW, desarrollan una heurística de inserción constructiva y un algoritmo metaheurístico, consideran el diseño de rutas a costos mínimos originadas y terminadas en un depósito central, atendiendo las demandas conocidas de los cliente, dentro de un plazo determinado, con una flota de vehículos heterogénea con ventanas de tiempo.

Capítulo 5

Formulación matemática del problema

Para la formulación del problema solo se considerará la planta ubicada en Tizayuca Hgo., por lo que esta será considerada como el almacén principal desde donde parten las unidades; las posiciones de los clientes se han considerado en longitud y latitud conformando los nodos, (ver Anexo B.1). Se describe formalmente el FSMVRP de la siguiente manera.

Sea 1 el depósito y n ubicaciones de clientes numerados denotados por $N = \{2, \dots, n\}$, sea $V = N \cup \{1\}$ y se configura el conjunto de arcos $A = \{(i, j) : i, j \in V\}$. Para cada arco $(i, j) \in A$, se denota por d_{ij} a la distancia recorrida desde i a j ; para cada cliente se determina una demanda en miles de litros de producto químico q_i y la ventana de tiempo $[a_i, b_i]$, una solución factible del servicio es que el vehículo arribe en el momento $t \in [a_i, b_i]$, o que llegue en el instante $t < a_i$, y que espere $a_i - t$ unidades de tiempo antes de iniciar el servicio de descarga. Para esta investigación se asume que se cuenta con diferentes ventanas horarias para los clientes, los tiempos de carga y descarga son constantes, al igual que los tiempos de servicio.

Se tienen las siguientes reglas:

1. Cada ruta, inicia y termina en el depósito.
2. Cada ruta es asignada a un vehículo.
3. La demanda de los clientes de cada ruta no debe exceder a la capacidad del vehículo asignado a dicha ruta.
4. Cada cliente es visitado por única vez y el servicio se inicia dentro de su ventana horaria.

5.1 Consideraciones del modelo propuesto.

La formulación matemática para el modelo FSMVRPTW es la siguiente:

Se definen K tipos de vehículos distintos obtenidos por k vehículos de tipo h para cada $k \in K$, tenemos Q^k y F^k que representan la capacidad y el costo del vehículo k respectivamente.

Se consideran las siguientes variables binarias:

- Variable x_{ij}^k , que toma el valor de 1 si el arco (i, j) es atendido por el vehículo k y 0 en otro caso.
- Variable y_i^k , que toma el valor de 1 si el cliente es atendido por el vehículo k y 0 en otro caso.

En el orden en que se seleccionan los vehículos se introduce una variable binaria z^k , que toma el valor de 1 si el vehículo $k \in K$ es utilizado y 0 en otro caso.

Para la administración del tiempo en las ventanas horarias y la duración de las rutas se configuran las siguientes variables:

- Variable t_i^k , que es el mínimo tiempo en que el vehículo k puede llegar a cada nodo $i \in V$.
- Variable τ_i , que es el mínimo instante de tiempo en el que el servicio del cliente puede iniciar;
- Variable π^k , que indica el instante en que el vehículo k es usado para iniciar la ruta. Observe que para cada vehículo k , el tiempo de inicio y fin de la ruta coinciden con las variables π^k y t_0^k .

Además se considera una constante grande y positiva M aquella que puede configurarse como el $\max_{i \in N} \{b_i + s_i\} + \max_{(i,j) \in A} d_{ij}$, donde s_i denota el tiempo de servicio dado al cliente i .

El problema de FSMVRPTW se presenta en 5.2.

5.2 Formulación matemática del modelo propuesto

Función objetivo

El objetivo del modelo propuesto es minimizar el costo total de la utilización del vehículo k .

$$\min \sum_{k \in K} (F^k z^k) + COSTOT; \quad (1)$$

Restricciones de eliminación de subtours

$$u_j^k \geq u_i^k + x_{ij}^k - (n-1)(1 - x_{ij}^k) + (n-2)x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N \setminus \{1\}, k \in K \quad (2)$$

- 2) Un subtour es un tour que no incluye la empresa, debemos agregar restricciones extras para evitar los subtours. Estas restricciones, si bien son necesarias, complican un poco la resolución del modelo. Una forma de hacerlo será evitando que haya subtours de dos clientes (si se va de un cliente a otro que no vuelva al primer cliente visitado). Las u son variables continuas que definen el orden en el cual cada vértice i, j es visitado

en el tour con el vehículo k , x_{ij}^k es una variable de decisión que toma el valor de 1 si el arco generado de (i, j) es atendido por el vehículo k y toma el valor de 0 en otro caso.

Restricciones para la activación de las ventanas de tiempo y utilización de vehículos

$$t_j^k \geq \tau_i + s_i + td_{ij}^k - M(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i, j \in N \setminus \{1\}, k \in K, \quad (3)$$

- 3) t_j^k es el tiempo de servicio de todos los vehículos, el cual debe ser mayor o igual que la sumatoria del tiempo inicial de servicio para el cliente i mas su tiempo de servicio y recorrido desde el cliente i al cliente j , menos la utilización del arco generado de (i, j) es decir que no se puede iniciar el servicio en j si el cliente i no ha sido atendido y el vehículo k no ha llegado al cliente j . Aquí M es una constante mayor que evita que este no se regrese a un tiempo de servicio menor.

$$t_j^k \geq \pi^k + td_{1i}^k - M(1 - x_{1i}^k), \quad \forall k \in K, j \in N, \quad (4)$$

- 4) Indica que el tiempo mínimo en el que cada vehículo k comienza su ruta debe ser mayor que π^k el instante en que el vehículo k es usado para iniciar la ruta, es decir que un vehículo no puede ser usado para atender al cliente j sin antes haber salido de la empresa.

$$\tau_i \geq t_i^k, \quad \forall i \in N, k \in K, \quad (5)$$

- 5) Indica que τ_i es el mínimo instante de tiempo en que el servicio del cliente puede iniciar y este debe ser mayor que t_i^k el tiempo mínimo en el que el vehículo k comienza su ruta y este puede llegar a cada nodo i .

$$t_1^k \geq \pi_i^k, \quad \forall k \in K \quad (6)$$

- 6) Nos indica que el tiempo mínimo en el que el vehículo k puede llegar a cada nodo i debe ser mayor que el instante mínimo en el que el vehículo k es usado para iniciar la ruta, se establecerá un valor común en cualquier solución óptima encontrada.

$$y_i^k = \sum_{i \neq j} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N, k \in K, \quad (7)$$

$$y_i^k = \sum_{j \neq i} x_{ji}^k, \quad \forall i \in N, k \in K, \quad (8)$$

7 y 8) Nos indican que si el cliente i es visitado por el vehículo k_j éste debe entrar y salir de ese mismo nodo, la variable x_{ji}^k es una variable de decisión que toma el valor de 1 si el cliente i es atendido por el vehículo k .

$$\sum_{i \in N} q_i y_i^k \leq Q^k z^k, \quad \forall k \in K, \quad (9)$$

9) Indica que q_i la cual es la demanda requerida por cada cliente i y que es atendida por el vehículo k debe ser menor o igual que Q^k la cual es la capacidad de cada vehículo.

$$\sum_{k \in K} y_i^k = 1, \quad \forall i \in N, \quad (10)$$

10) Indica que cada cliente debe ser atendido solo por un vehículo.

$$a_i \leq \tau_i \leq b_i, \quad i \in N, \quad (11)$$

11) Indica que el tiempo de servicio del cliente τ_i debe de estar entre el tiempo de apertura a_i de la ventana horaria del cliente y el tiempo b_i antes de que finalice la ventana horaria del cliente.

$$V_k t d_{ij}^k = D_{ij}, \quad \forall i, j \in N, k \in K, \quad (12)$$

12) La velocidad V_k y tiempo de recorrido $t d_{ij}^k$ es igual a la distancia recorrida por el vehículo D_{ij} .

$$DT_k = \sum_{k \in K} \sum_{i, j \in N} x_{ij}^k D_{ij}, \quad \forall i, j \in N, k \in K, \quad (13)$$

13) La distancia total recorrida por el vehículo DT_k es igual a la sumatoria de la distancia recorrida del cliente i al cliente j .

$$COSTOT_k = \sum_{k \in K} \sum_{i,j \in N} x_{ij}^k COSTOT_{ij}, \quad \forall i, j \in N, k \in K, \quad (14)$$

- 14)** El costo total de la utilización del vehículo $COSTOT_k$ es igual a la sumatoria de los costos de utilización del vehículo k para trasportar el producto del cliente i al cliente j .

$$z^k \in \{0, 1\}, \quad k \in K, \quad (15)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad k \in K, \quad (16)$$

$$z^k \in \{0, 1\}, \quad k \in K, \quad (17)$$

$$t_i^k \geq 0, \quad i \in V, k \in K, \quad (18)$$

$$\tau_i \geq 0, \quad i \in N, \quad (19)$$

$$\pi^k \geq 0, \quad k \in K, \quad (20)$$

- 15-20)** Restricciones de dominio de las variables de decisión.

El modelo propuesto es una adaptación de los modelos que presenta Dell'Amico et al., en [9].

Capítulo 6

Caso de estudio

Debido a la globalización, la apertura de nuevos mercados y el nivel de competitividad actual, las empresas se han enfocado en la satisfacción del cliente como uno de sus pilares fundamentales del negocio, esto conlleva a que el cliente tenga el producto en el lugar y tiempo que lo requiere, por lo que el problema de diseño de rutas se ha convertido en una herramienta de suma importancia para las empresas con el fin de minimizar los costos de transporte y los tiempos de entrega, el modelo propuesto considera la minimización del costo total de la utilización del vehículo.

6.1 Definición del problema de investigación

En el proceso de distribución se tiene una actividad importante que es la programación de rutas de transporte, la cual es bastante compleja y la empresa investigada cuenta solo con la experiencia del personal para poder elaborarlas, de esta forma tratan de utilizar el método de las distancias más cortas para la asignación de rutas. Los parámetros de entrada son los vehículos necesarios (unidades de transporte disponible) y las direcciones de los clientes a atender ubicados en el plano de la República (nodos); se agrupan los clientes a visitar por cada unidad, de esta forma consideran las mejores rutas con base en su experiencia.

El presente trabajo considera el volumen máximo según la capacidad del vehículo, costo por tipo de transporte, tiempos de traslado, tiempos de servicio, ventanas horarias de atención, las cuales son necesarias para evaluar una adecuada programación de rutas considerando diversos objetivos como la minimización de los costos implicados y los tiempos que conlleva la repartición de los productos. La investigación se centra en una sola empresa la cual se encuentra ubicada en Tizayuca, esta cuenta con 480 personas como trabajadores divididos de la siguiente manera: 10 personas del aseo, 230 operadores de camiones, 150 ayudantes de operadores, 20 personas dedicadas al mantenimiento de los camiones, 50 administrativos, 15 personas dedicadas a verificar las especificaciones de los químicos, 5 personas dedicadas al llenado de los camiones y 20 personas dedicadas a las grúas, las cuales son utilizadas cuando algún camión se descompone en alguna ruta.

En la Figura 6-1 se muestra la ubicación geográfica de la empresa.



Figura 6-1: Ubicación geográfica de la empresa.

Fuente: Google Maps

6.1.1 Descripción de los procesos de distribución

El proceso de distribución actual del producto inicia desde el momento en que se recibe una solicitud de pedido por teléfono o cuando hacen la solicitud directamente en la empresa. A continuación se anota en una hoja de datos, en Excel, el nombre del cliente, la cantidad y la descripción del producto, para luego realizar la orden de compra, la factura y posteriormente la entrega del producto.

En el proceso de despacho se le entregan los pedidos de la semana a los jefes de logística y tráfico, los cuales se encargan cada sábado de crear las rutas para cada camión y de ubicar los productos para cada cliente. Para el despacho de los productos se tiene en cuenta la fecha de solicitud del producto que requiere el cliente, siguiendo una política FIFO (first in, first out) es conocida como un política para líneas de espera en la que la primera entrada es la primera salida. Posterior a esto, el producto es cargado a las pipas o camiones por 2 ayudantes, se realiza la factura de cada cliente y se entregan al conductor, junto con el listado de los clientes que visitará, esto sin un orden específico de visita. El despacho del producto se realiza de lunes a viernes, las 24 horas del día, considerando también el tiempo en que el cliente tiene su ventana horaria.

Descripción del sistema de carga, descarga y unidades de reparto

Los tiempos de carga de los camiones son de aproximadamente 30 minutos.

En cuanto a la descarga del producto para cada cliente se estableció un tiempo promedio de 20 minutos para cada cliente.

A continuación, en la Figura 6-2, se presenta un diagrama de flujo que resume el proceso de distribución que actualmente sigue la empresa.

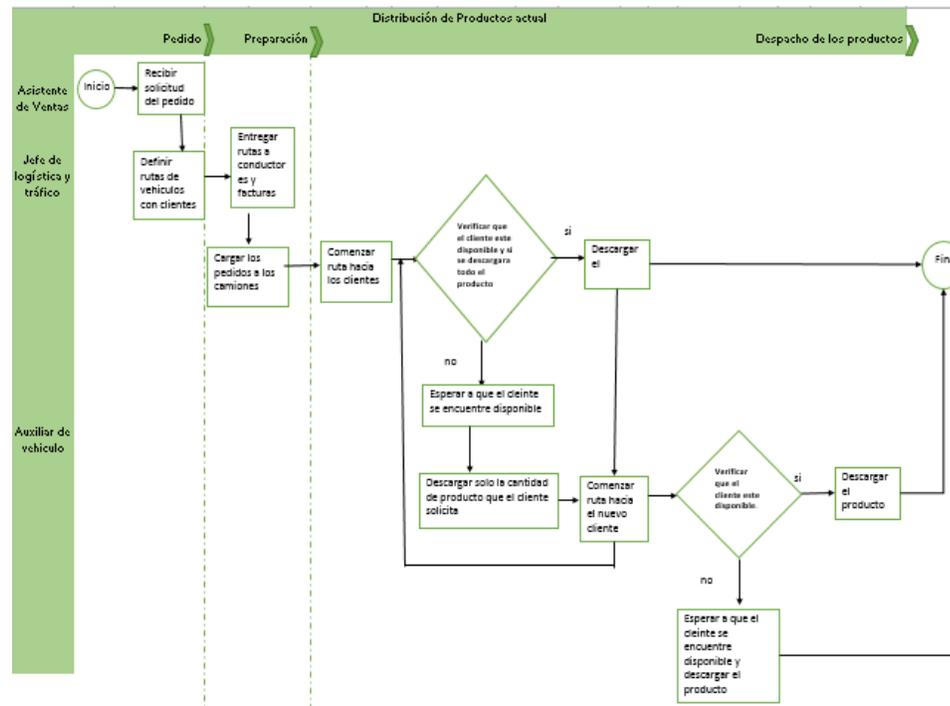


Figura 6-2: Flujograma de la distribución de productos

Fuente: Propia

6.1.2 Parámetros de entrada

Los parámetros de entrada relevantes son los siguientes:

- 1) Ubicación de los clientes y tipo de producto a enviar: se cuenta con 128 clientes ubicados en diferentes zonas, en este trabajo de tesis se consideran solo los que se encuentran ubicados en la República Mexicana, como se muestra en la Figura 6-3.

La empresa maneja 67 productos químicos que puede enviar a los clientes, para el presente trabajo solo se maneja un producto (ácido clorhídrico muriático), por lo que los clientes están enfocados a este producto.

Se debe de contar con un matriz de distancias, esta matriz asociada representa las distancias de ir de un cliente i a un cliente j . Es importante aclarar que los problemas que se estudian en el algoritmo son simétricos, esto quiere decir que la distancia $d_{ij} = d_{ji}$ para



Figura 6-3: Ubicación geográfica de los clientes

Fuente: Google Maps

todo i, j . La matriz asociada sería de la siguiente forma:

$$d = \begin{pmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mn} \end{pmatrix},$$

en la Tabla A1 - (Apéndice A) se muestran las coordenadas de la ubicación de los clientes.

En la Figura 6-4, se muestra de manera gráfica el envío de producto desde la empresa a los clientes.

- 2) Tiempos de recorrido con relación a la distancia.
- 3) Unidades de reparto: estas se encuentran distribuidas de la siguiente manera, ver Figura 6-5.
- 4) Lista de ventanas horarias por cliente: ver Tabla A2 - (Apéndice A).
- 5) Las políticas de la empresa para determinar los costos son los siguientes: costos de peaje y/o casetas, costos de viaje mejor conocidos como de gasolina, costo por producto, salario del conductor y ayudante, de mantenimiento hacia las unidades, y costos no comprobables, esta matriz debe de ser una matriz simétrica como la matriz de distancias, se considera un costo de 20 pesos por litro de gasolina, un salario del

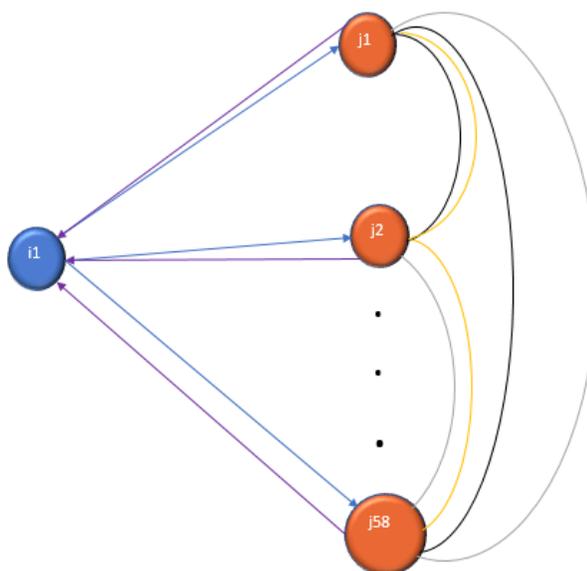


Figura 6-4: Envío de producto de empresa a clientes

Fuente: Propia

Unidades	Capacidad de la unidad	Cantidad de unidades
Autotanques / pipa	60,000 litros	80
Autotanques / pipa	50,000 litros	75
Autotanque para asfalto / granel	35,000 litros	45
Tolva cementera	30,000 litros	75
Carro Tanque	20,000 litros	75

Figura 6-5: Capacidad y cantidad de unidades de la planta

Fuente: Propia

trabajador y ayudante de 4,500 pesos por viaje, costos de mantenimiento hacia la unidad de 5,600 pesos, un costo de 220 pesos por litro de producto y otros costos no comprobables de 2,500 pesos.

- 6) Listado de demandas: este listado muestra las demandas asociadas a cada uno de los clientes. Este listado nos sirve para determinar la cantidad total de vehículos a utilizar, y cabe recordar que cuando se asigne la ruta, la sumatoria de los pedidos no puede sobrepasar la capacidad de los vehículos, ver Tablas A3 - (Apéndice A).
- 7) El tiempo de servicio para cada cliente: es de 20 minutos.

6.2 Resultados

El modelo VRPTW descrito en la sección 5 ((1)-(20)) se programó en el software Lingo versión 17, como se muestra en el Anexo C1, este se ejecutó para validar el modelo matemático y programado, se utilizaron las instancias de Solomon C101.25, Solomon C102.25, An33-k5, los resultados que se obtuvieron se muestran en la Tabla 6.1 y las instancias utilizadas en [9] y [22], los resultados se muestran en la tabla 6.2, que son instancias que ya cuentan con solución óptima.

Una vez que el modelo fue probado con dichas instancias y que se verificó que los resultados entregados por el modelo se aproximaban a la solución óptima para cada una de esas instancias, se procedió a ejecutar el modelo con la instancia real.

Instancias de Solomon para VRPTW					
Tipo de instancias	Cantidad de vehículos	Número de clientes	Tiempo de solución	Cantidad de variables	Solución (km) recorridos
C101	10	25	7.46 hrs	18952	452.1966
C102	10	25	7.46 hrs	18927	452.1966

Tabla 6.1: Corrida de instancias de Solomon
Fuente: Propia

Otras instancias					
Tipo de instancias	Cantidad de vehículos	Número de clientes	Tiempo de solución	Cantidad de variables	Solución (km) recorridos
Dell'Amico	3	7	5.33 min	227	717
An33-k5	5	33	7.68 hrs	1090	660.80

Tabla 6.2: Corrida de otras instancias
Fuente: Propia

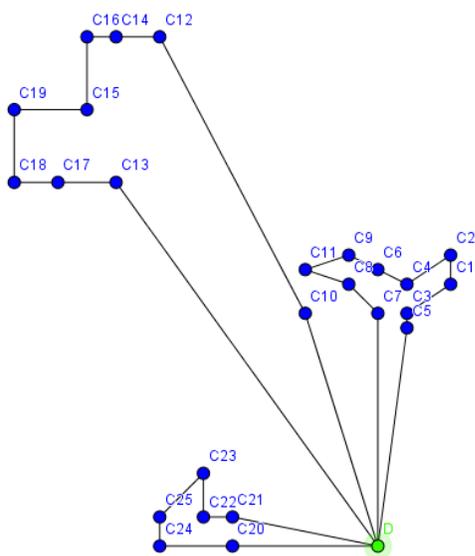


Figura 6-6: Rutas generadas para la instancia de Solomon C101
Fuente: Propia

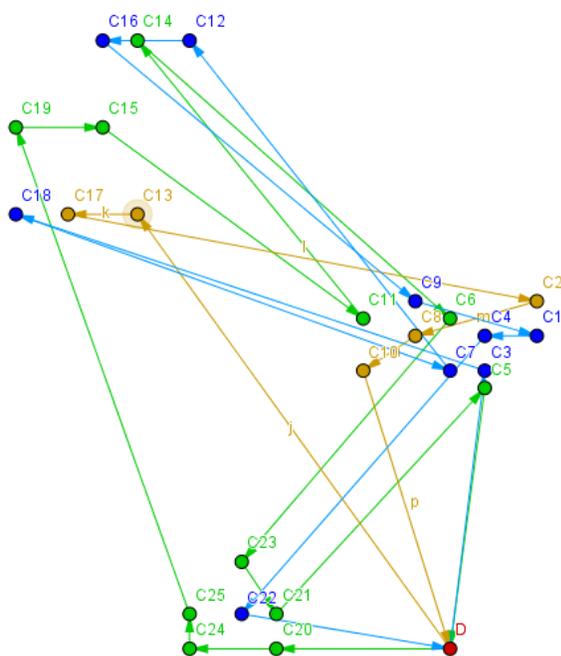


Figura 6-7: Rutas generadas para la instancia de Solomon C102
Fuente: Propia

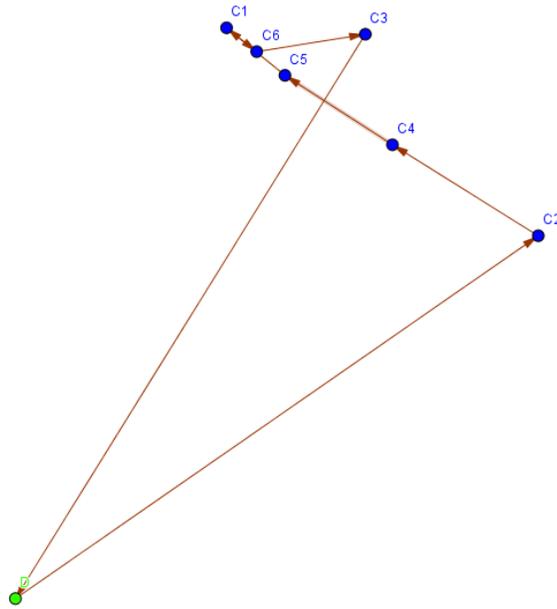


Figura 6-8: Rutas generadas para la instancia Dell'Amico
Fuente: Propia

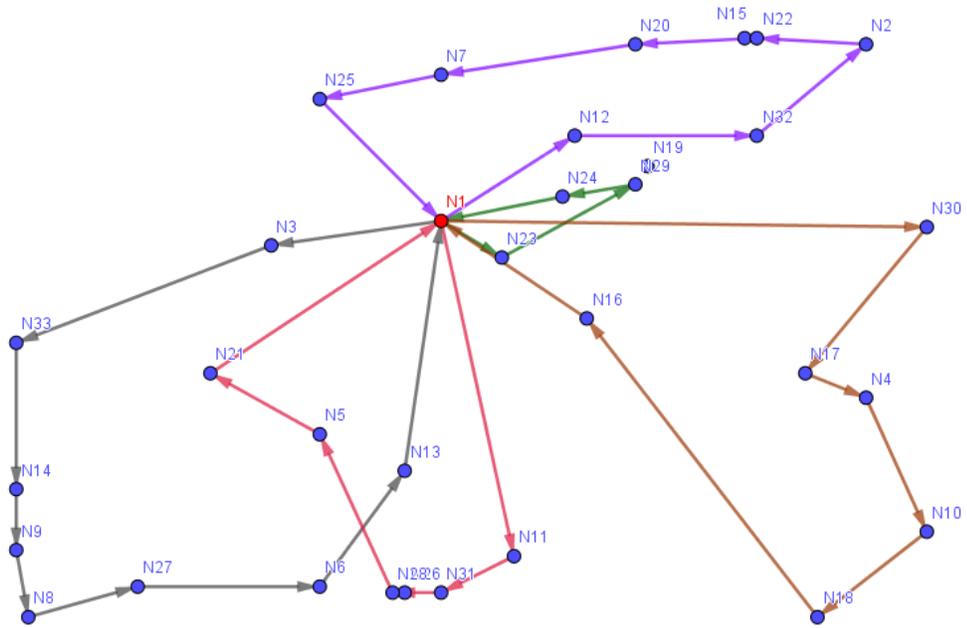


Figura 6-9: Rutas generadas para la instancia An33-k5
Fuente: Propia

Instancias reales

Tipo de instancias	Cantidad de vehículos	Número de clientes	Tiempo de solución	Cantidad de variables	Solución (km) recorridos	Solución costos (\$)
Intancia real 1	4	11	3.05 min	641	13672.32	49,235,660
Intancia real 2	5	15	22.34 hrs	1382	13867.80	57,823,070
Intancia real 3	10	22	22.40 hrs	5554	20070.74	106,115,200
Intancia real 4	4	8	5.34 seg	374	12379.79	34,259,480

Tabla 6.3: Instancia real

Fuente: Propia

Rutas generadas para la instancia real 1

Vehículo	Ruta generada	capacidad del vehículo
1	1 - 10 - 11 - 8 - 1	60 mil litros
2	1 - 5 - 7 - 3 - 1	50 mil litros
3	1 - 4 - 9 - 1	35 mil litros
4	1 - 6 - 2 - 1	50 mil litros

Tabla 6.4: Rutas generadas de la instancia real 1

Fuente: Propia

Rutas generadas para la instancia real 2

Vehículo	Ruta generada	capacidad del vehículo
1	1 - 12 - 8 - 14 - 1	60 mil litros
2	1 - 10 - 9 - 2 - 1	60 mil litros
3	1 - 6 - 11 - 1	50 mil litros
4	1 - 5 - 4 - 7 - 1	50 mil litros
5	1 - 13 - 15 - 3 - 1	35 mil litros

Tabla 6.5: Rutas generadas de la instancia real 2

Fuente: Propia

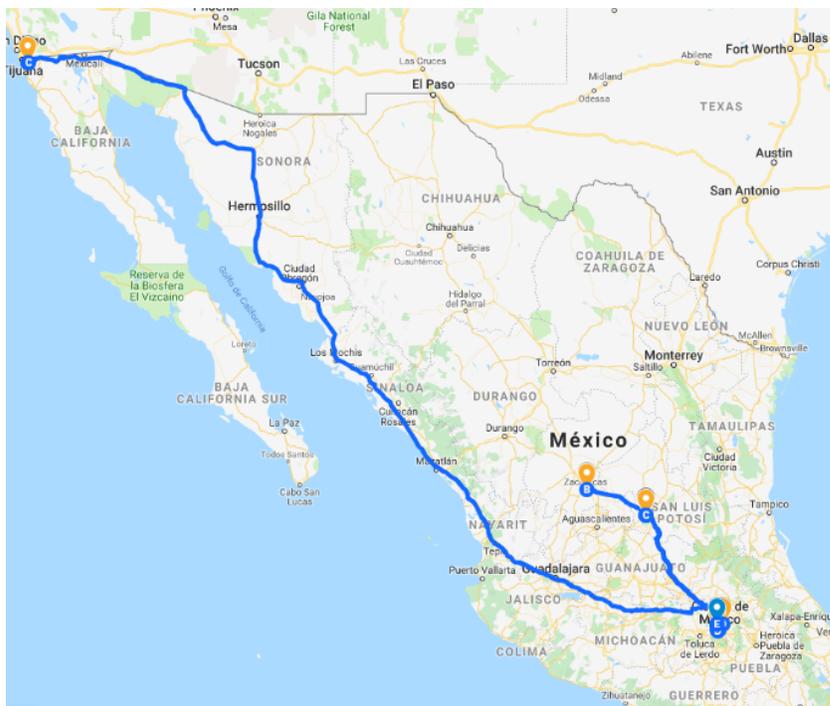


Figura 6-10: Rutas generadas para la instancia real 1

Fuente: Google Maps

Rutas generadas para la instancia real 4

Vehículo	Ruta generada	capacidad del vehículo
1	1 - 4 - 8 - 3 - 1	60 mil litros
3	1 - 5 - 7 - 1	35 mil litros
4	1 - 6 - 2 - 1	50 mil litros

Tabla 6.6: Rutas generadas de la intancia real 4

Fuente: Propia

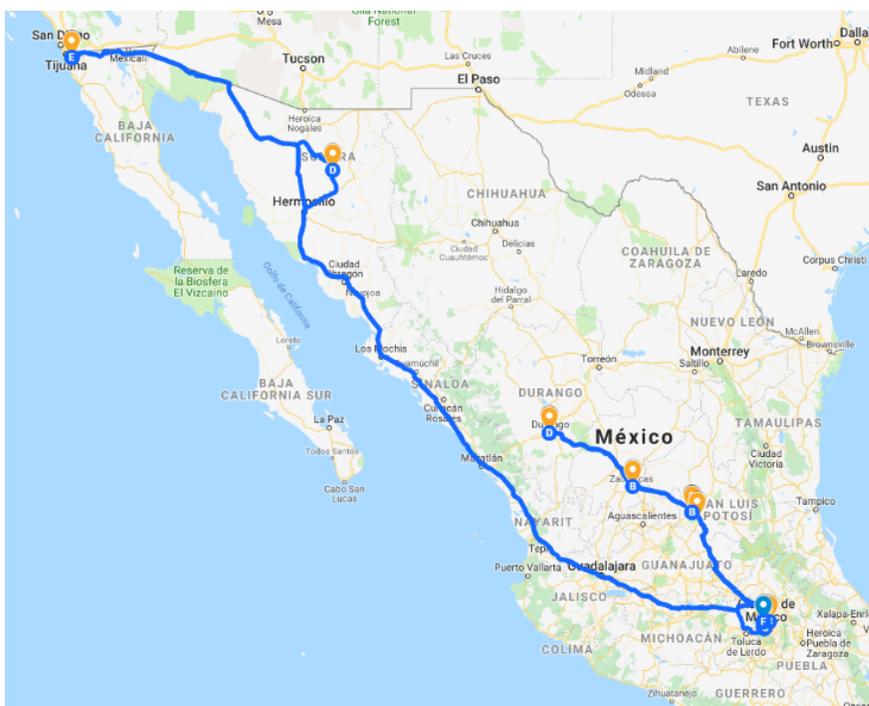


Figura 6-11: Rutas generadas para la instancia real 2

Fuente: Google Maps

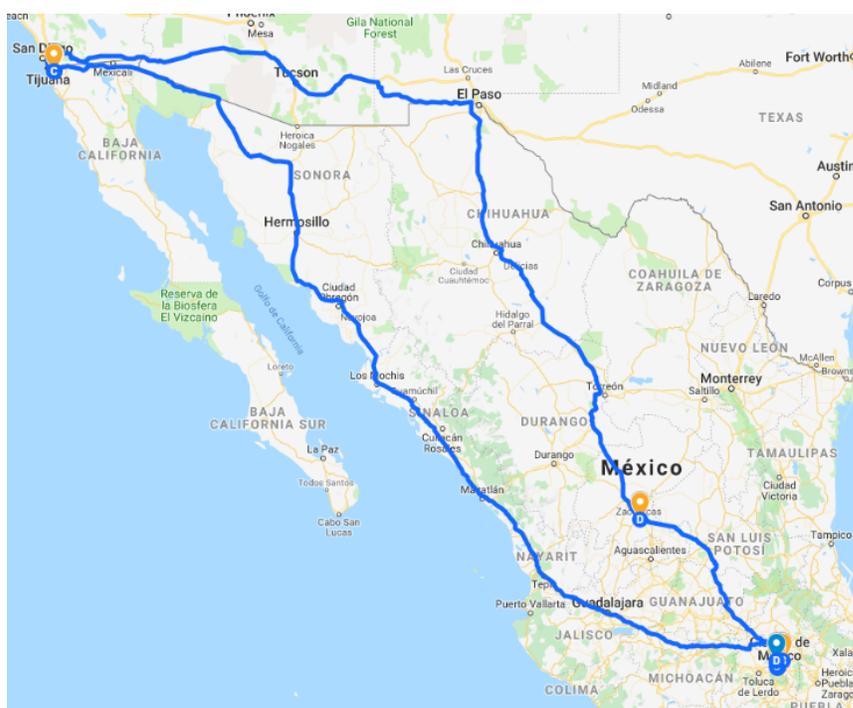


Figura 6-12: Rutas generadas para la instancia real 4

Fuente: Google Maps

Rutas generadas para la instancia real 3					
Vehículo	Ruta generada				capacidad del vehículo
1	1 - 5 - 4 - 1	60 mil litros			
2	1 - 9 - 18 - 15 - 1	60 mil litros			
3	1 - 21 - 3 - 13 -	60 mil litros			
4	1 - 14 - 2 - 22 - 1	60 mil litros			
5	1 - 16 - 17 - 1	50 mil litros			
7	1 - 19 - 8 - 1	50 mil litros			
8	1 - 6 - 12 - 10 - 1	50 mil litros			
10	1 - 20 - 7 - 1	50 mil litros			

Tabla 6.7: Rutas generadas de la instancia real 3

Fuente: Propia

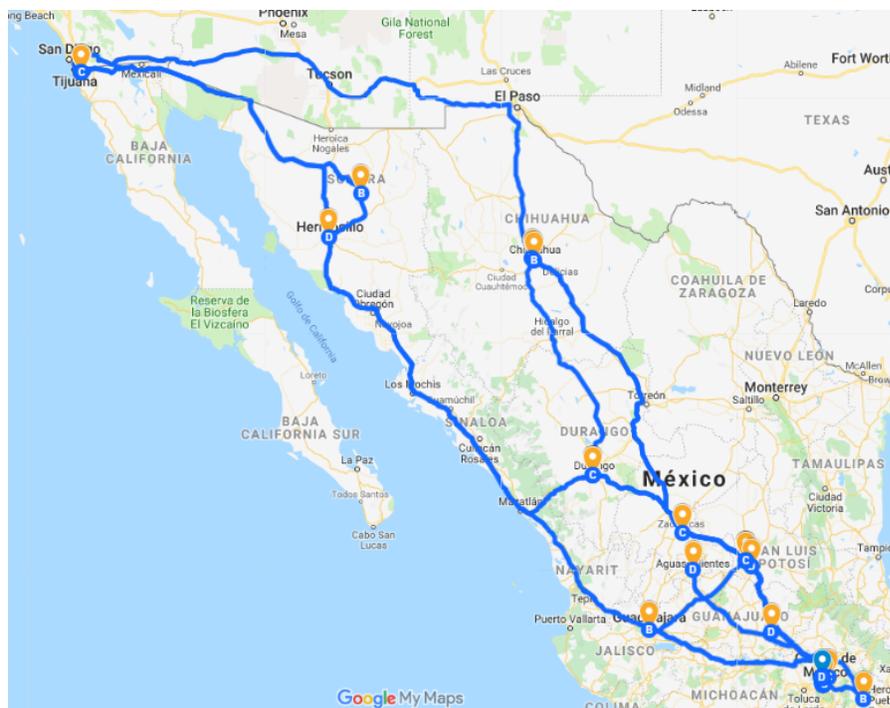


Figura 6-13: Rutas generadas para la instancia real 3

Fuente: Google Maps

Capítulo 7

Conclusiones y recomendaciones

Se logró formular un modelo de ruteo de vehículos que caracteriza el proceso de distribución de los productos de la empresa, el cual minimiza los tiempos de distribución y el aumento en los niveles de servicio a los clientes por la implementación de ventanas de tiempo en el modelo.

Dado que los problemas de tipo combinatorio, como lo es el VRPTW, y sus variaciones, tienen gran complejidad matemática, se hizo evidente que su tiempo de solución a mayor cantidad de vehículos y clientes tiende a ser más alto, como recomendación y para que el modelo tenga un tiempo de solución más corto se puede utilizar alguna metaheurística como lo son: búsqueda tabú, recocido simulado, colonia de hormigas, entre otros.

Como conclusión del modelo con relación a los resultados obtenidos, se lograron encontrar las rutas para las diferentes instancias, cambiando algunos parámetros como lo son el número de clientes y vehículos. Por otro lado, el cambio en la capacidad de vehículos y la reducción de ventanas horarias presentaron muy pocos cambios, sin embargo si las ventanas de tiempo de los clientes son muy reducidas o la capacidad de los vehículos es muy baja, se necesitaría utilizar más vehículos o en algún caso un servicio de entrega externo.

Como recomendación, y para hacer el modelo más robusto, se puede ejecutar para los 67 productos que ofrece la empresa y para los 128 clientes con los que cuenta, de la misma forma, se podría considerar la generación de rutas para las dos diferentes plantas de la empresa, la que se encuentra ubicada en Tizayuca Hidalgo, y la de Tlalnepantla, estado de México.

Bibliografía

- [1] Acuña E., 2006 “*Ruteo de vehículos con ventanas de tiempo para una cadena de supermercados regional en Chile*”. Tesis Magister, <http://mate.dm.uba.ar>.
- [2] Anaya J., 2016 “*El transporte de mercancías. Enfoque logístico de la distribución*”. ESIC, Madrid, España.
- [3] Ballou R., “*Logística administración de la cadena de suministro*”. Quinta edición. Pearson Educación, México, 2004. ISBN: 970-26-0540-7.
- [4] Belgin O., Karaoglan I., Altiparmak F., 2018. “*Two-echelon vehicle routing problema with simultaneous pickup and delivery: Mathematical model and heuristic approach*”. Republic of Turkey, Journal of Production Economics 115 1-16.
- [5] Bowersox C., 2007. “*Administración y logística en la cadena de suministros, adquisición y fabricación Bixby*”. Mc Graw Hill; Segunda edición, México. ISBN: 970-10-6132-2.
- [6] Cala A., 2005. “*Revista Electrónica*”. CIVILIZAR; Univerisidad Sergio Arboleda; Sección finanzas.
- [7] Cano P., Ortiz F., Martínez J., Moreno Y., López., 2015. “*Modelo de gestión logística para pequeñas y medianas empresas en México*”. Contaduría y administración 60(1): 181-203.
- [8] Díaz H., García R., Porcell N., 2008. “*Las Pymes: costos en la cadena de abastecimiento*”. Revista Escuela de Administración de Negocios, 63 (2008), pp.5-22, mayo-agosto.
- [9] Dell’Amico M., Monaci M., Pganì C., Vigo D., 2006. “*Heuristic Approaches for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows*”. Transportation science; Vol. 41, No. 4, November 2007, pp. 516-526; ISSN 0041-1655 |EISSN 1526-5447|07|4104|0516.
- [10] Gelves N., Mora R., Lamos H., 2016. “*Solución del problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas mediante la optimización por espiral*.” Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga Colombia.
- [11] González G., González F., 2006. “*Metaheuristics aplicadas al ruteo de vehículos. Un caso de estudio. Parte 1: formulación del problema*”. Sistema de información Científica. Vol.26, num.3, pp.149-156.

- [12] Hanifan B., Sharma A., Paras M., 2012. “Why a sustainable supply chain is good business”. *The journal of high-performance business*.
- [13] Hernández R., Fernández C., Bastista M., 2010. “Metodología de la investigación”. *Mc Graw Hill; Quinta edición, México. ISBN-113:978-607-15-0291-9*.
- [14] Infante L., Litvinchev I., 2013. “Routing vehicle in a special transportation network”. *6th IFAC Conference on Management and Control of Production, Brasil, September 11-13*.
- [15] Irlean P., Case R., Fallis J; Van Dyke C., Kuehn J., y Meketon M., 1997. “The Canadian Pacific Railway Transforms Operations by Using Models to Develop Its Operating Plans”. *Interfaces, 31(1): 5-14, enero-febrero, 2004. (www.mhhe.com/hillier)*.
- [16] Juran J., Gryna F., Chua R., DeFeo J., Pantoja J., 2007. “Método Juran, Análisis y planeación de la calidad”. *Mc Graw Hill; Quinta edición, México. ISBN-113:978-970-10-6142-8*.
- [17] Jun J., Kien M.N., Kim L.P., Kwong M.T., 2014. “Vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows”. *Department of Industrial and Systems Engineering National, University of Singapore, Expert Systems with Applications 41 (2014) 3748-3760*.
- [18] Johnson G., Whittington R., Scholes K., Regné P., Arwin D., 2015. “Fundamentals of strategy.” *Tercera edición. Perason Higher Education, 2015; ISBN-10:129201721X*.
- [19] López G., Martínez J., Cavazos J., Moreno Y., 2012. “La cadena de suministro del mezcal del estado de Zacatecas; Situación actual y perspectiva de desarrollo”. *Universidad Popular Autónoma del estado de Puebla*.
- [20] Mason R., McKenney J., Carlson W; y Copeland D., 1997. “Absolutely, Positively Operations Research: The Federal Express Story”, *interfaces, 27(2): 17-36, marzo-abril de 1997.(www.mhhe.com/hillier)*.
- [21] López G., Martínez J., Cavazos J., Moreno Y., 2012. “La cadena de suministro del mezcal del estado de Zacatecas; Situación actual y perspectiva de desarrollo”. *Universidad Popular Autónoma del estado de Puebla*.
- [22] Reyes N., 2016. “Modelo de optimización de programación de rutas para una empresa logística peruana usando herramientas FSMVRPT”. *Facultad de Ingeniería Industrial - UNMSM ISSN: 1560-9146 (impreso) / ISSN 1810-9993 (Electrónico)*.
- [23] Ocaña R., Ramírez C. “Diseño de un modelo matemático para resolver problemas de ruteo vehicular capacitado con ventas de tiempo, con la aplicación del algoritmo de Clarke & Whright. Caso de estudio: Empresa de servicios de Courier de la ciudad de Guayaquil”. *Escuela superior Politécnica del Litoral*.

- [24] Rivera M., Velasco V., 2014. “*Desarrollo de un modelo de distribución urbana de mercancías con plataformas logísticas aplicado a la ciudad*”. Universidad de San Buenaventura sección Medellín.
- [25] Said S; Niaz W; Mutaz H; “*The Fleet Size and Mix Vehicel Routing Problem with Backhauls: Formulation and Set Partitioning - based Heuristics*”. Indian Institute of Management Bangalore. *International Journal of Production Economics*, 193 (2017) 332-342.
- [26] Sarmiento A., 2014. “*Estudio del problema de ruteo de vehículos con balance de carga: Aplicación de la meta heurística Búsqueda Tabú*”. Universidad de la Sabana.
- [27] Shuguang L; Weilai H; Huiming M., 2009. “*And effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems*”. School Business, State University of New York at New Paltz, Haw Drive New Paltz, NY 1256, United Sates, School of Managements, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074, China. *Transportation Research Part E*, 45 (2009) 434-445.
- [28] Sreedevi R; Saranga H., 2017. “*Uncertainty and supply chain risk: The moderating role of supply chain flexibiliti in risk militigation*”. Indian Institute of Management Bangalore. *International Journal of Production Economics*, 193 (2017) 332-342.
- [29] Suárez W., Ayala J., 2016. “*El cabotaje marítimo en la cadena de suministro agrícola de Puerto Rico*”. Universidad ICESI, *Estudios Gerenciales*, 32 (2016) 250-261, ISSN 0123-5923.
- [30] Lambert D., Stock J., 2001. “*Stretegic Logistic management*”. Mc Graw Hill; Cuarta edición, México.
- [31] Tolga B., Ola J., Laborte G. Cagrl K., 2015. “*The Fllet Size and Mix Location-Routing Problem with Time Windows: Formulations and a Heuristic Algorithm*”. Interuniversity Research Centre on Enterprise Networks, Logistics and Transportation, Bureaux de Montréal.
- [32] Toro E., Gallego R., Franco J., 2016. “*Modelo matemático para resolver el problema de localización y ruteo con restricciones de capacidad considerando flota propia y subcontratada*”. *Ingenieria investigación y Tecnología*, Volumen XVII (número 3): 257.
- [33] Velásquez A., Chacha H., Chanatasing H., Oña B., 2017. “*Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo*”. *Revista publicada 4 No.12*. 348-364. ISSN 1390-93. Universidad Técnica de Cotopaxi.

- [34] Weigel D., y Cao B., 1999. “*Applying GIS and OR Techniques to Solve Sears Technician -Dispatching and Home-Delivery Problems*”. *Interfaces*, 29(1): 112-130, enero-febrero, 1999. (www.mhhe.com/hillier).
- [35] Yu G., Arguello C., Song S; McGowan M., y White A., 2003. “*A New Era for Crew Recoveru at Continental Airlines*”; en *interfaces*, 33(1): 5-22, enero-febrero de 2003. (www.mhhe.com/hillier).
- [36] Yunyun N., Zehua Y., Ping C., Jianhua X., 2018. “*Optimizing the Green open vehicle routing problema with time Windows by minimizing comprehensive routing cost*”. *School of information Engineering China University of Geosciences in Bejing, Journal of Production Economics* 171 932-971.

Anexo A

Parámetros del modelo

A.1 Coordenadas de origen de la empresa y los clientes

En la siguiente tabla se muestran las coordenadas obtenidas con ayuda de Google Maps, el centro de distribución se muestra en el número (1), y los clientes del número (2 - 59).

item	nombre de la empresa y/o cliente	Coordenadas
1	Empresa Galaxy	19.824792, - 98.965217
2	Pepsi Center WTC CDMX	19.3945796, - 99.1748037
3	Sindicato de Industria Embotelladora de Pepsi CDMX	19.4112309, - 99.164543
4	Coca Cola TIJUANA BAJA CALIFORNIA	32.45028, - 116.871657
5	PLASTIFLEX TIJUANA BAJA CALIFORNIA	32.451254, - 116.887873
6	Gold Corp ZACATECAS	22.7675757, -102.5355181
7	Industria Petrotec de México S.A. de C.V. MORELOS MEXICO	19.5577707, - 99.0444118
8	Grupo México CDMX	19.4293804, - 99.2030152
9	Refinería Electrolítica de Zinc, Grupo México SAN LUIS	22.17292, - 101.0339453
10	Ex Fundición de Cobre SANLUIS	22.1583057, -101.0270306
11	Industria Minera México S.A. de C.V. SAN LUIS	22.171601, - 101.0344536
12	L 'Oréal - Grupo Sid Avior SAN LUIS	22.0270394, -100.8890746
13	First Majestic DURANGO	24.022284, - 104.685306
14	First Majestic Silver Corp DURANGO	24.025826, - 104.6815323
15	First Majestic Silver Corp SONORA	29.9970878, -10.2108891
16	Agnico Eagle CHIHUAHUA	28.647137, - 106.124714
17	Agnico Eagle SONORA	29.0931802, -110.9873843
18	Agnico Eagle Mexico CHIHUAHUA	28.6208105, -106.0917279
19	BARMEX GUADALAJARA	20.6328074, -103.3285369
20	BARMEX S.A DE C.V. CDMX	19.459608, - 99.1601949

21	Barmex S.A. de C.V. Sucursal Puebla	19.0603518, -98.2187777
22	Barmex QUERÉTARO	20.5722465, -100.406696
23	BARMEX AGUASCALIENTES	21.968577, -102.292805
24	Barmex SAN LUIS	22.1419812, -100.9469639
25	Productos Químicos Difer S.A. de C.V. JALISCO	20.745298, -103.396782
26	Piasa LEON GUANAJUATO	21.1687856, -101.6660524
27	Fabricación de Alimentos Tenerife S.A. de C.V. VERACRUZ	18.831366, -97.1006613
28	Comaiz GUANAJUATO	21.1157917, -101.6747614
29	Nutro Line - Operadora de Molinos S.A. de C.V. GUANAJUATO	20.6173501, -101.2579821
30	PEMEX REFINACION YUCATAN	20.9304563, -89.6914155
31	PEMEX YUCATAN	20.9268489, -89.6849433
32	Unidad habitacional Pemex TULA ALLENDE	20.9268489, -89.6849433
33	Pemex Refinación PUEBLA	20.1667871, -98.0799399
34	Pemex Dirección de Refinación CDMX	19.4913211, -99.151388
35	Johnson & Johnson CDMX	19.3877883, -99.2526526
36	Pfizer CDMX	19.3893277, -99.2512949
37	Bayer CDMX	19.3751353, -99.1527996
38	NOVARTIS CDMX	19.3526965, -99.1454989
39	Ciba Farmaceutica S.A. de C.V. CDMX	19.3678351, -99.0538384
40	Laboratorio Schering Plough S.A. de C.V. CDMX	19.2800644, -99.1368596
41	Boehringer Ingelheim CDMX	19.2535224, -99.1121978
42	Merck México CDMX	19.4690222, -99.2246536
43	Soluciones Químicas para el Campo y la Industria VERACRUZ	18.0000844, -94.568853
44	Fertilizantesy Agroquímicos Bynsa OAXACA	17.069227, - 96.7224473
45	Fertilizantes y Semillas de la Tarahumara CHIHUAHUA	28.4306037, -106.9081832
46	Quimicos Y Fertilizantes Marquez S.A. De C.V. GUADALAJARA	20.6464226, -103.3461929
47	Fertilizantes Tecnificados de Zapopan JALISCO	20.7280997, -103.3910796
48	Agrogen, S.A. De C.V.- Planta Querétaro	20.5937634, -100.4730407
49	FERTILIZANTES GL, S.A. de C.V. SONORA	29.087561, - 111.0540278
50	Ceramica Contreras MEXICO	19.3241997, -99.2198522
51	Comercializadora Imperio de Saltillo, S.A. de C.V.	25.4573894, -100.9393223
52	Dyexsa, S.A. de C.V. CDMX	19.4066404, -99.0759125
53	Tenso Químicos MONTERREY	25.706732, -100.343612
54	Deportextil MORELIA	19.6869057, -101.1731271
55	Grupo Industrial Miro MÉXICO	19.2947904, -99.5354676
56	Kaltex MÉXICO	19.4619341, -99.2131912
57	Textivision, S. de R.L. de C.V. MÉXICO	19.552637, - 99.1981635
58	Grupo Azucarero México	19.4203944, -99.2185943
59	ZAFRANET	19.4159918, -99.175772

Tabla A.1: Coordenadas de origen

Fuente: Propia

A.2 Ventanas horarias

item	nombre de la empresa y/o cliente	Apertura	Cierre
1	Empresa Galaxy		
2	Pepsi Center WTC CDMX	08 : 00	21 : 00
	Sindicato de Industria Embotelladora de Pepsi CDMX	06 : 00	13 : 00
	Coca Cola TIJUANA BAJA CALIFORNIA	07 : 00	23 : 00
	PLASTIFLEX TIJUANA BAJA CALIFORNIA	07 : 15	23 : 50
	Gold Corp ZACATECAS	06 : 50	22 : 10
	Industria Petrotec de México S.A. de C.V. MORELOS MÉXICO	09 : 00	22 : 00
	Grupo México CDMX	08 : 45	18 : 40
	Refinería Electrolítica de Zinc, Grupo México SAN LUIS	06 : 20	19 : 20
10	Ex Fundición de Cobre SANLUIS	05 : 30	16 : 30
11	Industria Minera México S.A. de C.V. SAN LUIS	06 : 00	18 : 00
12	L'Oréal - Grupo Sid Avior SAN LUIS	07 : 30	17 : 30
13	First Majestic DURANGO	09 : 00	23 : 00
14	First Majestic Silver Corp DURANGO	09 : 30	22 : 50
15	First Majestic Silver Corp SONORA	08 : 00	22 : 00
16	Agnico Eagle CHIHUAHUA	09 : 00	18 : 00
17	Agnico Eagle SONORA	08 : 30	19 : 00
18	Agnico Eagle México CHIHUAHUA	07 : 40	17 : 30
19	BARMEX GUADALAJARA	06 : 30	19 : 30
20	BARMEX S.A DE C.V. CDMX	06 : 00	13 : 00
21	Barmex S.A. de C.V. Sucursal Puebla	09 : 10	18 : 20
22	Barmex QUERÉTARO	08 : 30	21 : 40
23	BARMEXA GUASCALIENTES	10 : 10	22 : 10
24	Barmex SAN LUIS	09 : 00	18 : 00
25	Productos Químicos Difer S.A. de C.V. JALISCO	05 : 00	16 : 50
26	Piasa LEON GUANAJUATO	04 : 30	15 : 50
27	Fabricación de Alimentos Tenerife S.A. de C.V. VERACRUZ	03 : 20	12 : 50
28	Comaiz GUANAJUATO	10 : 00	18 : 00
29	Nutro Line - Operadora de Molinos S.A. de C.V. GUANAJUATO	07 : 15	02 : 10
30	PEMEX REFINACION YUCATAN	02 : 20	23 : 50
31	PEMEX YUCATAN	02 : 50	22 : 40
32	Unidad habitacional Pemex TULA ALLENDE	09 : 20	17 : 10
33	Pemex Refinación PUEBLA	08 : 15	16 : 50
34	Pemex Dirección de Refinación CDMX	06 : 00	13 : 00
35	Johnson & Johnson CDMX	06 : 00	13 : 00
36	Pfizer CDMX	06 : 00	13 : 00
37	Bayer CDMX	06 : 00	13 : 00
38	NOVARTIS CDMX	06 : 00	13 : 00
39	Ciba Farmaceutica S.A, C.V. CDMX	06 : 00	13 : 00
40	Laboratorio Schering Plough S.A. de C.V. CDMX	06 : 00	13 : 00

41	Boehringer Ingelheim CDMX	06 : 00	13 : 00
42	Merck México CDMX	06 : 00	13 : 00
43	Soluciones Químicas para el Campo y la Industria VERACRUZ	09 : 50	18 : 50
44	Fertilizantesy Agroquímicos Bynsa OAXACA	06 : 40	21 : 30
45	Fertilizantes y Semillas de la Tarahumara CHIHUAHUA	04 : 30	19 : 20
46	Químicos Y Fertilizantes Marquez S.A. De C.V. GUADALAJARA	09 : 00	20 : 50
47	Fertilizantes Tecnificados de Zapopan JALISCO	09 : 30	21 : 00
48	Agrogen, S.A. De C.V.- Planta Querétaro	08 : 00	19 : 00
49	FERTILIZANTES GL, S.A. de C.V. SONORA	04 : 30	23 : 50
50	Ceramica Contreras MÉXICO	06 : 00	13 : 00
51	Comercializadora Imperio de Saltillo, S.A. de C.V.	03 : 20	20 : 15
52	Dyexsa ,S.A. de C.V. CDMX	06 : 00	13 : 00
53	Tenso Químicos MONTERREY	03 : 50	21 : 40
54	Deportextil MORELIA	02 : 40	22 : 50
55	Grupo Industrial Miro MÉXICO	06 : 00	13 : 00
56	Kaltex MÉXICO	06 : 00	13 : 00
57	Textivision, S.A de R.L. de C.V. MÉXICO	06 : 00	13 : 00
58	Grupo Azucarero México	06 : 00	13 : 00
59	ZAFRANET	06 : 00	13 : 00

Tabla A.2: Ventanas horarias

Fuente: Propia

A.3 Demandas

ítem	nombre de la empresa y/o cliente	Demanda
1	Empresa Galaxy	
2	Pepsi Center WTC CDMX	25,000
3	Sindicato de Industria Embotelladora de Pepsi CDMX	16,000
4	Coca Cola TIJUANA BAJA CALIFORNIA	15,000
5	PLASTIFLEX TIJUANA BAJA CALIFORNIA	2,000
6	Gold Corp ZACATECAS	25,000
7	Industria Petrotec de México S.A. de C.V. MORELOS MÉXICO	31,000
8	Grupo México CDMX	24,000
9	Refinería Electrolítica de Zinc, Grupo México SAN LUIS	18,000
10	Ex Fundición de Cobre SANLUIS	15,000
11	Industria Minera México S.A. de C.V. SAN LUIS	20,000
12	L'Oréal - Grupo Sid Avior SAN LUIS	8,000
13	First Majestic DURANGO	10,000
14	First Majestic Silver Corp DURANGO	12,000
15	First Majestic Silver Corp SONORA	9,000
16	Agnico Eagle CHIHUAHUA	34,000
17	Agnico Eagle SONORA	25,000
18	Agnico Eagle México CHIHUAHUA	32,000
19	BARMEX GUADALAJARA	12,000
20	BARMEX S.A .DE C.V. CDMX	16,000
21	Barmex S.A de C.V Sucursal Puebla	9,000
22	Barmex QUERÉTARO	20,000
23	BARMEX AGUASCALIENTES	13,000
24	Barmex SAN LUIS	30,000
25	Productos Químicos Difer S.A. de C.V. JALISCO	30,000
26	Piasa LEON GUANAJUATO	32,000
27	Fabricación de Alimentos Tenerife S.A. de C.V. VERACRUZ	25,000
28	Comaiz GUANAJUATO	34,000
29	Nutro Line - Operadora de Molinos S.A. de C.V. GUANAJUATO	34,000

Tabla A.3: Demandas

Fuente: Propia

30	PEMEX REFINACION YUCATAN	26,000
31	PEMEX YUCATAN	18,000
32	Unidad habitacional Pemex TULA ALLENDE	26,000
33	Pemex Refinación PUEBLA	14,000
34	Pemex Dirección de Refinación CDMX	22,000
35	Johnson & Johnson CDMX	24,000
36	Pfizer CDMX	34,000
37	Bayer CDMX	17,000
38	NOVARTIS CDMX	7,000
39	Ciba Farmaceutica S.A, C.V. CDMX	8,000
40	Laboratorio Schering Plough S.A. de C.V. CDMX	12,000
41	Boehringer Ingelheim CDMX	25,000
42	Merck México CDMX	16,000
43	Soluciones Químicas para el Campo y la Industria VERACRUZ	29,000
44	Fertilizantesy Agroquímicos Bynsa OAXACA	23,000
45	Fertilizantes y Semillas de la Tarahumara CHIHUAHUA	4,000
46	Químicos Y Fertilizantes Marquez S.A. de C.V. GUADALAJARA	24,000
47	Fertilizantes Tecnificados de Zapopan JALISCO	19,000
48	Agrogen, S.A. De C.V.- Planta Querétaro	34,000
49	FERTILIZANTES GL, S.A. de C.V. SONORA	10,000
50	Ceramica Contreras MÉXICO	16,000
51	Comercializadora Imperio de Saltillo, S.A. de C.V.	6,000
52	Dyexsa ,S.A. de C.V. CDMX	20,000
53	Tenso Químicos MONTERREY	16,000
54	Deportextil MORELIA	24,000
55	Grupo Industrial Miro MÉXICO	35,000
56	Kaltex MEXICO	10,000
57	Textivision, S. de R.L. de C.V. MÉXICO	14,000
58	Grupo Azucarero México	35,000
59	ZAFRANET	10,000

Tabla A.3: Demandas

Fuente: Propia

Anexo B

Codificación Lingo

! KARLA RAMIREZ HERNANDEZ, EDGAR LEÓN OLIVARES.

06/12/18

! Referencias

[1] Dell'Amico et al. 2007. Heuristic Approaches for the FSMVRP with Time Windows. Transportation Science 41(4), pp. 516-526, © 2007 INFORMS.

<https://pdfs.semanticscholar.org/f0f8/a9560fb5042bcaf5b7b2e4428d692d1a978f.pdf>

[2] Norman R.M., 2016 "Modelo de optimización de programación de rutas para una empresa logística

peruana usando herramientas FSMVRTP". Facultad de Ingeniería Industrial - UNMSM ISSN: 1560-9146

(impreso) / ISSN 1810-9993 (electrónico).

[3] Jun J et al. 2014. Vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows".

Departamento Industrial and Systems Engineering National University of Singapore, Expert Systems

with Applications 41 (2014) 3748-3760.

[4] Shuguang L. et al "An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems".

School Business, State University of New York at New Paltz, Haw Drive New Paltz, NY 1256, United States,

School of Management, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074, China. Transportation

Research Part E 45 (2009) 434-445.

[5] Y. Niu, Z. Yang, P. Chen, and J. Xiao, "Optimizing the green open vehicle routing problem with time windows

by minimizing comprehensive routing cost" Journal of Cleaner Production, 2018, 171, 962 - 971;

! Inicia el modelo MILP;

MODEL:

DATA:

! número de vehículos disponibles;

NUMERO_VEHICULOS = @OLE('G:\instancias\RESUELTOS\Empresa1',
'NUMERO_VEHICULOS');

```

! número de nodos,+ depósito ;
NODOS = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','NODOS');
!Valor de la gran M;
M = 100000000;
ENDDATA
SETS:
VEHICULO /1..NUMERO_VEHICULOS/: Z, V, PI, CAPACIDAD,
COSTO_FIJO, DISTANCIA_VEHICULO;
CLIENTE /1..NODOS/: DEMANDA, TAU, A, B, S ;
SERVICIO(CLIENTE, VEHICULO) : Y, U ;
RUTA(CLIENTE, CLIENTE, VEHICULO) : X ;
LLEGADA(CLIENTE, VEHICULO) : T ;

DISTANCIA(CLIENTE, CLIENTE): D, COSTOS1, COSTOS2;
DURACION(CLIENTE, CLIENTE, VEHICULO): TIEMPO ;
ENDSETS
! PARÁMETROS DEL PROBLEMA:
CAPACIDAD(K) = CAPACIDAD máxima VEHICULO K
COSTO_FIJO(K) = costo fijo VEHICULO K
V(K) = velocidad VEHICULO K
DEMANDA(I) = DEMANDA CLIENTE I
A(I) = tiempo de carga CLIENTE I
B(I) = hora de cierre CLIENTE I
S(I) = tiempo SERVICIO en CLIENTE I
D(I, J) = DISTANCIA CLIENTE I a CLIENTE J
TIEMPO(I, J, K) = tiempo del CLIENTE I a CLIENTE J con VEHICULO K
! VARIABLES DE DECISIÓN:
X(I, J, K) = 1 si el cliente J es visitado después de I por K
Y(I, K) = 1 si el cliente I es servido por el vehículo K
Z(K) = 1 si el VEHICULO K es utilizado
T(I, K) = tiempo mínimo de VEHICULO K para CLIENTE I
PI(K) = hora de salir VEHICULO K
TAU(I) = tiempo de SERVICIO CLIENTE I ;
DATA:
! capacidad de los vehículos;
CAPACIDAD = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','CAPACIDAD');

! costo fijo asociado a cada vehículo;
COSTO_FIJO = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','COSTO_FIJO');

```

```

! velocidad promedio de cada vehículo;
V = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','V');

! entre depósito y depósito (matriz diagonal)
se le da un gran número (por ejemplo, 999);
D = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','D');

! demanda de los clientes (peso) depósito inicializado en 0 ;
DEMANDA = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','DEMANDA');

! TW tiempo de inicio del CLIENTE I;
A = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','A');

! TW tiempo de término del CLIENTE I;
B = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','B');

! Tiempo de servicio al CLIENTE I;
S = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','S');
! matriz de costos de las pipas con capacidad de 20000 30000 y 35000;
COSTOS1 = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','COSTOS1');
! matriz de costos de las pipas con capacidad de 50000 y 60000;
COSTOS2 = @OLE('G:\intancias\RESUELTOS\Empresa1','COSTOS2');
ENDDATA
! FUNCIÓN OBJETIVO, función de [1];
MIN = @SUM(VEHICULO(K) : COSTO_FIJO(K) * Z(K)) + COSTOT;
! Los ciclos FOR VEHICULO y CLIENTE se utilizan para varias restricciones;
@FOR(VEHICULO(K) :
@FOR(CLIENTE(I) | I #GT# 1 :
    ! Eliminación de subtour, numerando todo subconjunto;
    ! restricciones (6) en [1];
    @FOR(CLIENTE(J) | J #NE# I :
        U(J, K) >= U(I, K) + X(I, J, K) -
(NODOS - 2) * (1 - X(I, J, K)) +
(NODOS - 3) * X(J, I, K);
    );
    ! CONFIGURACIÓN DE LAS VENTANAS DE TIEMPO;
    ! restricción (7) en [1];
    @FOR(CLIENTE(J) :
        T(J, K) >= TAU(I) + S(I) + TIEMPO(I, J, K) - M*(1 - X(I, J, K))
    );
);

```

```

! Define el instante de TIEMPO en el que el VEHÍCULO K inicia su ruta
! restricción (8) en [1];
T(I, K) >= PI(K) + TIEMPO(1, I, K) - M*(1 - X(1, I, K));

! restricción (10) en [1];
TAU(I) >= T(I, K);
); !FIN DEL @FORALL(CLIENTE(I) ;
! indica que T y PI, y la función objetivo los establecerá en un valor
! común en cualquier solución óptima.
! restricción (9) en [1];
T(1, K) >= PI(K);
); !FIN DEL @FORALL(VEHICULO(K) ;
! Si el VEHÍCULO K visita al CLIENTE I debe entrar y salir del nodo, excepto el depósito;
! restricciones (3) y (4) en [1];
@FOR(CLIENTE(I) :
@FOR(VEHICULO(K) :
@SUM(CLIENTE(J) | J #NE# I : X(J, I, K)) = Y(I, K);
@SUM(CLIENTE(J) | J #NE# I : X(I, J, K)) = Y(I, K);
);
);
! La DEMANDA no podrá exceder de CAPACIDAD del VEHÍCULO K;
! restricciones (5) en [1];
@FOR(VEHICULO(K) :
@SUM(CLIENTE(I) :
DEMANDA(I) * Y(I, K)) <= CAPACIDAD(K) * Z(K);
);
! La cantidad de entrada y salida del depósito debe ser la misma;
@SUM(VEHICULO(K) : Y(1, K)) <= NUMERO_VEHICULOS;
! Cada CLIENTE es visitado exactamente por un vehículo una vez;
! restricción (2) en [1];
@FOR(CLIENTE(I) | I #NE# 1 :
@SUM(VEHICULO(K) : Y(I, K)) = 1;
);
! El tiempo de SERVICIO debe ser entre el horario de apertura y el horario de cierre;
! restricciones (11) en [1];
@FOR(CLIENTE(I) :
TAU(I) >= A(I);
TAU(I) <= B(I);
);
! relación entre DISTANCIA, velocidad y COSTO;

```

```

@FOR(VEHICULO(K):
@FOR(CLIENTE(I):
  @FOR(CLIENTE(J) :
    V(K) * TIEMPO(I, J, K) = D(I, J);
  );
);
! Distancia total recorrida;
DISTANCIA_TOTAL = @SUM(VEHICULO(K): @SUM(CLIENTE(I): @SUM(CLIENTE(J)
: X(I,J,K)*D(I,J)));
@FOR(VEHICULO(K):
  ! Distancia recorrida por cada vehículo;
  DISTANCIA_VEHICULO(K) = @SUM(CLIENTE(I): @SUM(CLIENTE(J) | I
#NE# J : X(I, J, K) * D(I, J)));
);
COSTOT = @SUM(VEHICULO(K):
  @SUM(CLIENTE(I):
    @SUM(CLIENTE(J):
      @IF((CAPACIDAD(K) #EQ# 20000) #OR# (CAPACIDAD(K)
#EQ# 30000) #OR# (CAPACIDAD(K) #EQ# 35000),
        X(I,J,K)*COSTOS1(I,J), X(I,J,K)*COSTOS2(I,J))
    );
  );
);
! restricciones binarias para variables;
@FOR(VEHICULO(K) : @BIN(Z(K)));
@FOR(VEHICULO(K) : @FOR(CLIENTE(I) : @BIN(Y(I, K))));
@FOR(VEHICULO(K) : @FOR(CLIENTE(I) : @FOR(CLIENTE(J) : @BIN(X(I, J, K))));
END ! Fin del modelo;

```