

U

P

T

Control Robusto para el Movimiento de un Vehículo Aéreo de Cuatro Rotores

por

Hugo Yáñez Badillo

Tesis sometida como requisito parcial para
obtener el grado de

Doctor en Optomecatrónica

en la

Universidad Politécnica de Tulancingo

Diciembre 2020

Tulancingo de Bravo, Hidalgo

Supervisada por:

Asesores:

Dr. Rubén Tapia Olvera

Dr. Francisco Beltrán Carbajal

Co-asesor:

Dr. Iván de Jesús Rivas Cambero

©UPT

El autor otorga a la *UPT* el permiso de reproducir y distribuir copias en su totalidad o en partes de esta tesis



*“Imagination is more important than knowledge. Knowledge is limited.
Imagination encircles the world”. -Albert Einstein-*

Agradecimientos

A aquel que todo lo colma y como lo que es esencial, es invisible a los ojos.

A los doctores Rubén Tapia Olvera y Francisco Beltrán Carbajal, por su paciencia, confianza, apoyo y los conocimientos compartidos.

Al doctor Iván de Jesús Rivas Cambero por su apoyo incondicional como tutor en la Universidad Politécnica de Tulancingo.

A los doctores Antonio Valderrábano González y Julio César Rosas Caro por la confianza y apoyo económico para realizar una estancia de Investigación en la Universidad Panamericana, campus Guadalajara.

A la Dra. Ruxandra Mihaela Botez por brindarme la oportunidad y soporte económico para realizar una estancia de investigación en el Research Laboratory in Active Controls, Avionics and Aeroservoelasticity (LARCASE), Department of Automated Production Engineering, ÉTS, University of Quebec, Montreal, Canada.

Al **Conacyt** por el apoyo brindado para el desarrollo de este trabajo, becas: 598572/291250.

Al jurado revisor por sus valiosos comentarios y observaciones.

A mis compañeros de vida, raíces y alegría de existir, a quienes llamo por no conocer palabras mejores, familia y amigos.

Resumen

En este trabajo se aborda el estudio y diseño de esquemas de control robusto del movimiento de un vehículo aéreo de cuatro rotores, cuyas características permitan su implementación dentro de un sistema embebido. Primero, se introduce un panorama histórico del diseño y desarrollo del *quadrotor* que le ha permitido alcanzar un grado avanzado de autonomía, desde los primeros modelos de máquinas de cuatro rotores hasta las más actuales y sofisticadas plataformas. Después, se realiza un análisis del modelo matemático que describe el comportamiento dinámico de este vehículo, que es considerado un cuerpo rígido que rota y se traslada en el espacio, por tanto, posee seis grados de libertad. El movimiento de rotación y traslación se produce mediante la combinación de sus cuatro entradas de control (una fuerza principal y tres pares) que son el resultado de la suma o diferencia del empuje producido por cada uno de los cuatro rotores.

Posteriormente, se diseñan diversos controladores en base a la naturaleza subactuada del *quadrotor* con el objetivo de realizar un seguimiento de trayectorias planificadas. Con el fin proveer robustez a los esquemas propuestos, se utilizan diversas estrategias como las redes neuronales B-Spline, re-constructores integrales, absorbedores virtuales de vibración, pseudo-controladores o controladores virtuales, observadores extendidos de estados y algoritmos de optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO).

Finalmente, se presentan diversos casos de estudio que demuestran mediante simulaciones numéricas la eficiencia y efectividad de los algoritmos propuestos para estabilizar el cuatri-rotor en presencia tanto de perturbaciones externas como incertidumbre en el modelo, mientras se ejecutan tareas de vuelo interactivo, regulación y seguimiento de trayectorias.

Abstract

This dissertation deals with the study and design of robust motion control schemes for a four-rotor aerial vehicle, whose characteristics allow its implementation within an embedded system. First, a historical overview of the design and development of the *quadrotor* is presented, which has allowed it to reach an advanced degree of autonomy, from the first models of four-rotor machines to the most current and sophisticated platforms. Then, an analysis of the mathematical model that describes the dynamic behavior of this vehicle is performed, where it is assumed to be a rigid body that rotates and moves in the space, therefore, it has six degrees of freedom (Degrees of freedom, DOF). The rotation and translation motions are produced by combining its four control inputs (a main force and three torques) that are the result of the sum or difference of the thrust produced by each of the four rotors.

Subsequently, several controllers are designed based on the underactuated nature of the *quadrotor* in order to track planned trajectories. Furthermore, for providing robustness to the proposed schemes, strategies such as B-Spline neural networks, integral re-constructors, virtual vibration absorbers, pseudo-controllers or virtual controllers, extended state observers and particle swarm optimization algorithms (PSO), are used.

Finally, several numerical simulations are presented, where case studies show an acceptable efficiency and effectiveness of the proposed algorithms to stabilize the quad-rotor subjected to both external disturbances and model uncertainties, while performing tasks as interactive flight, regulation and trajectory tracking.

Índice de figuras

1.1. Vehículos no tripulados.	4
1.2. Diferentes tipos de UAV's.	5
1.3. Parrot AR. Drone <i>quadrotor</i> .	6
1.4. Bosquejos históricos [1.15].	7
1.5. Los primeros helicópteros [1.17].	8
1.6. Prototipos de Sikorsky [1.18].	9
1.7. Prototipos con cuatro rotores principales.	10
1.8. Helicópteros de Convertawings [1.22], [1.23].	11
1.9. Roswell Flyer o HM4-X <i>quadrotor</i> .	12
1.10. Diferentes prototipos de <i>quadrotors</i> I.	13
1.11. Diferentes prototipos de <i>quadrotors</i> II.	14
1.12. Diferentes prototipos de cuatri-rotores III.	16
1.13. Plataformas para vuelos avanzados.	19
2.1. Configuración de movimiento del <i>quadrotor</i> .	32
2.2. Esquema principal de un vehículo aéreo de cuatro rotores.	33
2.3. Movimiento del <i>quadrotor</i> en el espacio tridimensional.	34
2.4. Prueba a lazo abierto del control de la velocidad angular de los rotores.	36
2.5. Prueba a lazo abierto con la plataforma experimental.	37
2.6. Aproximación de momentos de inercia mediante teorema de <i>Steiner</i> .	40
3.1. Diagrama de bloques del control de trayectoria de un <i>quadrotor</i> .	48
3.2. Estructura de la red neuronal B-spline.	50
3.3. Seguimiento de trayectoria con controlador adaptativo, caso 1.	55
3.4. Seguimiento de las trayectorias de referencia planificadas usando el controlador neuronal adaptativo, caso 1.	55
3.5. Señales de control asociadas al modelo adaptativo, caso 1.	56
3.6. Evolución de las variables angulares, caso 1.	57
3.7. Evolución de las ganancias proporcionales del esquema de control para el seguimiento de las trayectorias de las variables de interés: a) x y y ; b) ϕ y θ .	57

3.8. Seguimiento de trayectoria de posición del <i>quadrotor</i> : a) controlador adaptativo; b) controlador no lineal, caso 2.	58
3.9. Seguimiento de trayectorias de referencia con el controlador adaptativo, caso 2.	59
3.10. Seguimiento de trayectorias de referencia con el controlador no lineal, caso 2.	60
3.11. Entradas de control obtenidas con el controlador adaptativo, caso 2.	61
3.12. Entradas de control obtenidas con el controlador basado en modos deslizantes, caso 2.	61
3.13. Colectivos de animales que exhiben SI.	63
3.14. Colectivos de animales que exhiben SI.	64
3.15. Diagrama de flujo de un algoritmo PSO estándar.	66
3.16. Respuesta temporal a lazo cerrado de un sistema de segundo orden.	68
3.17. Respuesta a lazo cerrado del sistema, escenario 1.	70
3.18. Comportamiento dinámico de las ganancias a) k_p y b) k_i , escenario 1.	71
3.19. Comportamiento dinámico de la ganancia k_d , escenario 1.	71
3.20. Respuesta a lazo cerrado del sistema, escenario 2.	73
3.21. Seguimiento de las trayectorias de referencia a lazo cerrado, escenario 3.1.	73
3.22. Esfuerzo de control, escenario 3.1.	74
3.23. Comportamiento dinámico de las variables y parámetros de control, escenario 3.1.	75
3.24. Seguimiento de trayectoria con controlador adaptativo, escenario 3.2.	76
4.1. Movimiento vertical controlado mediante el esquema basado en modos deslizantes.	90
4.2. Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_x y $\tilde{\tau}_\theta$, primera propuesta.	91
4.3. Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_y y $\tilde{\tau}_\phi$, primera propuesta.	92
4.4. Movimiento regulado del helicóptero en el espacio cartesiano.	92
4.5. Control de la dinámica totalmente actuada del movimiento de guiñada mediante el control basado en modos deslizantes.	93
4.6. Absorbedor activo de vibraciones.	94
4.7. Movimiento vertical controlado mediante las entradas de control u y $\tilde{\tau}_\psi$, segunda propuesta.	96
4.8. Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_x y $\tilde{\tau}_\theta$, segunda propuesta.	97
4.9. Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_y y $\tilde{\tau}_\phi$, segunda propuesta.	98
5.1. Esquema principal de control.	109
5.2. Perfiles de las perturbaciones consideradas en el estudio.	113
5.3. Seguimiento de trayectorias de referencia en las direcciones Y y X	114

5.4. Seguimiento de trayectorias de referencia en la dirección Z .	115
5.5. Ruta descrita en el plano $X - Y$ debido al movimiento del helicóptero.	115
5.6. Seguimiento de la ruta planificada para el movimiento controlado del <i>quadro-</i> <i>tor</i> , caso 1 .	116
5.7. Seguimiento de las trayectorias angulares planificadas.	117
5.8. Señales de entrada de control inyectadas para contrarrestar los efectos de las perturbaciones, caso 2 .	118
5.9. Señales de control inyectadas para contrarrestar los efectos de las perturbacio- nes, caso 2 .	119
6.1. Dominio o espacio de vuelo.	125
6.2. Ehécatl UAS-S4.	128
6.3. Modelo de la perturbación inyectada al sistema durante la simulación.	134
6.4. Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, caso 1 .	135
6.5. Respuesta del sistema a lazo cerrado, caso 1 .	135
6.6. Respuesta perturbada del sistema a lazo cerrado, caso 1 .	135
6.7. Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, caso 2 .	136
6.8. Respuesta del sistema a lazo cerrado sin perturbaciones, caso de estudio 2 .	137
6.9. Respuesta del sistema a lazo cerrado sometido a perturbaciones, caso de es- tudio 2 .	137
6.10. Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, caso 3 .	138
6.11. Respuesta del sistema sin incluir las perturbaciones, caso de estudio 3 .	139
6.12. Respuesta del sistema en presencia de perturbaciones, caso de estudio 3 .	139
6.13. Perturbación estimada mediante el GESO.	140
A.1. Marcos de referencia coincidentes antes de rotar.	152
A.2. Primera rotación un ángulo ψ .	152
A.3. Segunda rotación un ángulo θ .	153
A.4. Tercera rotación un ángulo ϕ .	153
B.1. Representación gráfica de la función de Ackley.	164

Índice de tablas

- 2.1. Elementos del tensor de inercia. 40
- 3.1. Condiciones operativas previas para un entrenamiento fuera de línea. 51
- 3.2. Parámetros del *quadrotor* para la simulación. 54
- 3.3. Valores de referencia para la simulación. 54
- 6.1. Índice de desempeño ITAE. 140
- B.1. Resultados obtenidos mediante PSO en MATLAB[®]. 164

Índice general

Resumen	VII
Abstract	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XV
1. Estado del arte	3
1.1. Introducción	3
1.2. Clasificación	3
1.3. El helicóptero de cuatro rotores	6
1.3.1. Primeros prototipos	7
1.3.2. Historia reciente	11
1.4. Motivación y objetivos	20
1.4.1. Planteamiento del problema	20
1.4.2. Objetivo general	21
1.4.2.1. Objetivos particulares	21
1.4.3. Contribuciones	21
1.5. Estructura de la tesis	22
2. Modelo dinámico de un quadrotor	31
2.1. Principio de funcionamiento del <i>quadrotor</i>	31
2.2. Ecuaciones de movimiento del <i>quadrotor</i>	32
2.2.1. Aproximación Euler-Lagrange	34
2.2.2. Aproximación Newton-Euler	35
2.3. Parámetros del sistema	36
2.4. Conclusiones	41
3. Control de movimiento adaptativo para un vehículo aéreo	45
3.1. Introducción	45

3.2. Ecuaciones de movimiento	46
3.3. Esquema de control	47
3.3.1. Esquema de la red neuronal	49
3.3.2. Regla de aprendizaje	52
3.4. Resultados y análisis	53
3.4.1. Primer caso de estudio	54
3.4.2. Segundo caso de estudio	58
3.5. <i>Swarm Intelligence</i> para el entrenamiento RNBS	62
3.5.1. Versión estándar del algoritmo PSO	64
3.5.2. Caso de estudio: sistema mecánico	67
3.5.2.1. Esquema de control	67
3.5.2.2. Diseño de la función objetivo	68
3.6. Conclusiones	77
4. Control activo de un RW-UAV	85
4.1. Introducción	85
4.2. Ecuaciones de movimiento del <i>quadrotor</i>	87
4.3. Un enfoque de control de movimiento basado en modos deslizantes	87
4.4. Resultados de la primera propuesta	89
4.5. Un esquema de control de movimiento basado en absorbedores virtuales	93
4.6. Resultados de la segunda propuesta	95
4.7. Conclusiones	99
5. Control robusto para el rechazo de perturbaciones en un vehículo aéreo	103
5.1. Introducción	103
5.2. Enfoques de control para el <i>quadrotor</i>	104
5.3. Modelo dinámico del helicóptero de cuatro rotores	107
5.4. Control robusto para el movimiento planificado	108
5.5. Resultados de simulación	112
5.6. Conclusiones	120
6. Rechazo de perturbaciones mediante observadores	125
6.1. Introducción	126
6.2. Modelo dinámico del FW-UAV	127
6.3. Control basado en GESO	128
6.4. Resultados de simulación	133
6.4.1. Caso de estudio 1: controlador LQR	134
6.4.2. Caso de estudio 2: controlador Integral PSO-LQR	136
6.4.3. Caso de estudio 3: esquema de control GESO	137
6.5. Conclusiones	140

7. Conclusiones generales	147
7.1. Trabajos futuros	148
A. Ecuaciones de movimiento de Lagrange	151
B. <i>Particle Swarm Optimization</i> with MATLAB	163
B.1. Búsqueda del mínimo global mediante PSO	163
C. Productos del trabajo de investigación	167
C.1. Artículos publicados	167
C.2. Memorias	167
C.3. Estancias de investigación	168
C.4. Congresos	169
C.5. Conferencias	169

Capítulo 1

Estado del arte

1.1. Introducción

En los últimos años, el desarrollo de los sistemas aéreos no tripulados (Unmanned Aerial Systems, UAS's) se ha intensificado, manifestando un importante crecimiento tanto en el ámbito militar como civil. Esto se debe principalmente a los avances tecnológicos en el diseño y fabricación de nuevos y más sofisticados microprocesadores, sensores y sistemas de propulsión (actuadores) y comunicación, que han reducido su tamaño y peso, características que se ven reflejadas en una mayor eficiencia y autonomía [1.1], [1.2]. Así también, debido a sus características funcionales en comparación con vehículos tripulados, debido a que poseen una mayor maniobrabilidad, bajo costo, baja detectabilidad por radares, mayor eficiencia y ningún riesgo para la tripulación. Dentro de la terminología aeroespacial, los autores en [1.2] hacen referencia a los robots aéreos (máquinas robóticas voladoras) como vehículos aéreos no tripulados (Unmanned Aerial Vehicles, UAV's), mientras que el término UAS se emplea para todo el conjunto que involucra la infraestructura, el sistema y la interfaz humano-máquina, que permiten un vuelo autónomo, es decir, el UAV es parte de un UAS. A lo largo de la tesis se utiliza el término UAV por simplicidad, teniendo en cuenta la aseveración anterior. A su vez, el término *drone* se utiliza también para referirse a un vehículo aéreo no tripulado, sin embargo, siendo estrictos, no es un sinónimo de UAV, ya que estos poseen inteligencia limitada [1.3], [1.4].

1.2. Clasificación

Los robots UAV han ganado una gran popularidad ya que abarcan un amplio rango de tamaños y formas. Su integridad física depende del procesamiento en tiempo real de la información acerca del medio y de los objetivos de misión asignados, por lo que existe un compromiso estrecho entre su complejidad, las capacidades de procesamiento y toma de decisiones.

Existen algunas diferencias y similitudes entre los UAV's y otro tipo de vehículos autónomos como los vehículos terrestres no tripulados (Unmanned Ground Vehicles, UGV's), Figura 1.1a, y los vehículos submarinos no tripulados (Unmanned Underwater Vehicles, UUV's), Figura 1.1b. Por ejemplo, a diferencia de los UGV's, para describir y controlar los movimientos de un UAV se utiliza un modelo dinámico, expresado en términos de aceleraciones, fuerzas y torques en lugar de velocidades (modelo cinemático) 1.5. Uno de los principales desafíos para estos vehículos reside en la complejidad del medio en el que deben desplazarse para ejecutar la tarea asignada o misión (principalmente tareas de reconocimiento, vigilancia, localización de objetivos y rescate 1.6), que es una combinación impredecible de elementos tanto verticales como horizontales, con superficies y obstáculos desconocidos 1.2. Por otro lado, en el modelo dinámico de los UUV's existen términos asociados a las fuerzas de arrastre (*drag*), que son más significativas en el agua que en el aire, y una fuerza de flotabilidad (*buoyancy*). Entre las principales aplicaciones de los UUV's se encuentran la recolección de datos, inspección profunda del océano, monitoreo de tuberías y el mapeo oceanográfico 1.7.



(a) UGV Husky.



(b) UUV Remus.

Figura 1.1: Vehículos no tripulados.

Existen diversos tipos de UAV's, siendo los UAV's de ala fija (Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles, FW-UAV's) los más comunes y con mayor desarrollo. Estas aeronaves (*aircrafts*), son similares a los aviones de pasajeros, con un par de alas para proveer sustentación (*lift*), un sistema propulsor para proveer empuje (*thrust*) y superficies aerodinámicas para controlar su movimiento. Su eficiencia es mayor en comparación con otros UAV's, lo que le permite realizar vuelos prolongados. Sin embargo, su uso en interiores está descartado ya que no poseen la capacidad de sostener un vuelo cuasi-estacionario (*hovering*) y de girar en distancias reducidas 1.8. Por su parte, los vehículos no tripulados de ala rotatoria (Rotary-Wing Unmanned Aerial Vehicles, RW-UAV's) cuentan con diversas configuraciones, entre las que se encuentra el helicóptero convencional, el helicóptero coaxial y los multi-rotores, los cuales pueden sostener un vuelo cuasi-estacionario y despegar-atterrizarse de manera vertical (Vertical Take-Off and Landing, VTOL). Los FW-UAV's y RW-UAV's son las configuraciones clásicas más utilizadas en las aplicaciones asignadas a los vehículos aéreos no tripulados.

Entre las principales destacan la vigilancia, monitoreo, fotografía, inspección, y transporte de carga [1.2], teniendo los RW-UAV's más aplicaciones civiles que los FW-UAV's [1.9]. Por otro lado, los avances tecnológicos también han permitido el desarrollo de nuevas configuraciones de UAV's, como los UAV's bioinspirados (Flapping-Wing Unmanned Aerial Vehicles, FI-UAV) y los UAV's más ligeros que el aire (Lighter-than-Air Unmanned Aerial Vehicles, LtA-UAV's).

En la Figura 1.2 se muestran algunos ejemplares de los vehículos aéreos mencionados: el vehículo que se observa en la Figura 1.2a es un prototipo del tipo FI-UAV, su diseño y principio de funcionamiento esta inspirado en el aleteo y vuelo de un cuervo. Es uno de los primeros modelos en emplear un control de ala independiente, es decir, un actuador se encarga del movimiento, velocidad de aleteo y deformación de una de las alas. Este robot tiene la capacidad de ejecutar de manera exitosa maniobras acrobáticas bioinspiradas, como inmersiones y volteretas [1.10]. Por su parte, los autores en [1.11] presentan un LtA-UAV principalmente para aplicaciones relacionadas a la robótica de entretenimiento. Este novedoso dirigible (*airship o blimp*) es una esfera con un diámetro de 2.7 m llena de helio con cuatro actuadores, que le permiten moverse de manera omnidireccional y rotar respecto a cualquiera de sus ejes. En la Figura 1.2b se aprecia que su estructura *ligera* le permite la interacción con humanos y sobrevolar con bajo riesgo sobre ellos, tanto en interiores como exteriores, características que lo hacen ideal par eventos de exhibición.



(a) FI-UAV Robo-Raven.



(b) LtA-UAV Skye.



(c) RW-UAV MG-1P.



(d) FW-UAV MX1.

Figura 1.2: Diferentes tipos de UAV's.

En la Figura 1.2c se observa un RW-UAV de ocho rotores (*octocopter*) que ejecuta tareas de fumigación sobre un sembradío de caña de azúcar. Debido a las características propias de los vehículos VTOL, su capacidad de *hovering* le permite optimizar e incrementar la precisión de aspersión de pesticidas y fertilizantes, y así propiciar una mayor productividad de los cultivos 1.12. Este sistema cuenta con una bomba de presión, que presuriza el líquido para que fluya por la boquilla. La variación de la masa del vehículo asociada con la cantidad de líquido esparcido, es una perturbación para el sistema, y su compensación debe ser considerada durante el proceso de diseño del controlador. El control de la actitud se realiza mediante la variación de la velocidad angular de sus rotores, de manera similar a como se hace para los helicópteros de cuatro y seis rotores (*hexacopter*). Finalmente, se presenta un FW-UAV, Figura 1.2d, utilizado para tareas de vigilancia de oleoductos, industria agropecuaria, eléctrica, ferroviaria, de telecomunicaciones y militar. Su fuselaje fabricado a base de fibra de carbón de grado aeroespacial le permite alcanzar una velocidad de 120 km/h , además tiene la capacidad de capturar imágenes de alta calidad a una altura de 1200 m , pasando así prácticamente desapercibido. Mediante el control de sus superficies aerodinámicas (elevadores, alerones y timón de dirección (*elevators, ailerons y rudder*)), puede desplazarse en el espacio tridimensional, que le permite ejecutar las fases de vuelo necesarias para cualquier aeronave de ala fija: despegue, ascenso, crucero, descenso, aproximación y aterrizaje. A diferencia de los RW-UAV, los UAV de ala fija tienen la desventaja de que al volver de alguna misión necesitan espacio para poder aterrizar a una velocidad relativamente alta 1.13, por lo que su aterrizaje en distancias cortas, por ejemplo en la plataforma de un barco, es una tarea compleja.

1.3. El helicóptero de cuatro rotores

Una de las plataformas aéreas que ha cautivado la atención de los investigadores y aficionados a los UAV (*hobbyist*) es el helicóptero con cuatro rotores (*four-rotor rotorcraft*), Figura 1.3. A diferencia del helicóptero convencional, este vehículo se controla mediante la variación de la velocidad angular de cada uno de sus rotores.



Figura 1.3: Parrot AR. Drone *quadrotor*.

El también llamado en los textos como cuatri-rotor (*quadrotor*) o cuadricóptero (*quadcopter*) [1.14], se ha vuelto popular principalmente por el bajo costo y sencillez de su construcción, así como por sus capacidades de *hovering* y VTOL, características que permiten su operación tanto en interiores como exteriores. Un *quadrotor* es un sistema altamente acoplado, sub-actuado (*underactuated*), con seis grados de libertad y cuatro entradas de control independientes. Por lo tanto, el control de movimiento de este sistema no-lineal no es una tarea sencilla, lo que ha motivado en gran medida la realización de la tesis.

1.3.1. Primeros prototipos

En años recientes, múltiples grupos de investigadores han presentado diversos trabajos de investigación en revistas de divulgación científica y memorias de congresos, para dar a conocer importantes aportaciones para mejorar la autonomía, navegación y desempeño del vuelo del *quadrotor* en ambientes controlados y no controlados. No obstante del auge actual, esta plataforma no es nueva, existen reportes de principios del año 1900 sobre algunos prototipos de helicópteros de cuatro rotores desarrollados a la par de otras configuraciones de helicópteros, con el fin de lograr el vuelo vertical mediante una máquina. Los esfuerzos por parte de la humanidad para construir un dispositivo capaz de volar verticalmente, han sido registrados en diversos archivos históricos, desde el siglo XV con Leonardo da Vinci y su *air-screw*, Figura 1.4a, pasando por los modelos de vuelo vertical de Lambertgye y Bright, Figuras 1.4b y 1.4c, hasta los auto-giros de Vuitton, Figuras 1.4d, donde las ideas y diseños se fueron perfeccionando, así como los mecanismos de actuación para producir el movimiento rotatorio.

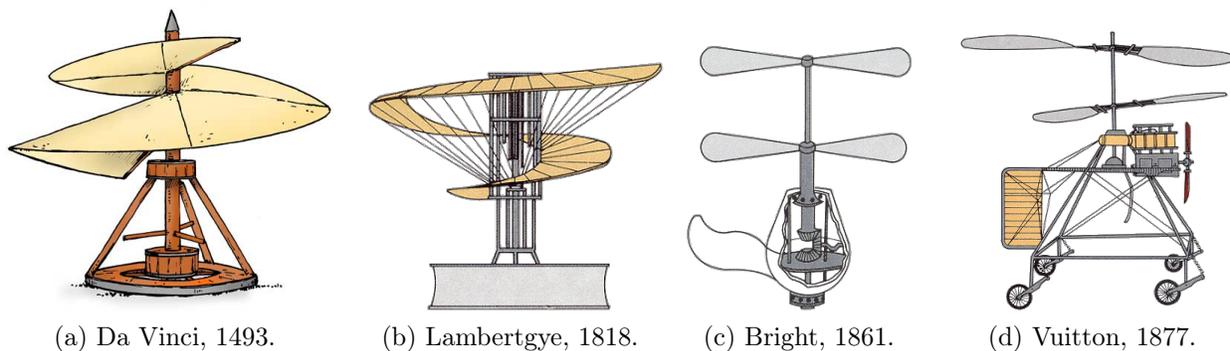
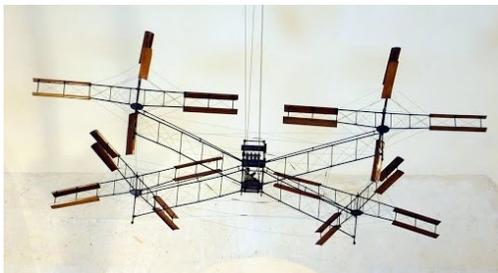


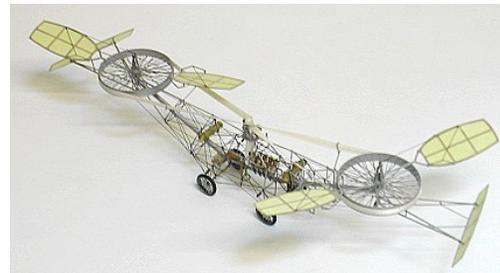
Figura 1.4: Bosquejos históricos [1.15].

Pero fue hasta principios del siglo XX que surgieron alrededor del mundo los primeros prototipos funcionales basados en alas rotatorias, los primeros helicópteros. Los principales retos que tuvieron que enfrentar los primeros prototipos fueron el control, llevar una carga útil en relación con el peso de la máquina, la vibración en tierra y el torque [1.16]. Algunos de ellos fueron diseños multi-rotos que evolucionaron hasta convertirse en lo que ahora son

los más sofisticados helicópteros. A principios de 1907 los hermanos Louis y Jacques Breguet en asociación con el profesor Richet, construyeron una máquina que consistía en un chasis central de tubos de acero que soportaba al piloto y al motor. Al extremo del brazo yacente en cada esquina de la estructura central estaba montado un rotor-doble plano (*biplane*) de cuatro hélices cubiertas de tela, Figura 1.5a. Esta máquina conocida como el giro-plano Breguet-Richet, fue la primera en elevarse por sí sola verticalmente con un sistema de elevación de ala rotatoria. Este modelo comandado por un piloto abordo, tenía un motor Antoinette de 45 *hp* y pudo elevarse aproximadamente 0.60 *m* durante un minuto. Sin embargo, debido a que su comportamiento no era estable para volar libremente, fue necesario estabilizar el vehículo por medio de cuatro asistentes para evitar cualquier movimiento errático que atentara contra la integridad del vehículo. En años posteriores, se presentó el giro-plano en su segunda versión, que integraba un motor de mayor potencia (55 *hp*, Renault) y tenía la capacidad de volar a una altura aproximada de 4.5 *m* bajo control. No obstante, fue completamente destrozada al aterrizar. Más tarde ese mismo año, una máquina fabricada por el francés Paul Cornu realizó el que probablemente fue el primer vuelo libre de cualquier anclaje, con una duración de 24 *s*. Su helicóptero tenía dos rotores de alrededor de 6 *m* de diámetro montados en configuración *tándem*, uno detrás de otro, como se aprecia en el modelo a escala presentado en la Figura 1.5b. El asiento del piloto estaba situado entre los dos rotores, muy próximo al motor principal (24 *hp*, Antoinette) que proporcionaba movimiento a los rotores a través de un sistema de banda. La primer versión de este vehículo solamente alcanzó una altura de 0.30 *m*, sin embargo, la segunda versión pudo elevarse hasta los 2 *m*. La falta de presupuesto y la inadecuada controlabilidad del helicóptero (debido a que el vehículo no pudo elevarse lo suficiente para superar lo que ahora se conoce como *ground-effect*), influyeron para que Cornu abandonara el desarrollo posterior de su prototipo.



(a) Giro-plano de Breguet-Richet.



(b) Helicóptero de Cornu.

Figura 1.5: Los primeros helicópteros [1.17].

Otro de los principales pioneros en el diseño y construcción de los primeros prototipos de ala rotatoria fue el ruso Igor Ivanovich Sikorsky, quien construyó su primera máquina en el año de 1909, un helicóptero del tipo coaxial con dos hélices de dos palas (4.6 *m* de diámetro para el propulsor superior y 5 *m* para el inferior). Un año más tarde construyó un segundo

prototipo con características más sofisticadas. Sin embargo, continuó teniendo problemas con el peso de la aeronave, ya que al igual que para el primer diseño, los motores (25 *hp*, Anzani) no poseían la potencia necesaria para elevarla. En la Figura 1.6 se presentan los bosquejos de ambos prototipos. Las principales modificaciones fueron el fuselaje de tubo de acero soldado y las hélices de tres palas. Sikorsky decidió posponer más investigaciones referentes a los sistemas de ala giratoria, debido a que se enfocó en la construcción de prototipos de ala fija.

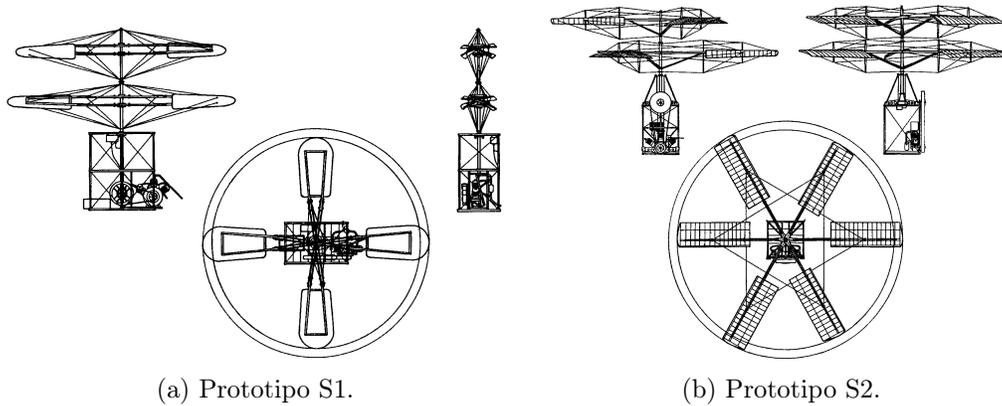


Figura 1.6: Prototipos de Sikorsky [1.18]

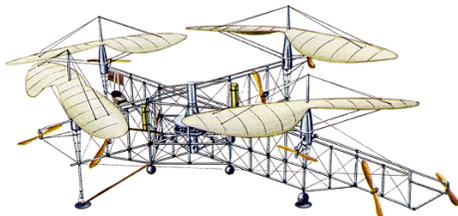
Una década más tarde, el francés Etienne Oemichen realizó algunos experimentos con mecanismos de ala rotatoria. Construyó en total seis dispositivos, siendo el segundo el más relevante, Figura 1.7a. Este tenía una estructura tubular en forma de “X” con rotores de dos aspas en el extremo de cada uno de sus cuatro brazos. Además, requería de ocho pequeños rotores para el control y movimiento lateral: cinco de ellos eran horizontales con paso de pala variable para la estabilidad lateral, otro más en la punta para la dirección y los restantes como propulsores. El segundo prototipo de Oemichen tenía la capacidad de sostener el vuelo por varios minutos, en 1924 estableció el récord de distancia recorrida para un helicóptero (360 *m*), y meses después completó un circuito cerrado de 1 *km* en solo siete minutos y cuarenta segundos. Más allá de sus diversas cualidades de potencia y controlabilidad, no se consideró un prototipo práctico, por lo que Etienne decidió enfocarse en el desarrollo de aeronaves de un solo rotor y dos rotores anti-torque, pero su éxito no fue el esperado.

Contemporáneamente a las pruebas realizadas por Etienne Oemichen, en el año 1921, la Armada de los Estados Unidos encomendó tareas al Dr. ruso de Bothezat para el desarrollo de una máquina de vuelo vertical, Figura 1.7b. El prototipo de Bothezat, tenía una estructura en forma de “X” que pesaba 1678 *kg*, la cual servía de soporte para sus rotores de seis hélices de 8.1 *m* de diámetro situados al final de cada brazo de 9 *m*. La construcción del prototipo tomó tan solo 18 meses, incluyendo las etapas de diseño, construcción, ajustes y todas las pruebas. Se realizaron los primeros vuelos entre octubre y diciembre de 1922. El 18 de diciembre de 1922 durante un vuelo de prueba en la sede de la división de ingeniería en el McCook Field,

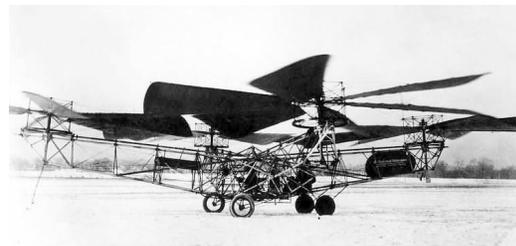
Dayton, Ohio, la aeronave se elevó a una altura de 1.8 m y sostuvo el vuelo durante 1 minuto y 42 segundos. En pruebas posteriores logró volar a una altura de 1.2 m con dos personas abordo en enero de 1923 y con otras cuatro más sujetadas en cada uno de los brazos un par de meses después. Esto fue gracias a la inclusión de actuadores con más potencia, el primero en emplearse fue un motor *Le Rhône* de 170 hp situado en el centro de la aeronave. La noticia del éxito que tuvo en sus vuelos se dispersó por el mundo y los principales medios impresos dedicaban espacio en sus columnas:

“JUST recently reports have been coming along of several successful flights of some of the experimental helicopters with which various inventors, in different parts of the world, are attempting to solve the problem of direct lift and hovering. One of these, which appears to be making a certain amount of progress towards success, is the de Bothezat” [1.19], [1.20].

Debido a sus características inerciales, el prototipo era estable. Sin embargo, a pesar de su éxito y de los numerosos vuelos llevados a cabo, la *Air Corps* rápidamente perdió interés. El prototipo de Etienne tuvo vuelos más exitosos que el de Bothezat en cuanto a duración y distancia. Sin embargo, ambas propuestas fueron de gran relevancia y contribuyeron al desarrollo de otros prototipos de ala giratoria y con justificación se les puede adjudicar la etiqueta de los primeros *quadrotors*.



(a) Oemichen [1.17].



(b) de Bothezat.

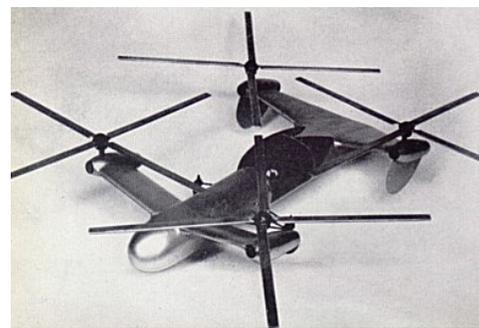
Figura 1.7: Prototipos con cuatro rotores principales.

Pasaron algunos años antes de que se construyera otro helicóptero con cuatro rotores. Para el año 1945 se habían construidos al menos 72 helicópteros, de los cuales solamente tres eran de cuatro rotores [1.21]: las máquinas de Breguet-Richet, Oemichen y de Bothezat. Fue hasta mediados de 1950 cuando la compañía Convertawings (liderada por Marc Adman Kaplan) presentó su helicóptero con dos motores C90-*Continental* (90 hp) para mover sus dos pares de rotores en configuración tándem (formando una “H”), Figura 1.8a. A diferencia de los modelos anteriores no contaba con rotores adicionales para controlar el movimiento lateral, que se controlaba mediante un empuje (*thrust*) diferencial de sus rotores. A pesar de tener un peso de 997 kg alcanzaba una velocidad aproximada de hasta 130 km/h y realizar frenados relativamente instantáneos a esa velocidad. Sin embargo, y a pesar de todas sus cualidades

principalmente de su sistema de control (precursor de algunas plataformas experimentales que incorporan alas tándem con cuatro propulsores), el proyecto se dio por terminado debido a su baja demanda tanto comercial como militar. Existen registros sobre otros proyectos de la empresa que incluían mejoras y diferentes sistemas de actuación (que implicaba un aumento de la capacidad de carga): turbinas Boeing 502 incluidas en el modelo B (bajo requerimientos de la marina y armada norteamericana), turbinas de gas para el modelo E (para transporte de carga y pasajeros) y turbo-motores French Artouste II para el modelo F (diseño mono plaza), Figura 1.8b. Sin embargo, y debido a recortes presupuestales de la defensa, la construcción de estos diseños fue cancelada.



(a) Convertawings modelo A.



(b) Convertawings modelo F.

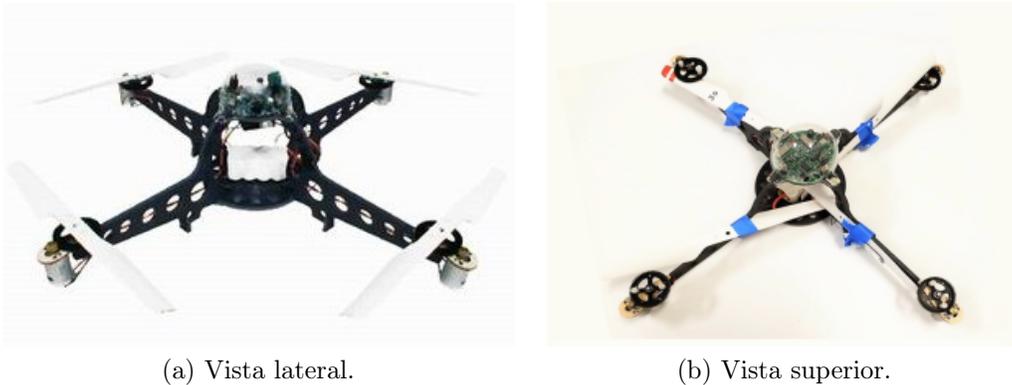
Figura 1.8: Helicópteros de Convertawings [1.22], [1.23].

1.3.2. Historia reciente

A medida que el concepto de *quadrotor* se alejó solo del uso militar, se comenzaron a introducir tanto en el mercado de los modelos a radio control RC como en el ámbito de la investigación, diversos modelos de tamaño compacto. Una de las primeras contribuciones se presentó a finales de los 90's, en Estados Unidos, donde el ingeniero Mike Dammar diseñó y construyó su propio prototipo *quadrotor*. Mientras trabajaba para la empresa Spectrolutions Inc, puso a la venta el Roswell Flyer (también llamado HMX-4 Flyer, Figura 1.9) que posteriormente fue adquirido por la empresa Draganfly. Un par de años más tarde algunos grupos de investigación utilizaron el HMX-4 Flyer con el fin de diseñar e implementar diversos controladores automáticos de vuelo.

Mientras tanto, en el año 2000, investigadores de la Universidad de Stanford presentaron al Mesicopter [1.24], que era un vehículo cuatri-rotor desarrollado principalmente para funcionar como una plataforma de sensado y monitoreo ambiental. Este era un prototipo miniatura de tan solo un par de centímetros de envergadura (distancia de rotor a rotor), Figura 1.10a. El proyecto estaba enfocado principalmente en el estudio de los efectos aerodinámicos en rotores de escala reducida.

Por otro lado, en el año 2002, investigadores de la Universidad de Pensilvania propusieron algoritmos de control no lineal basados en las teorías de *backstepping* y *feedback-linearization* [1.25]. El principal objetivo era estabilizar y realizar el *output tracking control* [1] para un cuadricóptero HMX-4 Flyer. Las pruebas de laboratorio fueron realizadas solamente para movimientos verticales y de guiñada (*yaw*), y la estimación de actitud y posición se realizó mediante retroalimentación visual por medio de una cámara. El término *quadrotor* fue utilizado por los autores para hacer referencia al helicóptero de cuatro rotores.



(a) Vista lateral.

(b) Vista superior.

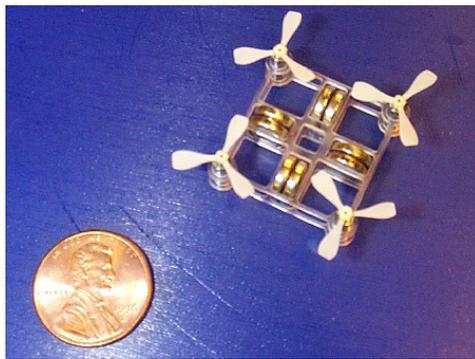
Figura 1.9: Roswell Flyer o HM4-X *quadrotor*.

Paralelamente, se abordó por primera vez el problema de seguimiento de trayectorias para el quadrotor en [1.27]. Para esto, se utilizó un servo-control visual basado en técnicas de *backstepping* con retroalimentación de posición de una cámara *eye-in-hand* [2], que estaba ubicada en el centro de masa del *quadrotor*. Ese mismo año, en [1.29] se presentó un modelo dinámico para el helicóptero de cuatro rotores, donde se incluía la dinámica de los motores. El control de movimiento se realizó mediante un esquema basado en funciones de Lyapunov. Además, los autores propusieron el término X4-Flyer como un nombre descriptivo para una amplia gama de robots aéreos de cuatro rotores, que fue adoptado por otros investigadores para referirse al *quadrotor*. A pesar de que no se presentó el desarrollo experimental, este trabajo fue una de las primeras aportaciones sobre el modelado y control del *quadrotor*. Por su parte los autores en [1.30] presentaron su plataforma prototipo desarrollada en la Universidad Nacional Australiana (de ahí que se haya nombrado a este diseño como el X4-Flyer ANU), Figura 1.10b. En su publicación se da una descripción detallada del *hardware* que conforma la plataforma experimental.

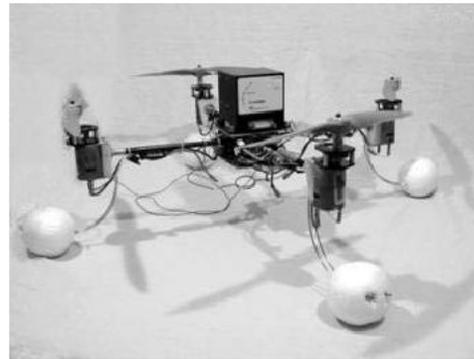
¹Hacer que la salida de la planta a través de una acción de control, siga la salida de un modelo de referencia establecido lo más cerca posible [1.26].

²El uso de una cámara en un lazo de control de un robot se puede llevar a cabo de dos maneras: *eye-in-hand*, cuando está montada rígidamente en el efector final del robot (on-board); y (*eye-to-hand*) cuando observa al robot dentro de su espacio de trabajo (off-board) [1.28].

Así también, se introduce un sistema de control de vuelo aumentado (*flight augmentation control system*) similar a los mecanismos utilizados para modificar las características de la respuesta dinámica de los sistemas de ala fija: aviones convencionales y FW-UAV's, donde se considera solamente la actitud del vehículo sin importar la trayectoria descrita. El diseño del controlador se realizó bajo los criterios de amortiguamiento (*damping*), tiempo de establecimiento (*settling time*) y de subida (*rise time*). De igual manera, se presentaron resultados de simulación y una serie de experimentos realizados con el X4-Flyer ANU.



(a) Mesicopter.



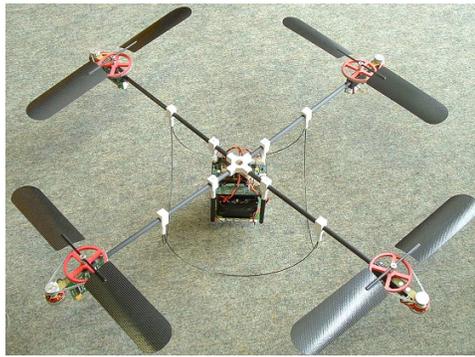
(b) ANU Flyer.

Figura 1.10: Diferentes prototipos de *quadrotors* I.

Un año más tarde, investigadores de la Universidad de Pensilvania presentaron un nuevo esquema de control para el *quadrotor* [1.31]. El objetivo principal era estabilizar el vehículo mediante un sistema *pose estimation*³ conformado por dos cámaras: una abordo y otra en tierra. Se presentaron resultados experimentales utilizando el HMX-4 Flyer para demostrar la efectividad del método de control propuesto.

Para el año 2004 aumentaron los estudios sobre el *quadrotor* de manera considerable. Se desarrollaron diversos proyectos en institutos y universidades alrededor del mundo; el OS4 desarrollado en el Instituto Federal de Tecnología Suizo en Lausanne (EPFL) [1.32, 1.33], Figura 1.11a; el STARMARC en la Universidad de Stanford, Figura 1.11b, [1.34]; el Mark II en la Universidad Nacional Australiana, Figura 1.11c, [1.35]; y proyectos donde el modelo comercial Draganflyer era la plataforma base, Figura 1.11d; Universidad Tecnológica de Compiègne en Francia [1.36, 1.37], Universidad de Lakehead en Ontario, Canadá [1.38] y en la Universidad de Wollongong en Australia [1.39].

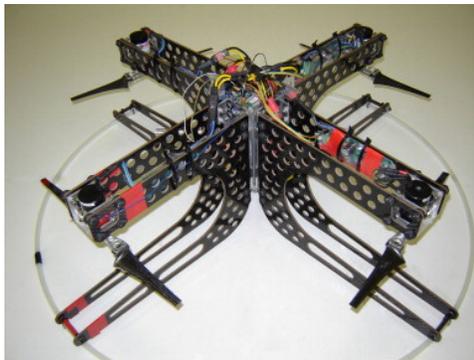
³Estimación de posición y orientación de un cuerpo mediante una imagen.



(a) OS4 quadrotor.



(b) STARMAC.



(c) X-4 Flyer Mark II.



(d) Draganflyer IV.

Figura 1.11: Diferentes prototipos de *quadrotors* II.

En [1.32, 1.33] se reportó el diseño y construcción de un *quadrotor* para navegación en interiores (*indoors*). La plataforma de pruebas (*test bench*) tenía un microprocesador PIC16F876 como unidad central que permitía la comunicación vía i2C y RS232 entre la plataforma y un computador (para enviar las instrucciones y mandos de control). El lazo de control utilizaba información de las mediciones de una unidad de medición inercial (Inertial Measurement Unit, IMU), que estimaba la actitud mediante un filtro de Kalman. El control de la actitud se realizó mediante un controlador basado en funciones de Lyapunov y técnicas de control convencionales, control proporcional integral derivativo (Proportional-Integral-Derivative, PID) y control cuadrático óptimo (Linear Quadratic, LQ), respectivamente.

Por otro lado, en [1.34], se presentó el prototipo STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control), con el objetivo de desarrollar y validar técnicas de control multi-agente para evasión autónoma de obstáculos y colisiones, así como formaciones de vuelo principalmente en exteriores. Cada vehículo calculaba en tiempo real su trayectoria óptima, mientras vuela en conjunto con los demás vehículos. Se integraron al sistema algunas tecnologías modernas para la época como el *bluetooth*, *wireless* y *GPS*. Para el control de la actitud y altitud del vehículo se implementaron controladores por modos deslizantes (Sliding

Modes Control, SMC) y un regulador cuadrático lineal (Linear Quadratic Regulator, LQR), respectivamente.

Los autores en [1.35] desarrollaron un vehículo aéreo de cuatro rotores que nombraron Mark-II. Este prototipo utilizaba los rotores invertidos con el fin de mejorar las propiedades de estabilidad del vehículo. Así también, realizaron un estudio extenso sobre el diseño del perfil aerodinámico de las hélices (ANUX2). Para validar la propuesta únicamente se llevaron a cabo simulaciones numéricas, debido a que la plataforma necesitaba mejoras antes de volar de manera autónoma.

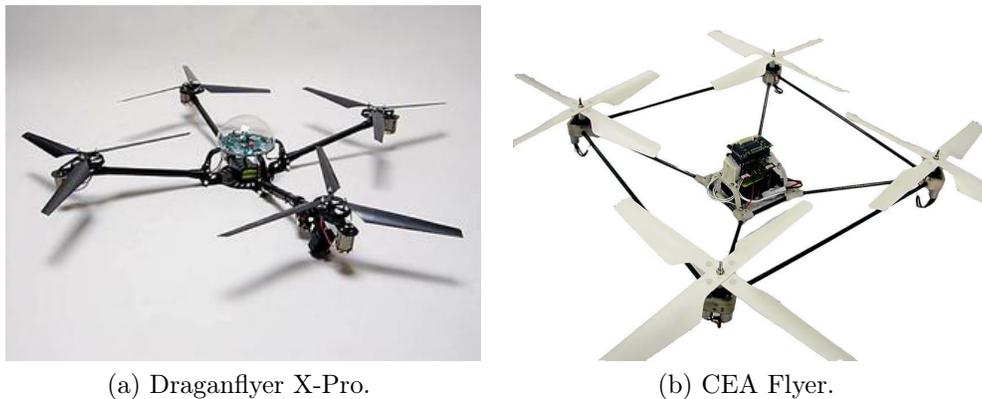
En [1.36], [1.37] se introdujo un modelo dinámico del *quadrotor* deducido mediante las ecuaciones de movimiento de Lagrange (la mayoría de los modelos propuestos con anterioridad fueron derivados mediante las ecuaciones de Newton-Euler). Se llevaron a cabo experimentos en tiempo real para demostrar que el algoritmo de control propuesto tenía la capacidad de realizar de manera autónoma tareas de despegue, *hovering* y aterrizaje. El algoritmo de control diseñado utilizaba saturaciones anidadas, cuyo desempeño fue evaluado tanto de manera experimental como en simulación numérica. Este trabajo fue uno de los primeros en el que se implementaron controladores en tiempo real para el *quadrotor* de manera exitosa. De igual manera, los autores en [1.39] también utilizaron el Draganflyer para realizar pruebas experimentales. En su reporte se incluyó el análisis teórico de la dinámica del helicóptero, que se utilizó para desarrollar un simulador de vuelo mediante la plataforma Java4GL y archivos XML (para el almacenamiento de los datos). La construcción de esta plataforma virtual permitió analizar y comprender de mejor manera la dinámica sub-actuada⁴ (*underactuated*) y no lineal acoplada del *quadrotor*. A finales del mismo año, en [1.38] se propuso el uso de cuaterniones (*quaternions*) para representar la actitud del helicóptero, así como para diseñar un controlador PD² para la compensación de los efectos giroscópicos y de Coriolis. La estructura del esquema de control constaba de un factor proporcional en términos del vector de cuaterniones y las dos acciones derivativas en términos de las velocidades angular y del cuaternion, respectivamente. La eficiencia del controlador propuesto se comparó con un esquema PD convencional mediante simulaciones numéricas.

Es importante también mencionar los múltiples experimentos realizados por los profesores Mark Drela y Jonathan How, quienes junto a sus alumnos del Instituto de Tecnología de Massachusetts construyeron el prototipo Phaeton en sus cursos de verano e invierno del 2004. En el proyecto se utilizó la plataforma comercial Draganflyer X-Pro, Figura [1.12a], sin embargo, se realizaron diversas modificaciones en su estructura con el fin de que el vehículo fuera funcional para los requerimientos del proyecto, principalmente la capacidad de carga (*payload*).

Para el 2005 continuaron las investigaciones sobre vehículos aéreos autónomos, donde nuevos grupos de investigadores comenzaron a diseñar y construir sus plataformas de cuatro rotores, así como diversos algoritmos de control para controlarlas. En [1.41] se propuso un modelo dinámico cuasi-estacionario para el prototipo CEA Flyer, Figura [1.12b]. En este tra-

⁴El número de grados de libertad excede el número de entradas de control [1.40].

bajo se considera que la dinámica del rotor es insignificante en comparación con la dinámica del cuerpo. Entonces, se diseña una ley de control no lineal para controlar las velocidades de traslación y el ángulo de guiñada. De igual manera, se utiliza la representación por medio de cuaterniones, con el fin de evitar la singularidad inherente a la representación de la actitud con los ángulos de Euler. Por último, se realizan múltiples vuelos experimentales para demostrar la factibilidad del controlador propuesto, donde un procesador digital de señales (DSP, Digital Signal Processor) funge como unidad central de procesamiento y almacenamiento de los parámetros de vuelo. Por su parte, el prototipo presentado en [1.42] utiliza un DSP como unidad central de procesamiento y sensores ultrasónicos e infrarrojos, giroscopios y una cámara CCD (*Charge Coupled Device*) para retroalimentar la posición y actitud del prototipo. El esquema de control está basado en un lazo interno de control robusto, donde se consideran modelos de referencia basados en función de inercias-torques y fuerzas-masas, ambos sin fricción. Pruebas experimentales confirman la eficiencia del esquema de control para mantener el estado de *hovering*, así como la regulación de la actitud.



(a) Draganflyer X-Pro.

(b) CEA Flyer.

Figura 1.12: Diferentes prototipos de cuatri-rotores III.

Por otro lado, los autores en [1.43] presentan mejoras del esquema de *pose estimation* propuesto en [1.31]. Aquí, se diseñan dos controladores no lineales del tipo *backstepping* y *feedback linearization*, los cuales se prueban mediante simulaciones antes de llevar a cabo la implementación experimental. Una de las pruebas realizadas es estabilizar el *quadrotor* en modo *hover* (manteniendo una posición constante y ángulos cercanos a cero). De igual forma, otros autores presentan diversas mejoras a sus propuestas previas, con nuevas y más robustas estrategias para controlar el *quadrotor*; en [1.44, 1.45] en ese mismo año; en [1.46–1.48] en el 2006; y en [1.49–1.51] en el 2007.

Por otro lado, en [1.52] se introduce un esquema de control del tipo *backstepping* para el seguimiento de trayectorias, donde se divide la dinámica y control en tres subsistemas: dinámica subactuada, dinámica completamente actuada y un subsistema de propulsión. La salida del subsistema subactuado es el movimiento en las direcciones x y y , que se controla mediante dos controladores virtuales. Los resultados de simulación confirman un buen desempeño del

esquema de control. A pesar de que solo se presentan resultados de simulación, esta propuesta es una de las aportaciones pilares en el contexto de control aplicado en el *quadrotor*, y en conjunto con las previamente citadas, representan un punto de inflexión en el diseño, desarrollo y construcción del helicóptero de cuatro rotores.

Recientemente, prototipos experimentales más sofisticados como el Kmel Nano mostrado en la Figura 1.13a (desarrollado por investigadores de la Universidad de Pensilvania [1.53]); la plataforma MK-40 de MikroKopter utilizada en [1.54], Figura 1.13b, el Quanser QBall 2 [1.55-1.57], Figura 1.13c; el AR.Drone Parrot [1.58], Figura 1.13d; el Hummingbird en [1.59, 1.60], Figura 1.13e; se han utilizado como plataformas experimentales de investigación, con el fin de proveer de mayor autonomía al *quadrotor*, así como mejores características de robustez tanto a perturbaciones externas como internas por medio de algoritmos de estimación [1.61].

En [1.53], los autores presentan diversos de sus experimentos donde coordinan el vuelo de un enjambre (*swarm*) conformado por 20 vehículos (cada uno de ellos con una masa de 75 g y 25 cm de envergadura) en un ambiente con obstáculos. A pesar de ser un vehículo de tamaño compacto, el prototipo cuenta con todo un conjunto de sensores abordo: giroscopios y acelerómetros para estimar la orientación y velocidad angular, un ARM Cortex-M3 como procesador central corriendo a 72MHz (ejecuta en tiempo real el bucle de control que determina las velocidades deseadas de los rotores y se envía a cada uno de los controladores de los motores a una velocidad de 600Hz) y dos transmisores Zigbee (operando a 900MHz) para tareas de comunicación. La estimación de la actitud del Kmel Nano y la ejecución del algoritmo de control de los movimientos de *pitch* y *roll* se lleva a cabo en el procesador a bordo (*on board*), mientras que la retroalimentación de la posición (Vicon motion capture system), control y planificación de trayectorias se realiza en una estación base (*off board*) mediante MATLAB[®]. Cada vehículo ejecuta giros acrobáticos (debido a sus propiedades inerciales) al mismo tiempo que mantiene la distancia con los demás vehículos del grupo.

Por su parte, en [1.60] se presenta la *Flying Machine Arena* FMA, que es una plataforma experimental y de demostración con pequeñas flotillas de robots aéreos. El vehículo que se utiliza es el Hummingbird [1.59] de la compañía Ascending Technologies (ahora parte de Intel). La FMA es un sistema distribuido, lo que le permite un alto nivel de comunicación entre sus nodos (vehículos y estación de control). Algunas de las pruebas y demostraciones experimentales ejecutadas en la FMA son el *ball juggling*, acrobacia adaptativa, aprendizaje de movimiento iterativo, interacción por medio del Microsoft Kinect, lanzamiento/atrapada colectivo de pelota y péndulo invertido. En la prueba de *ball juggling*, el robot trata de interceptar y golpear con una raqueta de bádmiton a una pelota que ha sido lanzada, ya sea hacia un punto objetivo o hacia otro robot para que este responda de igual manera. El seguimiento de la pelota (forrada con una cinta retrorreflectante para que pueda ser rastreada) se realiza mediante un *motion capture system*. Por su parte, en la acrobacia adaptativa, un *quadrotor* realiza el aprendizaje automático de volteretas simples, dobles o triples, así como maniobras agresivas de traslación.

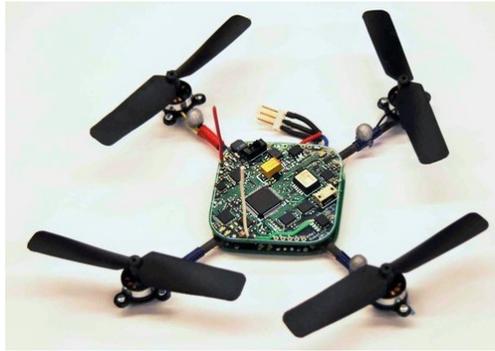
En el aprendizaje de movimiento iterativo, se trata de mejorar las características del seguimiento de una trayectoria nominal a través de la experiencia previa (*feed-forward*), lo que permite mejorar el seguimiento de trayectoria en cada iteración. Mientras tanto, en la interacción por medio del Microsoft Kinect, el sensor se etiqueta con marcadores y es seguido por el *motion capture system* para después ser transformado en el marco de referencia global de la FMA, con el fin de que el movimiento de la mano del usuario sea seguido casi a la perfección por el vehículo. Para el lanzamiento/atrapada colectivo de pelota, tres *quadrotors* unidos a una malla triangular flexible lanzan y atrapan simultáneamente una pelota. Finalmente, en el modo de péndulo se intenta balancear un péndulo invertido situado sobre el robot. Las ecuaciones de movimiento del péndulo invertido se incluyen en un modelo dinámico extendido del helicóptero. Las tareas de balanceo se han extendido para dos vehículos en movimiento sincronizado, en el que uno de ellos lanza el péndulo y el otro trata de atraparlo para estabilizarlo sobre él.

En [1.58] se presenta otro novedoso experimento, donde un *quadrotor* AR. Drone Parrot forma parte de una interfaz cerebro-computadora (Brain Computer Interfaz, BCI⁵). Aquí, el robot se controla con un electroencefalograma no invasivo (con la mente). Una cámara frontal en la armazón del robot permite una retroalimentación visual para tareas de navegación. En la primera etapa del proyecto se realiza el control de un modelo virtual del dron por medio de las señales de control emitidas por la actividad cerebral y registradas por el electroencefalograma. Posteriormente, múltiples experimentos se llevan a cabo con la plataforma física. El marco de este estudio permite la expansión y evaluación del control desde distancias remotas, lo que representa una importante aportación a la robótica de tele-presencia, al mismo tiempo que provee la habilidad (tanto a pacientes con discapacidad como sanos) de interactuar con el medio a través de la exploración tridimensional.

Otra de las plataformas utilizadas por diversos investigadores para implementar y comprobar la eficiencia de sus algoritmos de control para el seguimiento de trayectorias, navegación y detección de fallas, es el Qball [1.55–1.57]. El sistema completo de la versión más reciente del Qball incluye una estación en tierra y un *motion capture system*, OptiTrack. El procesador principal *on board* es un ARM Cortex-A9 con una velocidad de procesamiento de 1 GHz. Debido a que es una plataforma de arquitectura abierta, se pueden agregar diversos sensores (además de los ya incorporados: acelerómetro de tres ejes, giroscopio de tres ejes y sonar) según los requerimientos experimentales de cada proyecto.

Algunas otras plataformas de arquitectura abierta como el MK-40 de MikroKopter, permiten integrar diversos componentes o elementos según la aplicación que se le dé al robot, por ejemplo el sistema de propulsión, sistema de sensado, módulos de comunicación inalámbrica, procesadores embebidos (lectura y comunicación de los diferentes sensores, sincronía de la comunicación y ejecución del algoritmo de control) y fuentes de energía.

⁵Las BCI están destinadas a restaurar funciones cruciales para las personas que están severamente discapacitadas por una amplia variedad de trastornos neuromusculares [1.58].



(a) KMel Nano.



(b) MK-40 MikroKopter.



(c) Quanser Qball.



(d) AR.Drone Parrot.



(e) AscTec Hummingbird.

Figura 1.13: Plataformas para vuelos avanzados.

En [1.54](#) se utiliza el *frame* del MK-40 con un DSP de Texas Instruments TMS320F2812 como procesador central, motores sin escobillas Booster 1200 (Brush Less Direct Current Motor, BLDCM) de 1200 rpm (cada uno provee 350 g de empuje vertical), controladores electrónicos de velocidad (Electronic Speed Controller, ESC) PM-30A de Pro-Tronik y una

batería Li-po de 12V y 2200 mAh. Se llevan a cabo experimentos con dos configuraciones de *hardware* diferentes⁶: + y ×, respectivamente.

Es importante precisar que los trabajos citados hasta ahora han aportado de manera significativa al desarrollo y mejora de todos los subsistemas que conforman al helicóptero de cuatro rotores. No obstante, existen diversas áreas de oportunidad que requieren de novedosas contribuciones.

1.4. Motivación y objetivos

Se ha presentado una amplia variedad de trabajos de investigación acerca del *quadrotor*, sin embargo, existen diversas áreas de oportunidad que necesitan de novedosas aportaciones que contribuyan a la mejora de la autonomía de este vehículo multi-rotor. Es por ello que en este trabajo se introducen algunas estrategias innovadoras de control, donde se ha recurrido a diversos mecanismos para mejorar la respuesta dinámica del sistema a lazo cerrado en presencia de disturbios, mientras se mantiene un compromiso entre robustez y simplicidad en el diseño y estructura de los controladores.

1.4.1. Planteamiento del problema

El diseño e implementación de esquemas de control de movimiento planificado para un *quadrotor* representa un reto para el diseñador, debido a su dinámica no lineal, altamente acoplada y subactuada. Sus capacidades de sostener un vuelo cuasi estacionario, así como de aterrizaje y despegue vertical, le permiten ejecutar tareas tanto en interiores como exteriores. Cuando se encuentran realizando tareas en exteriores (ambientes no controlados) los *quadrotors* están sujetos a fuerzas indeseables inducidas por la acción del viento, por lo que el controlador principal debe contar también con características robustas. Al mismo tiempo, se requiere que la información requerida por el controlador sea mínima, tanto del sistema como de las posibles perturbaciones externas (incertidumbre paramétrica, dinámica no modelada y perturbaciones), con el fin de que su estructura permanezca tan simple como sea posible. En general, los nuevos desarrollos tecnológicos requieren de novedosos y más eficientes algoritmos de control para una amplia gama emergente de vehículos autónomos.

⁶ *Cross*: motores delanteros-traseros alineados con el eje longitudinal, mientras que los motores izquierdo-derecho están alineados con el eje traslacional; *X*: con dos motores frontales y dos traseros.

1.4.2. Objetivo general

Proponer diversos esquemas de control robusto que permitan realizar de manera satisfactoria tareas de regulación y seguimiento de trayectorias a un helicóptero de cuatro rotores sometido a los efectos de perturbaciones endógenas y exógenas.

1.4.2.1. Objetivos particulares

- Obtener el modelo dinámico del *quadrotor* mediante los formalismos de Euler-Lagrange y Newton-Euler.
- Diseñar un esquema de control adaptativo para el movimiento del *quadrotor* basado en el uso de redes neuronales artificiales B-spline.
- Aplicar los fundamentos de la absorción de vibraciones mediante absorbedores virtuales y modos deslizantes para la síntesis de esquemas de control activo que permitan la supresión de vibraciones inducidas por fuerzas armónicas en un *quadrotor*.
- Diseñar un esquema de control robusto basado en las ideas centrales del control mediante rechazo activo de perturbaciones, donde el uso de un observador para estimar las perturbaciones y las mediciones de velocidad son innecesarios debido al uso adecuado de integrales iteradas y reconstructores integrales.
- Presentar un esquema de control basado en un observador de estados extendido generalizado para el control longitudinal y rechazo de perturbaciones del sistema aéreo no tripulado Ehécatl UAS-S4.

1.4.3. Contribuciones

Las principales aportaciones se enumeran a continuación:

- Diseño de un algoritmo de control robusto para el rechazo activo de perturbaciones mediante compensadores dinámicos.
- Uso de redes neuronales B-Spline para el diseño de esquemas de control de movimiento de un *quadrotor*.
- Propuesta de una metodología para el entrenamiento fuera de línea de las redes neuronales B-Spline mediante optimización por enjambre de partículas.
- Diseño de una estrategia de regulación de movimiento basada en absorbedores virtuales de vibraciones.
- Diseño de un esquema de control de movimiento para el *quadrotor* basado en la teoría de modos deslizantes.

- Propuesta de un controlador basado en un Observador Extendido de Estados Generalizado para el seguimiento de trayectorias en vehículos aéreos no tripulado de alas fijas, con el fin de mejorar sus capacidades de rechazo a perturbaciones.

1.5. Estructura de la tesis

La estructura del trabajo es la siguiente:

- Capítulo 1: se presenta el estado del arte del helicóptero de cuatro rotores, donde se realiza una recapitulación histórica de las máquinas de ala rotatoria que fueron los antecesores del cuatri-rotor, así como los trabajos de diversos grupos de investigación enfocados en el desarrollo de plataformas más sofisticadas.
- Capítulo 2: se presenta el conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del *quadrotor*. Aquí, se utilizan los formalismos de Newton-Euler y Euler-Lagrange para deducir las ecuaciones de movimiento del cuerpo rígido.
- Capítulo 3: se introducen dos estrategias de control basadas en controladores del tipo PD y PID adaptativo para tareas de regulación y seguimiento de trayectorias. También, se propone una metodología de entrenamiento fuera de línea basado en la optimización por enjambre de partículas.
- Capítulo 4: se utilizan técnicas de control activo basadas en absorbedores virtuales de vibraciones y modos deslizantes para el control del movimiento del *quadrotor* en presencia de fuerzas armónicas inducidas por el viento.
- Capítulo 5: se introduce un esquema de control basado en el rechazo activo de perturbaciones mediante compensadores dinámicos. Las incertidumbres del modelo y disturbios se compensan adecuadamente mediante los mecanismos propuestos.
- Capítulo 6: se propone un observador de estados extendido para el seguimiento de trayectorias y rechazo de perturbaciones de un vehículo no tripulado de ala fija, el cual fue propuesto durante la estancia de investigación en el LARCASE. Finalmente, se realiza un análisis sobre las principales ventajas de utilizar una compensación de perturbaciones en el diseño de controladores.

Referencias

- [1.1] K. Nonami, F. Kendoul, S. Suzuki, W. Wang, and D. Nakazawa, “Introduction,” in *Autonomous Flying Robots: Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*, pp. 1–29, Tokyo: Springer Japan, 2010.
- [1.2] S. Leutenegger, C. Hürzeler, A. K. Stowers, K. Alexis, M. W. Achtelik, D. Lentink, P. Y. Oh, and R. Siegwart, “Flying robots,” in *Springer Handbook of Robotics* (B. Siciliano and O. Khatib, eds.), pp. 623–670, Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [1.3] R. Austin, “Introduction to Unmanned Aircraft Systems (UAS),” in *Unmanned Aircraft Systems*, pp. 1–15, John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
- [1.4] Q. Quan, “Introduction,” in *Introduction to Multicopter Design and Control*, pp. 1–27, Singapore: Springer Singapore, 2017.
- [1.5] P. Corke, “Mobile robot vehicles,” in *Robotics, Vision and Control*, vol. 118 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pp. 99–124, Cham: Springer, 2017.
- [1.6] T. H. Tran, N. M. Kwok, S. Scheduling, and Q. P. Ha, “Dynamic Modelling of Wheel-Terrain Interaction of a UGV,” in *2007 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*, pp. 369–374, September 2007.
- [1.7] C. Bal, D. Korkmaz, and M. C. Bingol, “Motion Control of Three-Rotor Unmanned Underwater Vehicle,” in *Mechatronics 2017* (T. Březina and R. Jabłoński, eds.), vol. 644 of *Advances in Intelligent Systems and Computing*, pp. 687–695, Cham: Springer International Publishing, August 2018.
- [1.8] P. Castillo and A. Dzul, “Aerodynamic configurations and dynamic models,” in *Unmanned Aerial Vehicles* (R. Lozano, ed.), pp. 1–20, John Wiley & Sons, Ltd, 2013.
- [1.9] F. Fahimi, “Autonomous helicopters,” in *Autonomous Robots: Modeling, Path Planning, and Control*, pp. 263–317, Boston, MA: Springer US, 2009.

- [1.10] J. Gerdes, A. Holness, A. Perez-Rosado, L. Roberts, A. Greisinger, E. Barnett, J. Kempny, D. Lingam, C.-H. Yeh, H. A. Bruck, and S. K. Gupta, “Robo Raven: A Flapping-Wing Air Vehicle with Highly Compliant and Independently Controlled Wings,” *Soft Robotics*, vol. 1, no. 4, pp. 275–288, 2014.
- [1.11] M. Burri, L. Gasser, M. Käch, M. Krebs, S. Laube, A. Ledergerber, D. Meier, R. Michaud, L. Mosimann, L. Müri, C. Ruch, A. Schaffner, N. Vuilliamenet, J. Weichart, K. Rudin, S. Leutenegger, J. Alonso-Mora, R. Siegwart, and P. Beardsley, “Design and Control of a Spherical Omnidirectional Blimp,” in *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1873–1879, November 2013.
- [1.12] U. R. Mogili and B. B. V. L. Deepak, “Review on Application of Drone Systems in Precision Agriculture,” *Procedia Computer Science*, vol. 133, pp. 502–509, 2018.
- [1.13] D. Zhang and X. Wang, “Autonomous Landing Control of Fixed-wing UAVs: from Theory to Field Experiment,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 88, no. 2, pp. 619–634, 2017.
- [1.14] P. Castillo, L. E. Muñoz, and P. García, “State of the art,” in *Indoor Navigation Strategies for Aerial Autonomous Systems*, pp. 3 – 30, Butterworth-Heinemann, 2017.
- [1.15] G. Apostolo, “The Pioneers,” in *The Illustrated Encyclopedia of Helicopters*, pp. 8–21, Bonanza Books, 1984.
- [1.16] M. Heatley, “The Early Years,” in *The Illustrated History of Helicopters*, pp. 6–25, Exeter Books, 1st ed., 1986.
- [1.17] M. Kenneth, *Helicopters and Other Rotorcraft Since 1907*. Blandford Colour Series, London: Blandford Press, 1973.
- [1.18] “All the World’s Rotorcraft.” <http://www.aviastar.org/helicopters.html>.
- [1.19] S. Spooner, “THE DE BOTHEZAT HELICOPTER,” *Flight: The Aircraft Engineer and Airships*, vol. 15, p. 125, March 1923.
- [1.20] “Aviation History.” <https://www.flightglobal.com/pdfarchive/view/1923/1923%20-%200125.html>.
- [1.21] F. D. Harris, “Pioneering Efforts,” in *Introduction to Autogyros, Helicopters, and Other V/STOL Aircraft Volume II: Helicopters*, vol. 2, pp. 1–48, National Aeronautics and Space Administration, NASA, 2012.
- [1.22] “Convertawings Model A Quadrotor.” <https://ru-wunderluft.livejournal.com/166792.html>.

- [1.23] “Convertawings Model “A” Quadrotor.” https://www.cradleofaviation.org/history/exhibits/exhibit-galleries/the_jet_age/convertawings_model_a_quadrotor.html.
- [1.24] I. M. Kroo and P. M. Kunz, “Development of the Mesicopter : A Miniature Autonomous Rotorcraft,” in *American Helicopter Society Vertical Lift Aircraft Design Conference*, pp. 1–9, January 2000.
- [1.25] E. Altuğ, J. P. Ostrowski, and R. Mahony, “Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback,” in *2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 1, pp. 72–77, May 2002.
- [1.26] H. Gao and T. Chen, “Network-Based \mathcal{H}_∞ Output Tracking Control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 3, pp. 655–667, 2008.
- [1.27] T. Hamel, R. Mahony, and A. Chiette, “Visual servo trajectory tracking for a four rotor VTOL aerial vehicle,” in *2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 3, pp. 2781–2786, May 2002.
- [1.28] G. Flandin, F. Chaumette, and E. Marchand, “Eye-in-hand/eye-to-hand cooperation for visual servoing,” in *2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 3, pp. 2741–2746, April 2000.
- [1.29] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, “Dynamic Modelling and Configuration Stabilization for an X4-Flyer,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 35, no. 1, pp. 217 – 222, 2002.
- [1.30] P. Pounds, R. Mahony, P. Hynes, and J. M. Roberts, “Design of a Four-Rotor Aerial Robot,” in *The Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA 2002)*, pp. 145–150, Australian Robotics & Automation Association, November 2002.
- [1.31] E. Altuğ, J. P. Ostrowski, and C. J. Taylor, “Quadrotor Control Using Dual Camera Visual Feedback,” in *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 3, pp. 4294–4299, September 2003.
- [1.32] S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart, “Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor,” in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 5, pp. 4393–4398, April 2004.
- [1.33] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, “PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor,” in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2451–2456, September 2004.

-
- [1.34] G. Hoffmann, D. G. Rajnarayan, S. L. Waslander, D. Dostal, J. S. Jang, and C. J. Tomlin, “The Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi Agent Control (STARMAC),” in *The 23rd Digital Avionics Systems Conference*, vol. 2, pp. 12.E.4–1 – 12.E.4–10, October 2004.
- [1.35] P. Pounds, R. Mahony, J. Gresham, P. Corke, and J. M. Roberts, “Towards dynamically-favourable quad-rotor aerial robots,” in *Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA 2004)*, Australian Robotics & Automation Association, December 2004.
- [1.36] P. Castillo, A. Dzul, and R. Lozano, “Real-Time Stabilization and Tracking of a Four-Rotor Mini Rotorcraft,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 510–516, 2004.
- [1.37] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, “Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors,” in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2693–2698, September 2004.
- [1.38] A. Tayebi and S. McGilvray, “Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot,” in *2004 43rd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, vol. 2, pp. 1216–1221, Dec 2004.
- [1.39] P. McKerrow, “Modelling the Draganflyer four-rotor helicopter,” in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, vol. 4, pp. 3596–3601, April 2004.
- [1.40] W. E. Dixon, A. Behal, D. M. Dawson, and S. P. Nagarkatti, “Underactuated systems,” in *Nonlinear Control of Engineering Systems: A Lyapunov-Based Approach*, pp. 269–335, Boston, MA: Birkhäuser Boston, 2003.
- [1.41] N. Guenard, T. Hamel, and V. Moreau, “Dynamic modeling and intuitive control strategy for an X4-flyer,” in *2005 International Conference on Control and Automation*, vol. 1, pp. 141–146, June 2005.
- [1.42] S. Park, D. H. Won, M. S. Kang, T. J. Kim, H. G. Lee, and S. J. Kwon, “RIC (Robust Internal-loop Compensator) Based Flight Control of a Quad-Rotor Type UAV,” in *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3542–3547, August 2005.
- [1.43] E. Altuğ, J. P. Ostrowski, and C. J. Taylor, “Control of a quadrotor helicopter using dual camera visual feedback,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 24, no. 5, pp. 329–341, 2005.

- [1.44] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, “Stabilization of a mini rotorcraft with four rotors,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 25, no. 6, pp. 45–55, 2005.
- [1.45] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor,” in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247–2252, April 2005.
- [1.46] A. Tayebi and S. McGilvray, “Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 562–571, 2006.
- [1.47] P. Pounds, R. Mahony, and P. Corke, “Modelling and Control of a Quad-Rotor Robot,” in *Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA 2006)*, Australian Robotics & Automation Association, December 2006.
- [1.48] N. Guenard, T. Hamel, and L. Eck, “Control Laws For The Tele Operation Of An Unmanned Aerial Vehicle Known As An X4-flyer,” in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3249–3254, October 2006.
- [1.49] P. Castillo, P. García, R. Lozano, and P. Albertos, “Modelado y Estabilización de un Helicóptero con Cuatro Rotores,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 4, no. 1, pp. 41 – 57, 2007.
- [1.50] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Full Control of a Quadrotor,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 153–158, October 2007.
- [1.51] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, and C. Tomlin, “Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment,” in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, pp. 1–20, 2007.
- [1.52] T. Madani and A. Benallegue, “Backstepping Control for a Quadrotor Helicopter,” in *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3255–3260, October 2006.
- [1.53] A. Kushleyev, D. Mellinger, C. Powers, and V. Kumar, “Towards a swarm of agile micro quadrotors,” *Autonomous Robots*, vol. 35, no. 4, pp. 287–300, 2013.
- [1.54] L. R. García Carrillo, A. E. Dzul López, R. Lozano, and C. Pégard, “The Quad-Rotor Experimental Platform,” in *Quad Rotorcraft Control: Vision-Based Hovering and Navigation*, pp. 35–57, London: Springer London, 2013.
- [1.55] M. H. Amoozgar, A. Chamseddine, and Y. Zhang, “Experimental Test of a Two-Stage Kalman Filter for Actuator Fault Detection and Diagnosis of an Unmanned Quadrotor Helicopter,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 70, no. 1, pp. 107–117, 2013.

-
- [1.56] H. Wang, Y. Zhang, Y. Yi, J. Xin, and D. Liu, “Nonlinear tracking control methods applied to Qball-X4 quadrotor UAV against actuator faults,” in *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, pp. 3478–3483, May 2016.
- [1.57] Y. Zhang, A. Chamseddine, C. Rabbath, B. Gordon, C.-Y. Su, S. Rakheja, C. Fulford, J. Apkarian, and P. Gosselin, “Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 9, pp. 2396 – 2422, 2013.
- [1.58] K. LaFleur, K. Cassady, A. Doud, K. Shades, E. Rogin, and B. He, “Quadcopter control in three-dimensional space using a noninvasive motor imagery-based brain–computer interface,” *Journal of Neural Engineering*, vol. 10, no. 4, pp. 1–15, 2013.
- [1.59] D. Gurdan, J. Stumpf, M. Achtelik, K. Doth, G. Hirzinger, and D. Rus, “Energy-efficient Autonomous Four-rotor Flying Robot Controlled at 1 kHz,” in *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 361–366, April 2007.
- [1.60] S. Lupashin, M. Hehn, M. W. Mueller, A. P. Schoellig, M. Sherback, and R. D’Andrea, “A platform for aerial robotics research and demonstration: The Flying Machine Arena,” *Mechatronics*, vol. 24, no. 1, pp. 41 – 54, 2014.
- [1.61] R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke, “Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor,” *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 19, no. 3, pp. 20–32, 2012.

Capítulo 2

Modelo dinámico de un quadrotor

2.1. Principio de funcionamiento del *quadrotor*

La obtención de un modelo matemático que exprese y represente el comportamiento dinámico de un objeto volador es uno de los principales objetivos que se deben resolver antes del diseño de una estrategia de control, que tiene como objetivo regular las fuerzas y torques a las que está sometido. El *quadrotor* es un sistema dinámico subactuado de Múltiples - Entradas y Múltiples - Salidas (Multiple Input - Multiple Output, MIMO), que posee seis grados de libertad y solo cuatro entradas de control: una fuerza principal de sustentación y tres torques producidos por la diferencia de velocidad angular de cada uno de sus rotores. Los rotores delantero y trasero giran en el mismo sentido, mientras que el par de rotores laterales deben de hacerlo en sentido opuesto al primer par, conforme o en contra del sentido de rotación de las manecillas del reloj, respectivamente.

El movimiento vertical y lateral del *quadrotor* se produce mediante diversas combinaciones de las fuerzas inducidas por los dos pares de rotores, Figura 2.1, donde un incremento o decremento de la velocidad angular corresponde con una longitud mayor o menor de las flechas. La fuerza principal de sustentación o empuje (*thrust*) le permite elevarse y descender, mientras que el movimiento lateral se produce cuando la velocidad de uno de los rotores de un par aumenta o disminuye, es decir, cuando se genera un momento de un par o torque (cabeceo o *pitch* y alabeo o *roll*), manteniendo constante la velocidad de los rotores del otro par. Por último, si la velocidad de un par de rotores disminuye de manera uniforme y la velocidad del otro par se mantiene constante, el vehículo rota respecto a su eje vertical (movimiento de guiñada o *yaw*). Por lo tanto, es importante que todos estos aspectos físicos se representen mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales tanto para su análisis como para la validación de los algoritmos de control automático propuestos (mediante simulaciones numéricas).

2.2. Ecuaciones de movimiento del *quadrotor*

En una primera aproximación, el *quadrotor* se puede modelar como un cuerpo rígido, por lo que su comportamiento dinámico se puede describir utilizando dos marcos de referencia [2.1-2.3]; el primero con ejes X, Y y Z, el cual está fijo a la superficie terrestre (considerado un sistema inercial, es decir, su velocidad es constante), y el segundo, con ejes X', Y' y Z', que está adherido al cuerpo del robot, Figura 2.2. Por lo tanto, es suficiente con describir la posición y orientación del marco sujeto al cuerpo para obtener un modelo dinámico del *quadrotor*. Entonces, su comportamiento dinámico se describe mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales altamente acopladas.

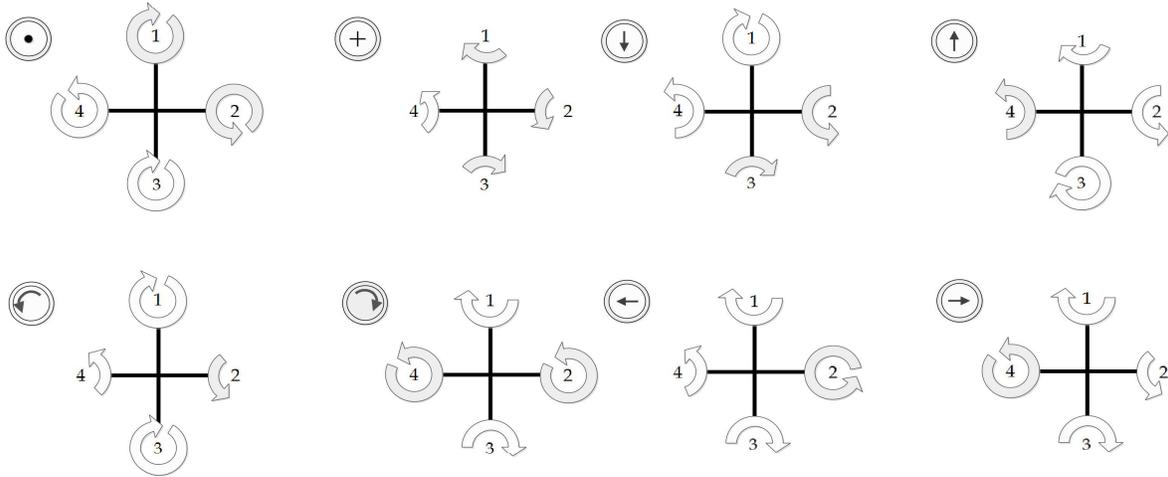


Figura 2.1: Configuración de movimiento del *quadrotor*.

La estructura mecánica adecuadamente equilibrada soporta los cuatro rotores colocados simétricamente, como se observa en la Figura 2.2, que se utilizan para generar la fuerza y pares de control, definidos como u , τ_ψ , τ_θ and τ_ϕ , respectivamente. Por lo tanto, se deben diseñar controladores de fuerza y par para realizar seguimientos aceptables de trayectorias planificadas. El movimiento del sistema se logra mediante el incremento o decremento de la velocidad angular de cada rotor. El par de rotores 1 y 3 giran en dirección contraria al movimiento de las manecillas del reloj, mientras que el otro par (2 y 4) lo hace en dirección opuesta. El movimiento de *pitch* se produce mediante una diferencia en las fuerzas producidas por los rotors 1 y 3, Figura 2.3a, mientras que para el movimiento de *roll* se utilizan los rotors 2 y 4, Figura 2.3b. Por otra parte, el movimiento de *yaw* se describe en la Figura 2.3c.

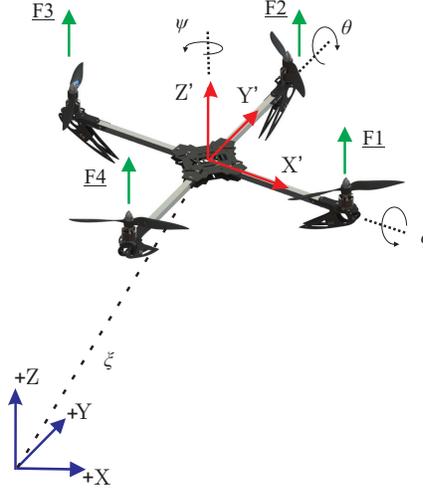


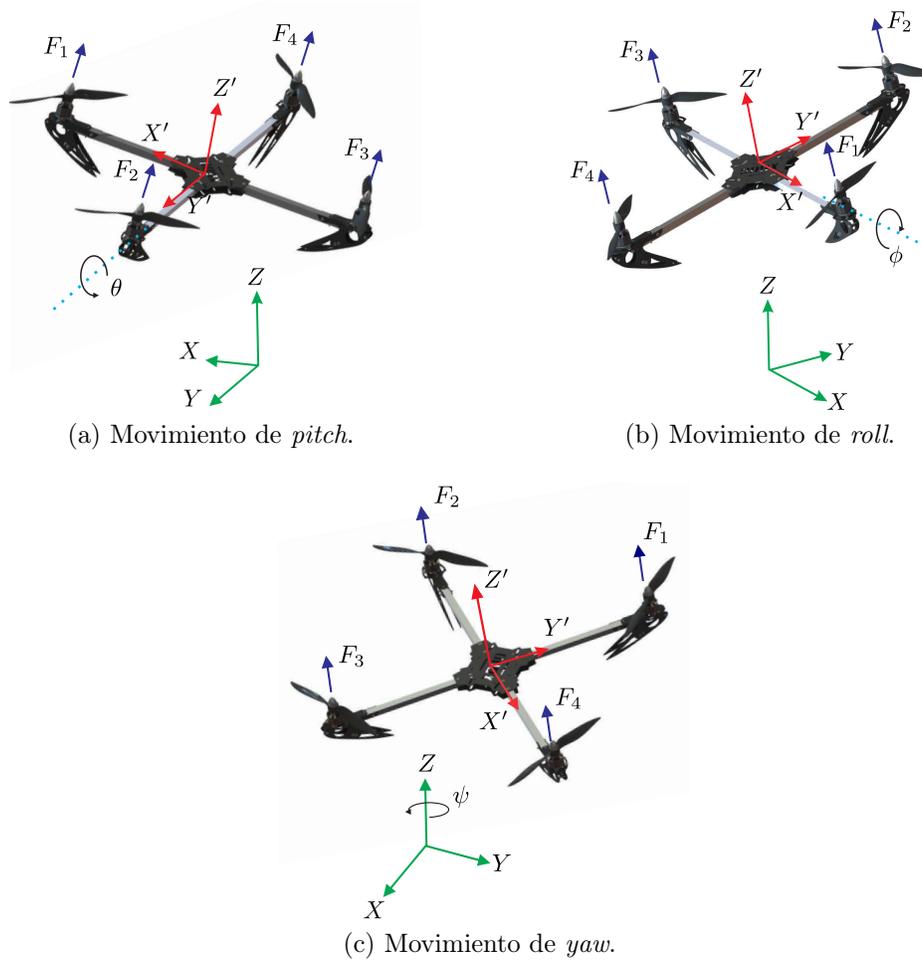
Figura 2.2: Esquema principal de un vehículo aéreo de cuatro rotores.

La relación entre las fuerzas F_i para $i = 1, 2, 3, 4$ y las entradas de control u , τ_ψ , τ_θ y τ_ϕ está dada por [\[2.3\]](#)

$$\begin{aligned}
 u &= \sum_{i=1}^4 F_i \\
 \tau_\psi &= \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \\
 \tau_\theta &= (F_3 - F_1) l \\
 \tau_\phi &= (F_2 - F_4) l
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde l es la distancia desde uno de los motores hasta el centro de masas y τ_{M_i} representa el torque generado por cada rotor. Las fuerzas F_i y los pares τ_{M_i} se relacionan con la geometría de las aspas de las hélices, por medio de los coeficientes de empuje y arrastre (*drag*). Por consiguiente, se puede observar de las ecuaciones [\(2.1\)](#), que el movimiento del helicóptero en diferentes direcciones del plano tridimensional se controla mediante la regulación de la velocidad angular de cada rotor. De este modo, se puede llevar a cabo el seguimiento de diversas trayectorias preestablecidas por medio de una combinación adecuada de los movimientos de alabeo, cabeceo y guiñada.

La representación dinámica de un cuerpo rígido, en este caso del *quadrotor*, se deduce mediante diferentes aproximaciones [\[2.2\]](#): las basadas en las ecuaciones de movimiento de Lagrange [\[2.4-2.9\]](#); en las ecuaciones de Newton [\[2.10-2.15\]](#); y en la que se utilizan los cuaterniones [\[2.16, 2.17\]](#).


 Figura 2.3: Movimiento del *quadrotor* en el espacio tridimensional.

2.2.1. Aproximación Euler-Lagrange

El modelo matemático que se obtiene mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange [2.18], [2.19] se describe a detalle en [2.1], [2.3], el cual se validó de manera experimental en tiempo real, donde las ecuaciones de movimiento se obtienen al considerar el siguiente vector de coordenadas generalizadas:

$$\mathbf{q} = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (2.2)$$

donde ψ , θ y ϕ son los ángulos de Euler que describen la orientación del sistema, mientras que x , y y z , son las coordenadas de posición del centro de masas (respecto al marco de referencia inercial). Por lo tanto, el Lagrangiano¹ del sistema se calcula mediante la energía

¹ $L = T - V$, [2.20]

cinética T y potencial V total, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} L = & \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{m}{2}\dot{y}^2 + \frac{m}{2}\dot{z}^2 + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 I_x + \frac{1}{2}\dot{\theta}^2 (I_y \cos^2 \phi - I_z \sin^2 \phi) \\ & + \dot{\theta}\dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi (I_y - I_z) + \frac{1}{2}\dot{\psi}^2 (I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi \\ & + I_z \cos^2 \theta \cos^2 \phi) - \dot{\psi}\dot{\phi} I_x \sin \theta - mgz \end{aligned}$$

aquí, m es la masa total del *quadrotor*, I_x, I_y y I_z son los elementos diagonales del tensor de inercias expresado en el marco de referencia fijo al cuerpo, y g es la constante de aceleración de la gravedad. Entonces, tras resolver las ecuaciones de movimiento de Lagrange la dinámica perturbada no lineal se puede expresar como

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -u \sin \theta + \xi_x \\ m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi + \xi_y \\ m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg + \xi_z \end{aligned} \quad (2.3)$$

las perturbaciones exógenas afectando la dinámica de traslación en las direcciones X, Y y Z se representan con ξ_x, ξ_y y ξ_z , respectivamente. De igual manera, la dinámica angular contiene numerosos acoplamientos no lineales, entre las variables dinámicas y los parámetros del sistema. Por lo tanto, las ecuaciones de la dinámica angular son

$$\mathbb{J}\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}_\eta - \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\xi}_\eta \quad (2.4)$$

con $\boldsymbol{\eta} = [\psi, \theta, \phi]^T$; $\boldsymbol{\xi}_\eta = [\xi_\psi, \xi_\theta, \xi_\phi]^T$ contiene los pares de perturbación inducidos por el viento. Así también, $\boldsymbol{\tau}_\eta$ es el vector de entradas de control que se regulan mediante una estrategia de control automático. Las matrices de inercias y coriolis se representan con \mathbb{J} y $\mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})$, respectivamente. En el apéndice [A](#) se incluye el desarrollo y obtención del modelo mediante esta metodología.

2.2.2. Aproximación Newton-Euler

En esta sección se emplean las ecuaciones de Newton-Euler para determinar el comportamiento dinámico del *quadrotor*, que se han validado tanto experimental como teóricamente por diversos grupos de investigación [\[2.10\]](#), [\[2.15\]](#). Se consideran dos marcos de referencia, uno fijo al cuerpo $\mathcal{B} = X', Y', Z'$ y otro inercial $\mathcal{I} = X, Y, Z$, con el fin de describir la posición y orientación del cuerpo. El vector $\boldsymbol{\xi} = [x, y, z]$ denota la posición del centro de masas respecto al marco de referencia inercial, mientras que la orientación del robot esta dado por el vector $\boldsymbol{\eta} = [\phi, \theta, \psi]$ que contiene a los tres ángulos de Euler. Por lo tanto, utilizando las ecuaciones

clásicas de Newton, el modelo dinámico de un cuerpo rígido esta dado por

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= RV \\ m\dot{V} &= -\omega \times mV + \mathbf{F}_B \\ \dot{R} &= R\hat{\omega} \\ \mathbf{I}\dot{\omega} &= -\omega \times \mathbf{I}\omega + \boldsymbol{\tau}\end{aligned}\tag{2.5}$$

aquí, \mathbf{F}_B y $\boldsymbol{\tau}$ representan la fuerza y torques externos actuando sobre el centro de masas del robot. Por su parte, $V = R^T\dot{\xi} \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidad expresado respecto al marco de referencia fijo al cuatri-rotor. Mientras que $\omega \in \mathbb{R}^3$ es el vector de velocidades angulares y \mathbf{I} es el tensor de inercias, ambos expresados en el marco de referencia \mathcal{B} . Las matrices $\hat{\omega}$ y R son la *skew-symmetric* matriz de el vector ω [2.21] y la matriz de rotación (que representa la orientación de \mathcal{B} respecto de \mathcal{I} [2.2], [2.22]), respectivamente.

Entonces, con el fin de expresar el modelo en términos del marco de referencia inercial, se considera $v = \dot{\xi}$ y $\mathbf{F}_I = R\mathbf{F}_B$, lo que permite introducir el modelo dinámico mediante el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned}\dot{\xi} &= v \\ m\dot{v} &= \mathbf{F}_I \\ \dot{R} &= R\hat{\omega} \\ \mathbf{I}\dot{\omega} &= -\omega \times \mathbf{I}\omega + \boldsymbol{\tau}\end{aligned}\tag{2.6}$$

La dinámica de rotación se expresa en el marco de referencia móvil, ya que las velocidades angulares se miden siempre en este marco.

2.3. Parámetros del sistema

Algunos de los parámetros utilizados para la validación de los controladores en simulación (Capítulo 3-5) se aproximan mediante pruebas a lazo abierto, Figuras [2.4] y [2.5], y cálculos analíticos de los momentos de inercia principales, Figura [2.6].

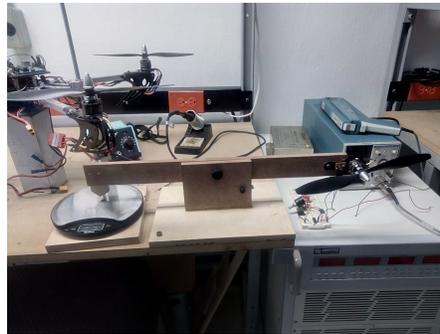


Figura 2.4: Prueba a lazo abierto del control de la velocidad angular de los rotores.

Dentro de las principales pruebas experimentales está la medición de velocidad angular de las aspas mediante un sensor infrarrojo y las tarjetas de desarrollo ARM Cortex-M0+ y el TMS320F28027, así como la obtención de la posición vertical mediante un sensor Sharp GP2Y0A21YK0F, Figura 2.5. Las señales se acondicionan mediante amplificadores operacionales que trabajan en el rango de 0 a 3.3 volts.

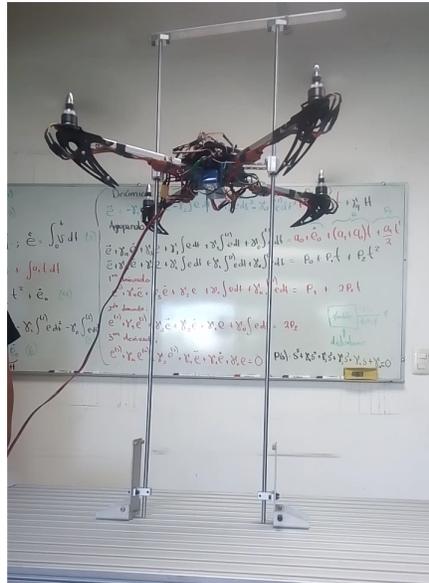


Figura 2.5: Prueba a lazo abierto con la plataforma experimental.

La estimación de los elementos del tensor de inercias se realiza mediante el modelado de los componentes del *quadrotor* con figuras geométricas básicas, de la siguiente manera:

Forma prismática:

Objeto	Masa	Largo	Ancho	Altura
Brazo:	20 gr	250 mm	12.7 mm	12.7 mm
Unidad central	95 gr	95 mm	95 mm	45 mm
Batería	533 gr	147 mm	49 mm	33 mm
Plato central	80 gr	100 mm	100 mm	12.7 mm

Forma cilíndrica:

Objeto	Masa	Radio	Altura
Motor	57 gr	14 mm	26 mm

El plato y unidad central incluyen los componentes de la electrónica y distribución de energía del *quadrotor*. Para obtener los elementos de la diagonal del tensor de inercias se

utilizan las siguientes expresiones:

Para un prisma solido:

$$\begin{aligned} J_x &= M \left(\frac{W^2}{12} + \frac{H^2}{12} \right) \\ J_y &= M \left(\frac{L^2}{12} + \frac{H^2}{12} \right) \\ J_z &= M \left(\frac{L^2}{12} + \frac{W^2}{12} \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Para un cilindro solido:

$$\begin{aligned} J_x &= M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \\ J_y &= M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \\ J_z &= M \left(\frac{R^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

donde L , W , H y R es el largo, ancho, alto y radio de la forma geométrica, respectivamente. La masa del objeto analizado se identifica con M .

Después de obtener cada uno de los momentos de inercia respecto al centro de masa particular de cada elemento, se calculan los momentos de inercia respecto al centro de masa del *quadrotor*, es decir, cuando el centro de masa del objeto no coincide con el origen de los ejes de rotación (se asume que es el centro de masa del vehículo) se utiliza el teorema de ejes paralelos o de *Steiner*, que permite determinar los momentos de inercia sin calcular de nuevo las integrales. El teorema enuncia que si el centro de masa de un objeto está desplazado una distancia D respecto al eje de rotación, la distancia y los momentos de inercia se relacionan mediante la siguiente expresión

$$I_{desplazado} = I_{local} + MD^2 \quad (2.9)$$

donde M es la masa de cada componente analizado de manera individual, D es la distancia del centro de rotación del *quadrotor* al centro de masas de cada uno de los componentes modelados, $I_{desplazado}$ es el momento de inercias respecto al eje de rotación del quadrotor que pasa por su centro de masa y finalmente I_{local} es el momento de inercia de cada objeto modelado.

Los momentos de inercia entonces se resumen como

$$\begin{aligned}
 J_x &= M \left(\frac{W^2}{12} + \frac{H^2}{12} \right) + M (D_y^2 + D_z^2) \\
 J_y &= M \left(\frac{L^2}{12} + \frac{H^2}{12} \right) + M (D_x^2 + D_z^2) \\
 J_z &= M \left(\frac{L^2}{12} + \frac{W^2}{12} \right) + M (D_x^2 + D_y^2)
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

para un cilindro solido:

$$\begin{aligned}
 J_x &= M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) + M (D_y^2 + D_z^2) \\
 J_y &= M \left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) + M (D_x^2 + D_z^2) \\
 J_z &= M \left(\frac{R^2}{2} \right) + M (D_x^2 + D_y^2)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Los cálculos se realizan considerando la distribución de masas que se muestra en la Figura 2.6 y los datos particulares de cada elemento de la estructura. El centro de masas del *quadrotor* se encuentra 3.37 mm por debajo de la horizontal vista como una proyección del eje X , acorde a la aproximación del software de modelado SOLID WORKS. En la tabla 2.1 se resumen los elementos del tensor de inercias estimados para el *quadrotor* considerando la expresión (2.9).

Por lo tanto, el tensor de inercias del *quadrotor* esta dado por la siguiente expresión;

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0.012450 & 0 & 0 \\ 0 & 0.013303 & 0 \\ 0 & 0 & 0.024752 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

Tabla 2.1: Elementos del tensor de inercia.

Elemento	Inercia ($kg\ m^2$)		
	I_x	I_y	I_z
Plato central	6.8651×10^{-5}	6.8651×10^{-5}	1.3333×10^{-4}
Unidad central	1.861×10^{-4}	1.861×10^{-4}	1.429×10^{-4}
Batería	3.5727×10^{-4}	1.2105×10^{-3}	1.0664×10^{-3}
Brazo M1	7.6477×10^{-7}	7.1717×10^{-4}	7.1694×10^{-4}
Brazo M2	7.1717×10^{-4}	7.6477×10^{-7}	7.1694×10^{-4}
Brazo M3	7.6477×10^{-7}	7.1717×10^{-4}	7.1694×10^{-4}
Brazo M4	7.1717×10^{-4}	7.6477×10^{-7}	7.1694×10^{-4}
M. BLDC 1	3.5427×10^{-5}	5.1654×10^{-3}	5.1356×10^{-3}
M. BLDC 2	5.1654×10^{-3}	3.5427×10^{-5}	5.1356×10^{-3}
M. BLDC 3	3.5427×10^{-5}	5.1654×10^{-3}	5.1356×10^{-3}
M. BLDC 4	5.1654×10^{-3}	3.5427×10^{-5}	5.1356×10^{-3}
TOTAL	0.012450	0.013303	0.024752

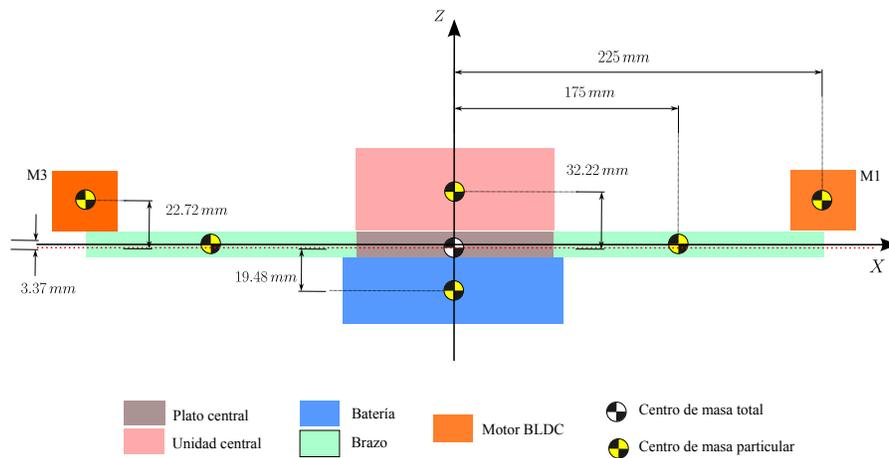


Figura 2.6: Aproximación de momentos de inercia mediante teorema de *Steiner*.

Las pruebas experimentales contribuyen a un mejor entendimiento de la dinámica del sistema a través del análisis de las perturbaciones exógenas y endógenas que afectan al vuelo del *quadrotor*.

2.4. Conclusiones

En este capítulo se presentan las principales metodologías utilizadas para la obtención del modelo dinámico del *quadrotor*. La naturaleza subactuada del sistema requiere del diseño de una clase especial de controladores para controlar los seis grados de libertad con solo cuatro entradas independientes de control: una fuerza de sustentación y tres pares. Estos modelos permiten llevar a cabo el diseño de diversos tipos de controladores en los siguientes capítulos, así como diversas simulaciones numéricas para verificar el desempeño de los esquemas propuestos. Asimismo, se presenta el panorama general para la obtención de parámetros físicos de la plataforma experimental, que permite realizar las simulaciones con datos reales.

Referencias

- [2.1] P. Castillo, L. E. Muñoz, and P. García, “Modeling approaches,” in *Indoor Navigation Strategies for Aerial Autonomous Systems*, pp. 31 – 50, Butterworth-Heinemann, 2017.
- [2.2] P. Castillo and A. Dzul, “Aerodynamic configurations and dynamic models,” in *Unmanned Aerial Vehicles* (R. Lozano, ed.), pp. 1–20, John Wiley & Sons, Ltd, 2013.
- [2.3] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, “The quad-rotor rotorcraft,” in *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*, pp. 39–59, London: Springer London, 2005.
- [2.4] G. V. Raffo, M. G. Ortega, and F. R. Rubio, “Backstepping/nonlinear \mathcal{H}_∞ control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle,” in *2008 American Control Conference*, pp. 3356–3361, June 2008.
- [2.5] G. V. Raffo, M. G. Ortega, and F. R. Rubio, “An integral predictive/nonlinear \mathcal{H}_∞ control structure for a quadrotor helicopter,” *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 29–39, 2010.
- [2.6] A. Das, F. Lewis, and K. Subbarao, “Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics,” *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 56, pp. 127–151, September 2009.
- [2.7] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, “Stabilization of a mini-rotorcraft having four rotors,” in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2693–2698, September 2004.
- [2.8] H. Liu, D. Li, Z. Zuo, and Y. Zhong, “Robust Three-Loop Trajectory Tracking Control for Quadrotors With Multiple Uncertainties,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 2263–2274, April 2016.
- [2.9] Z. Zheng, M. Zhu, Z. Zuo, and K. Yan, “Controlled Lagrangians Control for a Quadrotor Helicopter,” in *The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC)*, pp. 6097–6102, May 2015.
- [2.10] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Full Control of a Quadrotor,” in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 153–158, October 2007.

-
- [2.11] A. Benallegue, A. Mokhtari, and L. Fridman, “High-order sliding-mode observer for a quadrotor UAV,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 18, pp. 427–440, 2008.
- [2.12] C. Nicol, C. J. B. Macnab, and A. Ramirez-Serrano, “Robust Neural Network Control of a Quadrotor Helicopter,” in *2008 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 001233–001238, May 2008.
- [2.13] C. Nicol, C. Macnab, and A. Ramirez-Serrano, “Robust adaptive control of a quadrotor helicopter,” *Mechatronics*, vol. 21, no. 6, pp. 927–938, 2011.
- [2.14] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, and A. G. Loukianov, “Robust block second order sliding mode control for a quadrotor,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 719–739, 2012.
- [2.15] A. Kushleyev, D. Mellinger, C. Powers, and V. Kumar, “Towards a swarm of agile micro quadrotors,” *Autonomous Robots*, vol. 35, no. 4, pp. 287–300, 2013.
- [2.16] H. Liu, D. Li, Z. Zuo, and Y. Zhong, “Robust attitude control for quadrotors with input time delays,” *Control Engineering Practice*, vol. 58, pp. 142–149, 2017.
- [2.17] A. Chovancová, T. Fico, P. Hubinský, and F. Duchoň, “Comparison of various quaternion-based control methods applied to quadrotor with disturbance observer and position estimator,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 79, pp. 87–98, 2016.
- [2.18] H. Goldstein, C. Poolef, and J. Safko, *Classical Mechanics*. New York: Addison Wesley, 3 ed., 2000.
- [2.19] V. I. Arnol’d, *Mathematical methods of classical mechanics*, vol. 60. Springer Science & Business Media, 2013.
- [2.20] S. Thornton and J. Marion, *Classical Dynamics of Particles and Systems*. Brooks/Cole, 5 ed., 2004.
- [2.21] M. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*. Wiley, 2005.
- [2.22] P. Corke, “Mobile robot vehicles,” in *Robotics, Vision and Control*, vol. 118 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pp. 99–124, Cham: Springer, 2017.

Capítulo 3

Control de movimiento adaptativo para un vehículo aéreo

3.1. Introducción

Los sistemas de control automático día a día se han convertido en elementos importantes en la vida cotidiana, en tal sentido, se deben proponer nuevas y mejores formas de incorporar modelos matemáticos y algoritmos de control adaptativos para superar la gran cantidad de cambios técnicos y físicos a los que se enfrentan para su utilización. En general, la mayoría de los UAS se exponen a cambios desconocidos en su entorno, principalmente debido a las fuerzas y momentos inducidos por el viento, que aunado a su naturaleza no lineal, lo convierte en un sistema complejo de controlar. Es por ello, que es indispensable y de gran importancia elegir y diseñar un sistema de control adecuado que le permita sostener el vuelo incluso ante las adversidades del medio. En la literatura se han propuesto algoritmos de control de diversa naturaleza para el *quadrotor*, con el fin de proveer robustez al sistema a lazo cerrado, así como para efectuar tareas de regulación y seguimiento de trayectorias, principalmente. Por ejemplo, en [3.1], [3.2] se presenta un estudio sobre el desempeño de una estrategia de control propuesta por los autores, basada en la teoría de modos deslizantes, en comparación con un controlador del tipo PID, para tareas de regulación y seguimiento de trayectorias. De igual manera, en [3.3] se contempla el uso de un controlador por modos deslizantes, donde se proporcionan detalles de las simulaciones que validan su desempeño considerando algunos objetivos como la estimación de variables aerodinámicas y el seguimiento de trayectorias. Por su parte, en [3.4]–[3.9] se provee de robustez a diferentes controladores clásicos mediante el uso de algoritmos adaptativos. En algunos de estos trabajos se presentan detalles sobre el entrenamiento de los algoritmos, tal es el caso del trabajo presentado en [3.10], donde se describe el entrenamiento de las redes neuronales utilizadas (tanto en línea como fuera de línea), definiendo una sola capa oculta para estimar parámetros desconocidos en el modelo.

En [3.5] un controlador PID neuronal realiza el cálculo de los coeficientes óptimos para

mejorar el desempeño de la estrategia de control, mientras que se enfatiza una correcta caracterización de los valores primarios, por ejemplo: la regla de aprendizaje, ya que en esta clase de algoritmos se busca disminuir la demanda de operaciones en la etapa de procesamiento. De manera similar, en [3.11] se presenta un esquema de control adaptativo, pero de naturaleza no lineal. Las diferentes representaciones del modelo dinámico para esta clase de sistemas, convergen a cierto nivel de complejidad dependiendo de los factores que se reconocen afectan al sistema. Algunos autores enfocan sus esfuerzos en realizar estudios más detallados, como en [3.12], donde se proponen controladores basados en la metodología de posición-velocidad-aceleración (PVA), donde se aplica una acción de retroalimentación proporcional a las observaciones de la posición, velocidad y aceleración del *quadrotor*. El esquema de control propuesto se evalúa en un modelo flexible del vehículo, lo que permite el análisis e inclusión de las vibraciones inducidas al cuerpo debido al movimiento de sus rotores. Por otra parte, en [3.13] se presenta una comparación entre dos controladores basados en el aprendizaje mediante iteraciones (Iteration Learning Control, ILC). Diversas simulaciones validan el desempeño de ambos esquemas de control para el seguimiento de trayectorias variables. En contraste, algunos investigadores han documentado las diferentes etapas de diseño y mejora de sus prototipos, tanto en *software* como en *hardware*. Tal es el caso de los autores en [3.14], donde se lleva a cabo un análisis de aportaciones previas [3.15, 3.16], para la inclusión de información detallada sobre el sistema, la cual, se utiliza en el modelado y diseño de los esquemas de control automático.

En este trabajo se realiza la propuesta de un controlador basado en redes neuronales B-spline (RNBS) que regula la posición y trayectoria de un *quadrotor*. A diferencia de los controladores existentes, con la propuesta se tiene la posibilidad de que el sistema mantenga un desempeño satisfactorio para diversas condiciones operativas, se realice una sintonización de los controladores de manera simultánea sin la necesidad de contar con un modelo matemático exacto y considerar las no linealidades inherentes para este tipo de sistemas.

3.2. Ecuaciones de movimiento

Considérese el modelo de la dinámica traslacional del *quadrotor* obtenido mediante formulación de Newton-Euler, Capítulo 2, descrito por

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= u (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) - b_x \dot{x} \\ m\ddot{y} &= u (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \phi \sin \psi) - b_y \dot{y} \\ m\ddot{z} &= u (\cos \theta \cos \phi) - mg - b_z \dot{z} \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde los parámetros b_x , b_y y b_z representan los coeficientes de amortiguamiento viscoso en las direcciones x , y y z , respectivamente. Así también, se tiene el siguiente conjunto de

ecuaciones diferenciales para describir el movimiento de rotación

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r}{I_x} \Omega \dot{\theta} + \frac{\tau_\phi}{I_x} \\
 \ddot{\theta} &= \frac{I_x - I_z}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r}{I_y} \Omega \dot{\phi} + \frac{\tau_\theta}{I_y} \\
 \ddot{\psi} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{\tau_\psi}{I_z}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

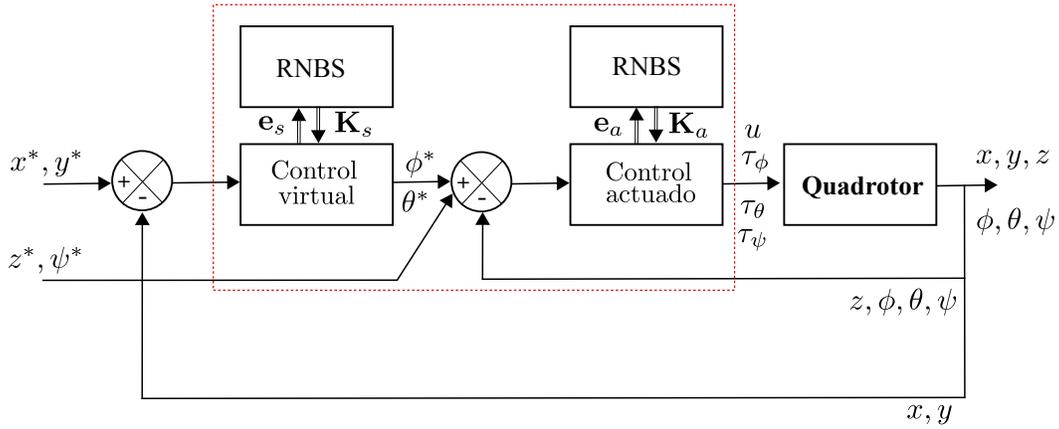
donde se considera que el helicóptero está ejecutando un vuelo cuasi-estacionario y mediante el uso de una relación cinemática [3.17](#) se realiza la siguiente consideración: $\omega_x = \dot{\phi}$, $\omega_y = \dot{\theta}$ y $\omega_z = \dot{\psi}$. Por otro lado, I_r es el momento de inercia total de los rotores.

3.3. Esquema de control

Uno de los objetivos que se pueden conseguir mediante el control automático en un cuatrorotor es proporcionarle autonomía de movimiento, lo que en muchas ocasiones implica definir una trayectoria a seguir. El modelo descrito en el Capítulo 2 permite implementar tres controladores independientes para estabilizar los ángulos fundamentales de movimiento: ϕ y θ . Adicionalmente al controlador de las variables angulares, se utiliza un controlador para el desplazamiento en el eje z . Si se establece que las entradas de referencia al sistema son para los tres ejes x^* , y^* y z^* , [Figura 3.1](#), entonces es necesario determinar los valores de referencia para los ángulos a los cuales se debe mover el *quadrotor*, ϕ^* , θ^* y ψ^* y se pueda seguir la trayectoria deseada.

Una estructura de control típica para tareas de seguimiento de trayectorias es mediante controladores lineales PD. Sin embargo, quedan limitados al diseño original que se realice y, por lo tanto, a ciertas condiciones operativas. En este trabajo, se combinan los siguientes controladores PD con redes neuronales para mejorar el desempeño del seguimiento de la planificación del movimiento.

$$\begin{aligned}
 u &= [g + K_{p_z}(z^* - z) + K_{D_z}(\dot{z}^* - \dot{z})] \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} \\
 \tau_\phi &= [K_{p_\phi}(\phi^* - \phi) + K_{D_\phi}(\dot{\phi}^* - \dot{\phi})] I_x \\
 \tau_\theta &= [K_{p_\theta}(\theta^* - \theta) + K_{D_\theta}(\dot{\theta}^* - \dot{\theta})] I_y \\
 \tau_\psi &= [K_{p_\psi}(\psi^* - \psi) + K_{D_\psi}(\dot{\psi}^* - \dot{\psi})] I_z
 \end{aligned} \tag{3.3}$$


 Figura 3.1: Diagrama de bloques del control de trayectoria de un *quadrotor*.

Así, las trayectorias de referencia para los desplazamientos angulares ϕ^* y θ^* se definen con base en las trayectorias planificadas para los movimientos de traslación x^* y y^* como

$$\begin{aligned} \theta^* &= \sin^{-1} \left(\frac{m}{u} v_x - \frac{\sin \phi \sin \psi}{\cos \phi \cos \psi} \right) \\ \phi^* &= \sin^{-1} (v_x \sin \psi - v_y \cos \psi) \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde v_x y v_y son controladores virtuales que se definen mediante

$$\begin{aligned} v_x &= K_{p_x}(x^* - x) + K_{D_x}(\dot{x}^* - \dot{x}) \\ v_y &= K_{p_y}(y^* - y) + K_{D_y}(\dot{y}^* - \dot{y}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

El control de la actitud del sistema requiere del cálculo de $u, \tau_\phi, \tau_\theta$ y τ_ψ , en este trabajo se propone que esta tarea se realice mediante las ecuaciones (3.3) y (3.4) integrando una red neuronal B-spline por cada ganancia, K , que se requiere definir en el esquema. Por lo tanto, se propone la inclusión de doce RNBS para que se tengan controladores adaptativos, cubriendo un mayor número de condiciones operativas y escenarios no previstos en el diseño del sistema de control. La entrada para la red neuronal se define a través de señales de error que provienen de las variables de interés, en este caso los ángulos y el desplazamiento traslacional. Con la estructura propuesta el controlador se adapta a la condición de diseño original y sigue aprendiendo de manera continua en línea las diversas condiciones operativas del sistema, cambios paramétricos e incertidumbres. La Figura 3.1 muestra un diagrama de bloques del control a lazo cerrado del cuatri-rotor considerando la estructura que se representa mediante (3.3) y (3.4). Aquí, los vectores e_s y e_a son los vectores de errores para la dinámica subactuada y totalmente actuada. De la misma manera, K_s y K_a representan los vectores de ganancias proporcional y derivativa para ambas dinámicas. Por otro lado, se puede apreciar como la red neuronal interactúa con la ley de control determinando los mejores valores para las ganancias que se tienen que definir para una correcta operación.

La propuesta consiste en incluir una red neuronal B-spline para que calcule cada una de las doce ganancias asociadas al esquema de control. La red neuronal actualiza sus pesos sinápticos en cada muestra obtenida de las variables de retro-alimentadas, Figura 3.1. Para este propósito se han definido doce redes neuronales B-spline con una estructura semejante, lo que cambia para cada uno de los casos son las entradas para su aprendizaje y el índice de aprendizaje. El número de neuronas, de pesos sinápticos y funciones base es de las mismas características para todas ellas, Figura 3.2. Este tipo de redes neuronales son un caso particular que permiten controlar y modelar sistemas de una forma adaptativa, con la opción de llevar a cabo su tarea en línea, tomando en consideración las incertidumbres del sistema y las no linealidades inherentes como consecuencia de que aprenden de mediciones del sistema físico. En esta estrategia de control, el diseño inicial considera las condiciones operativas actuales del sistema, estructura, características de las entradas y su respuesta. Sin embargo, su naturaleza adaptativa permite que la red neuronal aprenda continuamente del desempeño del sistema y actualizando las señales de control como una consecuencia de la posible modificación de la estructura, entradas y entorno. En este sentido, se puede considerar que a pesar de que en el diseño del controlador neuronal no se tomaron en cuenta un gran número de condiciones operativas, variaciones paramétricas en el sistema o en su entorno, el mismo aprendizaje y actualización de los pesos le permitirá considerar estos aspectos en las futuras señales de control y así garantizar un desempeño satisfactorio en un amplio rango de condiciones operativas reales.

3.3.1. Esquema de la red neuronal

Una función B-spline es un mapeo polinomial que consta de una combinación lineal de las funciones base monovariante y multivariante que se definen por sus extremos 3.18. Las redes de memoria asociativa como las B-spline ajustan sus pesos de manera iterativa con el objetivo de reproducir una función especificada, mientras que los algoritmos fuera de línea o por lotes típicamente generan los coeficientes mediante una matriz de inversión o empleando el conjugado del gradiente. La actualización de los pesos en las redes de memoria asociativa generalmente utiliza algoritmos de mínimos cuadrados para realizar un mapeo particular, modificando el índice de peso de cada entrada para cada una de las funciones base participantes. A través de las redes neuronales B-spline (RNBS) se tiene la posibilidad de acotar el espacio de entrada mediante la definición de las funciones base. Generalmente, únicamente un número limitado de funciones base participan en la salida de la red, en este caso una ganancia para cada red neuronal. Por lo tanto, no todos los pesos se tienen que calcular en cada dato de la señal de entrada, de esta manera se reduce el esfuerzo computacional y el tiempo de cálculo de las señales de control.

La salida de la RNBS se puede describir mediante 3.18,

$$y_b = \mathbf{a}\mathbf{w}, \quad \mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_h]^T, \quad \mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_h] \quad (3.6)$$

aquí, w_j y a_j son el j -ésimo peso y la j -ésima salida de la función base, respectivamente; h es el número de pesos sinápticos.

En este trabajo se propone que las ganancias de control se calculen a través de las salidas y_b de las RNBS. El espacio de entradas se construye a partir de señales de error obtenidas de la diferencia entre la señal de referencia y el valor real de la variable de interés, e_γ para $\gamma = x, y, z, \phi, \theta, \psi$, asimismo, se emplea la derivada del error, \dot{e}_γ , Figura 3.2. Por ejemplo la diferencia en θ respecto al valor de referencia θ^* y la diferencia en su derivada se emplean como entradas para la red neuronal y determinar las ganancias en (3.3). El resto de las ganancias se calculan de manera semejante a partir de una RNBS con la misma estructura, Figura 3.2, cambiando la señal de entrada que depende de las variables x, y, z, ϕ, θ , y ψ , respectivamente.

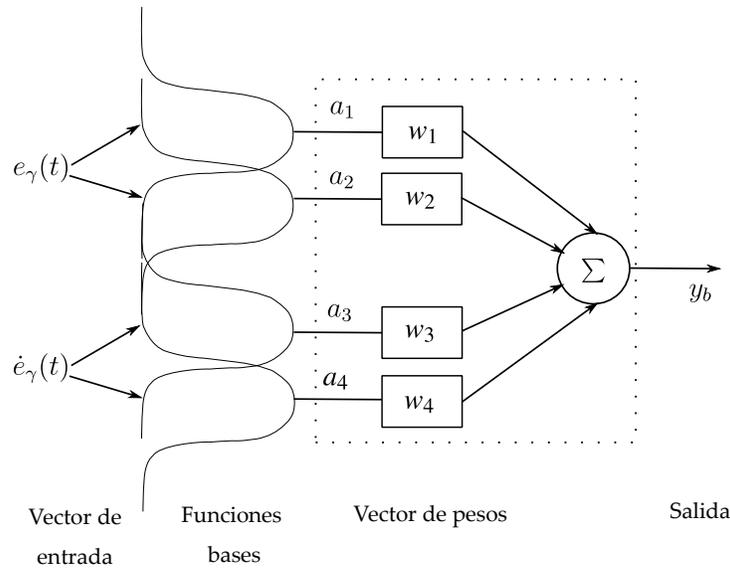


Figura 3.2: Estructura de la red neuronal B-spline.

La selección de las entradas se basa en la estrecha relación que existe entre los errores presentes de las variables de interés, las señales de control y la naturaleza de las redes de neuronas artificiales. Entonces, la dinámica de las ganancias se define como,

$$K = F(\mathbf{e}, \mathbf{w}) \tag{3.7}$$

donde F denota la red neuronal B-spline que se usa para calcular las doce ganancias; \mathbf{w} es el vector de pesos correspondiente para cada esquema propuesto; \mathbf{e} es el vector de entrada (compuesto por \mathbf{e}_s y \mathbf{e}_a , vea Figura 3.1). La Figura 3.2 presenta el esquema de la red neuronal B-spline propuesta. En este trabajo se emplean doce esquemas con la misma estructura. Un diseño apropiado de la red neuronal requiere la siguiente información previo a su definición: los valores que acotan las señales de entrada, \mathbf{e} , el tamaño, la forma y traslape de las funciones base. Esta información permite acotar la entrada de la red neuronal y mejorar la

convergencia y estabilidad de la regla de entrenamiento instantáneo [3.18]. Por otra parte, con esta información la RNBS estima los mejores valores de los pesos de tal forma la señal de control consiga que el error de la variable controlada se hace igual a cero en un tiempo finito.

Conociendo la información previa, se realizan algunos estudios fuera de línea que permitan establecer la estructura de la RNBS y las condiciones iniciales para su aprendizaje en línea. La Tabla [3.1] presenta valores de referencia a los cuales se sometió al *quadrotor*, almacenando estos datos para entrenar la red neuronal definiendo estructura, funciones base, entradas. Como se puede observar y se menciona al inicio de esta sección, solo se consideran algunas condiciones operativas para el diseño inicial de la red neuronal, en este caso, algunas pruebas para seguimiento de referencias de las posiciones angulares primer columna, solo ecuación (10) fijando como entrada las referencias de ángulos y eje z y otros experimentos para seguimiento de trayectorias en x , y , z , segunda columna ecuaciones (3.4)-(3.5), Tabla [3.1]. Los datos del entrenamiento incluyen la respuesta transitoria y en estado estacionario del sistema, dentro de las ventajas del controlador neuronal propuesto, es que estos datos pueden provenir de un modelo matemático exacto o aproximado o por otra parte ser datos medidos del sistema real (entradas, salidas y señales de control). Lo que permite finalmente evitar la dependencia del controlador de un modelo matemático exacto, parámetros del sistema o modificaciones del entorno. Posteriormente, la red neuronal seguirá aprendiendo en línea de otras condiciones operativas y adaptándose para que la señal de control cumpla con el desempeño deseado.

Tabla 3.1: Condiciones operativas previas para un entrenamiento fuera de línea.

Posición angular [°]	Trayectoria [m]
$\theta = 8$	$x = 5$
$\phi = 7$	$y = 6$
$\theta = 12$	$z = 7$
$\phi = -6$	$z = 10$
$\theta = -5$	$x = 12$
$\phi = 1$	$y = 5$

En el análisis para la definición de la estructura de la RNBS se consideraron tres tipos de funciones base con diferente orden. Como resultado se propone el empleo de funciones base monovariante de tercer orden, debido a que presenta una respuesta rápida y estable en su entrenamiento. Estos valores se seleccionan para alcanzar una respuesta suave en la dinámica del sistema. En los otros dos casos de funciones base multivariante y de cuarto orden se obtiene un desempeño semejante al presentado en este trabajo, con la desventaja de que se requiere un mayor número de cálculos. Por lo tanto, se busca un compromiso entre desempeño y costo computacional. Para el esquema neuronal se emplean cuatro funciones base, dos para la entrada del error y otras dos para su derivada como se muestra en la Figura [3.2].

Las doce RNBS utilizan esas mismas funciones base, lo que cambia es el origen de la señal de error que se normaliza en 1, se ha dejado un margen en la definición de los puntos de control para las funciones base considerando que se pudiera presentar una señal de error de mayor magnitud a 1 (positiva o negativa). Esta definición se desarrolla en la etapa de entrenamiento fuera de línea probando experimentalmente algunos valores de control, sin embargo, todos los casos estuvieron dentro de un rango de -10 a 10 buscando que los cambios en la salida de las funciones base respecto a la señal de entrada no fueran tan abruptos y en consecuencia la salida de la red neuronal.

3.3.2. Regla de aprendizaje

El aprendizaje en las redes de neuronas artificiales generalmente se alcanza mediante la minimización del error de la red, la cual es una medida de su desempeño, se define como la diferencia entre el vector de salida real de la red y el valor deseado. En esta propuesta el error se calcula a partir de las señales a controlar. El aprendizaje en línea de funciones continuas generalmente se realiza vía métodos basados en el gradiente, teniendo la medida de la derivada del error. Es una de las técnicas más poderosas y comúnmente empleadas para entrenar redes de neuronas artificiales con alto número de capas en lo general y para tareas no estacionarias en lo particular [3.19]. En esta aplicación, se busca una actualización rápida de los parámetros. Las técnicas adaptativas convencionales son adecuadas para representar objetos con parámetros que cambian lentamente, también pueden tratar con problemas complejos de los denominados duros donde se incluyen múltiples modos de operación. Por otra parte, las reglas de entrenamiento instantáneo proveen una alternativa: tal que los pesos se actualizan continuamente alcanzando su convergencia a los valores óptimos si se condicionan adecuadamente. Además, algunas veces las redes convencionales no convergen, o su entrenamiento lleva una gran cantidad de tiempo [3.19, 3.20].

En este artículo, la red neuronal B-spline se entrena en línea empleando la siguiente regla de aprendizaje instantáneo para la corrección del error [3.19],

$$w_i(t) = w_i(t-1) + \frac{\eta e_i(t)}{\|\mathbf{a}(t)\|_2^2} a_i(t) \quad (3.8)$$

donde η es la relación de aprendizaje y $e_i(t)$ es la salida instantánea del error, Ej. $e_\theta = \theta^* - \theta$.

Respecto a la relación de aprendizaje, este toma como valor inicial una magnitud en el intervalo de $[0, 2]$ debido a propósitos de estabilidad [3.18]. Este valor se ajusta mediante un proceso iterativo en intervalos de 0.005 midiendo las características de respuesta dinámica de la red neuronal. Si η es cercano a cero, el aprendizaje se hace lento. Por el contrario, si este valor es grande, se pueden presentar y crecer las oscilaciones. En este trabajo el mejor desempeño dinámico se alcanzó con un valor de 0.01, que se obtuvo mediante pruebas realizadas fuera de línea, posteriormente, en el aprendizaje en línea permanece constante para todo el estudio.

Se propone que durante el procedimiento de actualización, se incluya una banda muerta que permita mejorar la convergencia de la regla de aprendizaje. Los factores de peso no se actualizan si la magnitud del error tiene un valor menor a 0.1

$$w_i(t) = \begin{cases} w_i(t-1) + \frac{\eta e_i(t)}{\|\mathbf{a}(t)\|_2^2} a_i(t) & \text{si } |e_i| > 0.001 \\ w_i(t-1) & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (3.9)$$

Se ha elegido esta regla de aprendizaje como una alternativa a los métodos que emplean, por ejemplo, algoritmos de Newton para actualizar los pesos [3.19, 3.20] que requieren la evaluación de la matriz Jacobiana y Hessiana. En lo que respecta a la actualización de los pesos de (3.8) se debe aplicar para cada conjunto de valores entrada-salida en cada valor instantáneo de la señal; la actualización se presenta si el error es diferente de cero, (3.8). Si se define y condiciona adecuadamente la regla de aprendizaje y sus parámetros, es posible que los pesos converjan a su valor óptimo [3.18].

En este trabajo se ha conseguido ajustando experimentalmente y la zona muerta de aprendizaje (3.9), funcionando adecuadamente para el modelo expuesto y probado en las trayectorias presentadas. De esta manera, la propuesta consiste fundamentalmente en establecer la estructura de la RNBS (definición y número de funciones base, número y características de las variables de entrada) y su relación de aprendizaje. De este modo, el proceso de entrenamiento se lleva a cabo de manera continua en línea, mientras que los valores de los pesos se actualizan empleando dos variables de retroalimentación.

3.4. Resultados y análisis

Algunas simulaciones numéricas se realizan para verificar el desempeño eficiente y robusto del esquema de control neuronal propuesto. Se presentan los siguientes casos de estudio: (i) desempeño del sistema a lazo cerrado utilizando el controlador adaptativo propuesto (ganancias dinámicas/variables); (ii) comparación del esquema neuronal con un controlador no lineal basado en modos deslizantes de segundo orden para el seguimiento de trayectorias. La simulación del *quadrotor* con el controlador propuesto se realiza en MATLAB[®] como una estrategia que permite analizar la efectividad del esquema. Además, para observar el comportamiento de la red neuronal, se considera que los valores iniciales de la posición y ángulos del *quadrotor* son igual a cero al inicio de la simulación. Los parámetros físicos que se utilizan en las simulación numérica se muestran en la Tabla 3.2. Se desarrollan dos casos de estudio para ejemplificar la aplicación.

Tabla 3.2: Parámetros del *quadrotor* para la simulación.

Constante	Valor	Unidades
g	9.81	m/s ²
m	1.016	kg
l	0.225	m
I_x	0.012450	kg·m ²
I_y	0.013303	kg·m ²
I_z	0.024752	kg·m ²

3.4.1. Primer caso de estudio

Los valores de referencia para x , y , z , junto con el instante de tiempo donde se presenta el cambio durante la simulación se enlistan en la Tabla 3.3. Estos resultados presentan el desempeño del esquema neuronal adaptativo con aprendizaje en línea. El seguimiento eficiente de la trayectoria de referencia se describe en la Figura 3.3a, donde observa la respuesta transitoria con oscilaciones prácticamente nulas, es decir, no se presentan picos o sobreimpulsos para cada cambio en los valores de referencia. Para el caso del esquema de control propuesto se tiene una respuesta suave en cada uno de los cambios de referencia, tanto para el incremento del valor de referencia como para el regreso a una posición cercana a la inicial.

Tabla 3.3: Valores de referencia para la simulación.

Variable	Valor [m]	Tiempo [s]
z	7	0.5
y	25	12
x	15	30
y	2	42
x	2	60
z	6	75
y	10	90

Las Figuras 3.3b y 3.4 muestran la respuesta temporal de posición en cada una de las direcciones x , y , z . El gráfico describe el desempeño satisfactorio del seguimiento de la trayectoria planificada. Se puede observar que la estabilización converge a una condición operativa final que se establece mediante las señales de referencia, Tabla 3.3. En el periodo transitorio se exhibe la adaptabilidad del controlador propuesto, manteniendo un desempeño aceptable para los cambios en el valor de referencia.

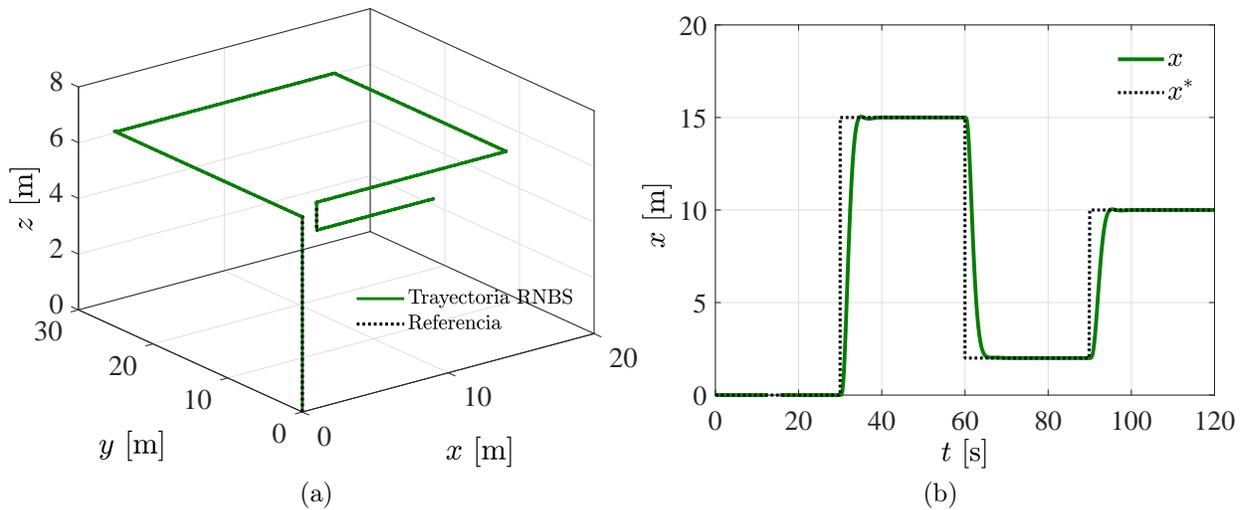


Figura 3.3: Seguimiento de trayectoria con controlador adaptativo, caso 1.

Las Figuras [3.3b](#)-[3.6](#) muestran las respuestas de seguimiento en lazo cerrado de los desplazamientos lineales y angulares del cuatri-rotor como resultado del uso del esquema de control propuesto. Las entradas de control calculadas mediante el algoritmo propuesto, Figura [3.5](#) permiten la regulación, estabilización y el seguimiento de las trayectorias angulares, y en consecuencia, la trayectoria deseada. Se puede observar que las variables de entrada de control se encuentran acotadas, y como es de esperarse se presentan respuestas rápidas ante cambios de la señal de referencia.

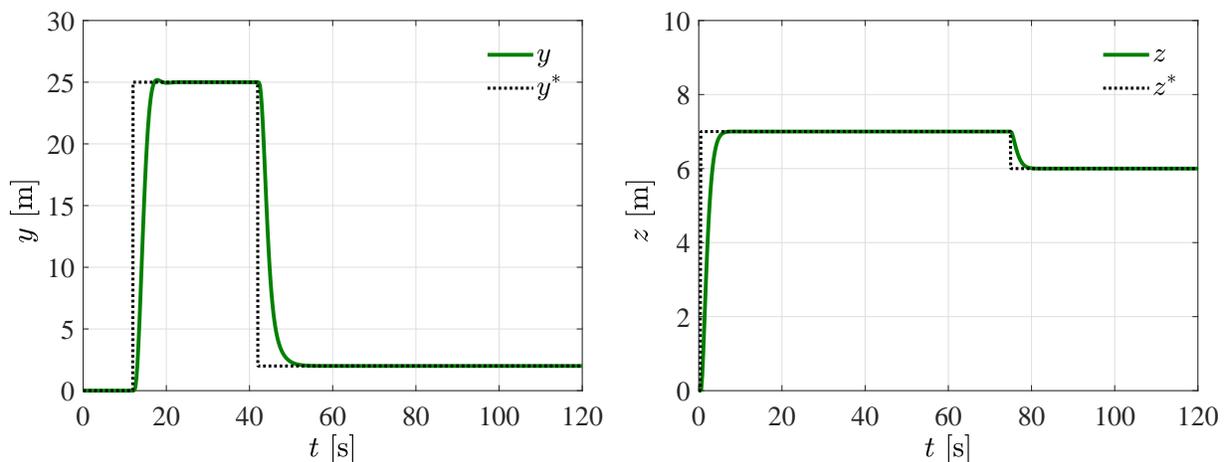


Figura 3.4: Seguimiento de las trayectorias de referencia planificadas usando el controlador neuronal adaptativo, caso 1.

Esas señales de control permiten que el sobreimpulso en las variables de interés disminuya en los casos donde se aplica el controlador neuronal, en tal sentido, esta magnitud es igual o cercana a cero. La Figura 3.5 exhibe que las cuatro señales de control convergen a un valor en estado estable después de entre tres y cinco segundos, ($u_1 = 9.83$ N, $u_2 = 0$ Nm, $u_3 = 0$ Nm, $u_4 = 0$ Nm), estos resultados coinciden con lo esperado para el funcionamiento del *quadrotor*. La magnitud de las señales de control solo cambia cuando se presenta una perturbación o un cambio en el valor de referencia de entrada. Los valores de las señales de control calculados con el controlador neuronal permiten alcanzar un buen desempeño dinámico del seguimiento de las trayectorias especificadas.

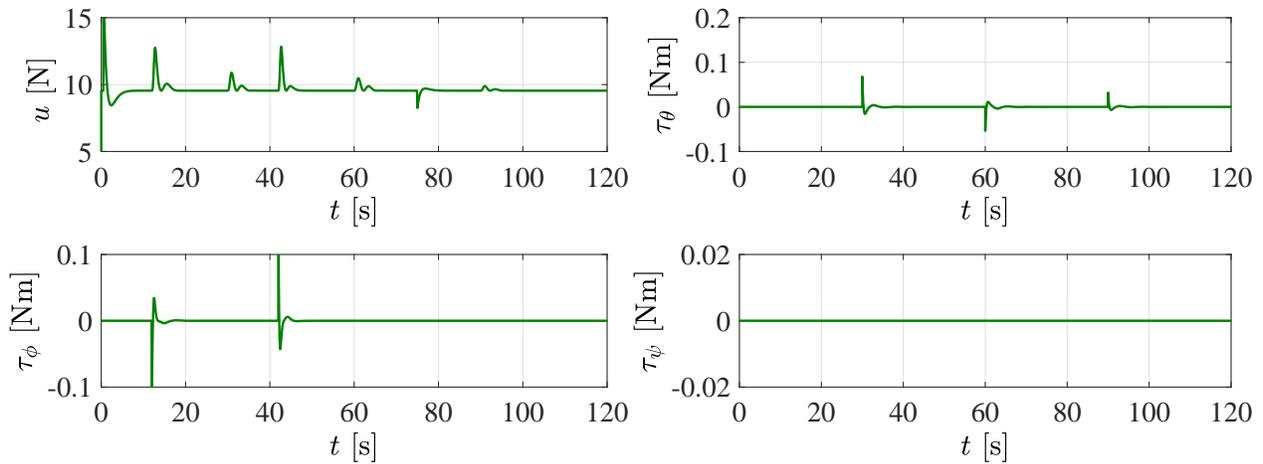


Figura 3.5: Señales de control asociadas al modelo adaptativo, caso 1.

Las señales de referencia para la posición angular se calculan mediante (3.4), la evolución de estas variables se presenta en la Figura 3.6, considerando el desempeño de la estrategia de control adaptativa propuesta. Para alcanzar estos resultados se definen únicamente como entrada los valores de referencia para las trayectorias, Tabla 3.3.

En la Figura 3.7, se observa la evolución de las ganancias de cuatro de los esquemas propuestos, donde los valores se actualizan mediante una red neuronal B-spline con entrenamiento continuo en línea. Para el primero, Figura 3.7a, que corresponde al control del movimiento traslacional, las primeras muestras tienen un valor en estado estacionario como condición inicial. Es importante mencionar que se realiza un entrenamiento fuera de línea para calcular las condiciones iniciales, sin embargo, el valor óptimo cuando varía la condición operativa puede requerir grandes cambios en los valores de los pesos. Esto se puede conseguir debido a la naturaleza de la red neuronal y su algoritmo de aprendizaje en línea, que actualiza su desempeño en cada instante de tiempo.

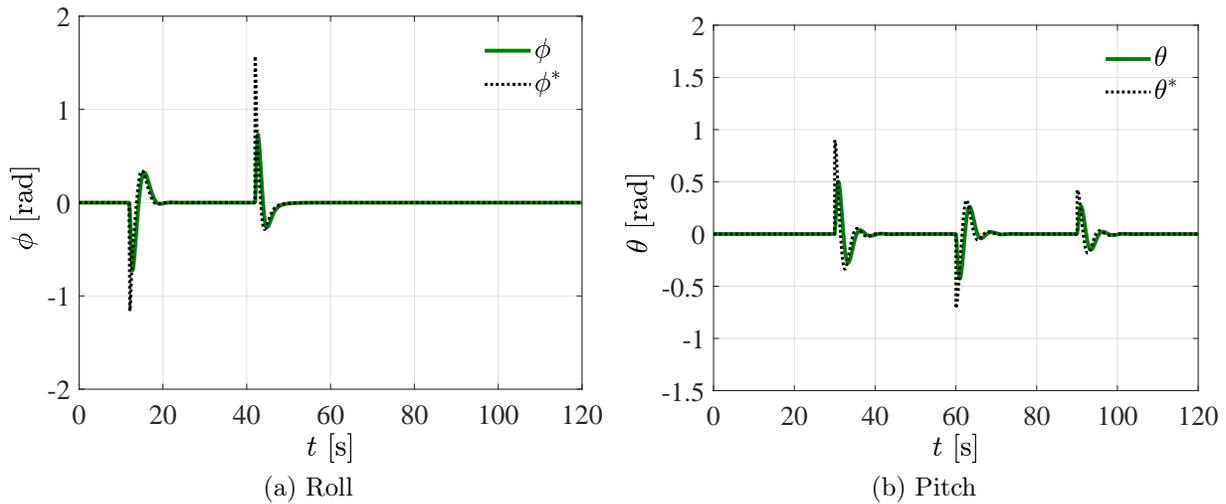
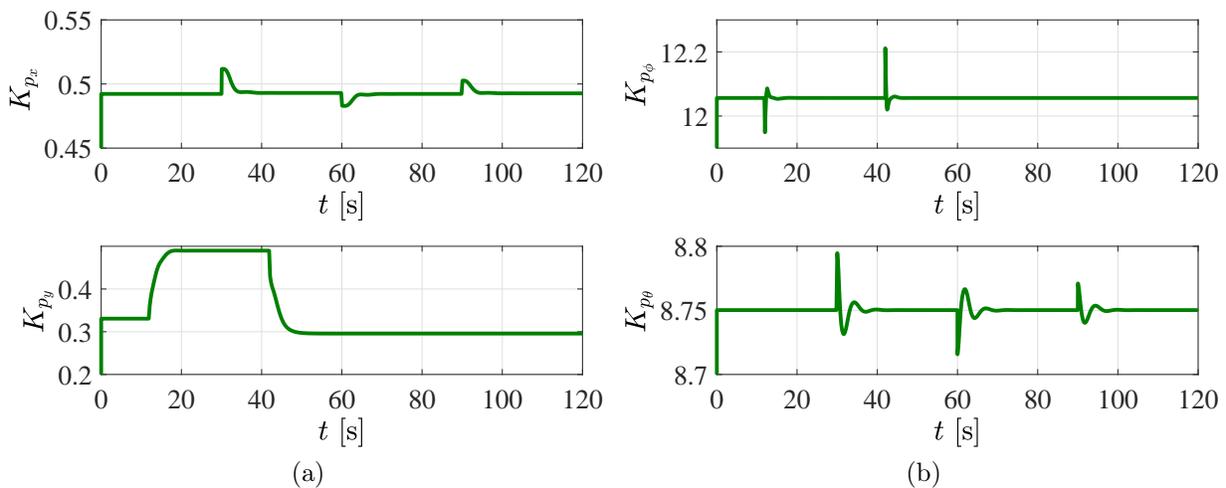


Figura 3.6: Evolución de las variables angulares, caso 1.

Figura 3.7: Evolución de las ganancias proporcionales del esquema de control para el seguimiento de las trayectorias de las variables de interés: a) x y y ; b) ϕ y θ .

Posteriormente, la red neuronal continúa aprendiendo acerca del comportamiento de las variables de interés y modos de operación del sistema, los pesos se actualizan hasta alcanzar un valor en estado estacionario. La diferencia más clara se presenta en el periodo transitorio, el controlador propuesto ayuda a que los sobreimpulsos sean de menor magnitud y además el tiempo de establecimiento sea en un tiempo más corto. La regla de aprendizaje en línea responde más rápido cuando las variables de interés tienen un valor lejano del esperado, Figuras [3.7a](#) y [3.7b](#).

Se obtiene un comportamiento semejante para las doce estructuras de redes neuronales B-spline. En la Figura 3.7a se presenta el comportamiento de otras dos ganancias, que están asociadas al control de las variables de salida ϕ y θ .

3.4.2. Segundo caso de estudio

Para el segundo caso se realiza un seguimiento de trayectoria donde los valores de referencia en los ejes x , y , son funciones del tiempo dadas por

$$x^* = r \cos \omega t \quad (3.10)$$

$$y^* = r \sin \omega t \quad (3.11)$$

donde $r = 1$ m y $\omega = 1$ rad/seg. Además, el desempeño del seguimiento de trayectoria del esquema de control propuesto se compara con los controladores robustos no lineales basados en modos deslizantes de segundo orden presentados en 3.1. La Figura 3.8a exhibe la evolución del sistema en lazo cerrado cuando se cambia la naturaleza de la señal de referencia, la cual ahora es función del tiempo. El algoritmo propuesto mantiene un alto desempeño siguiendo la referencia sin que se presente un cambio brusco en las señales controladas, se observa un error inicial en la trayectoria, posteriormente, alcanza el valor deseado. La respuesta se compara con los resultados obtenidos mediante el controlador por modos deslizantes de segundo orden, Figura 3.8b.

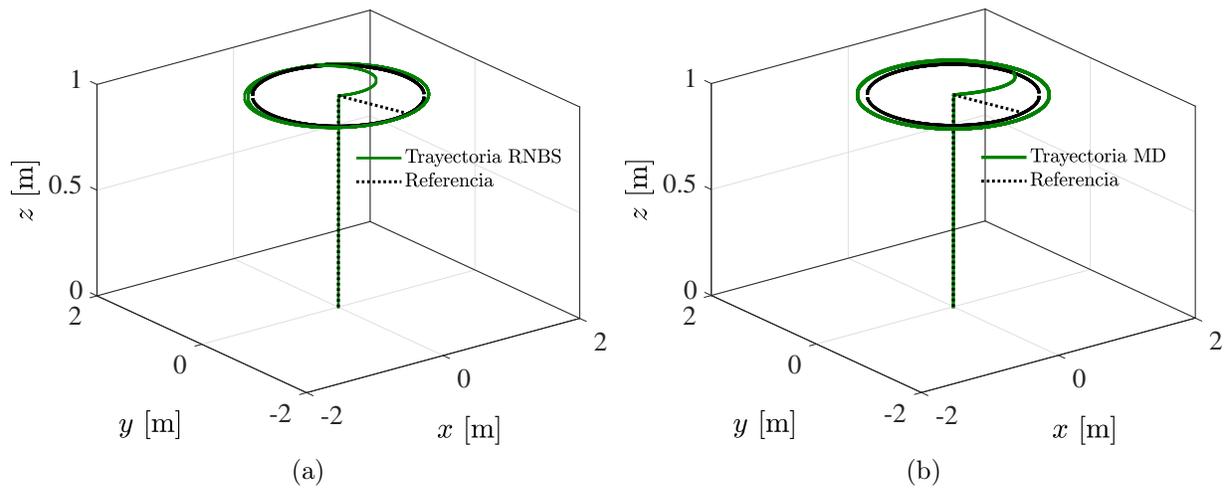


Figura 3.8: Seguimiento de trayectoria de posición del *quadrotor*: a) controlador adaptativo; b) controlador no lineal, caso 2.

La evolución del desplazamiento en el espacio se presenta en la Figura 3.9 para el controlador propuesto, y con la estrategia no lineal por modos deslizantes en la Figura 3.10.

Se puede observar que el cambio en las salidas de la red neuronal ayuda a mantener un desempeño coherente respecto al caso 1, no se degrada su desempeño ante el cambio en la función de referencia. Se observa un cambio drástico cuando se incluye la modificación en la señal de referencia, posteriormente, alcanza y sigue el valor deseado. Por el contrario, con la estrategia con modos deslizantes se observa un error en estado estacionario. La línea punteada en estas gráficas representa el valor de referencia deseado.

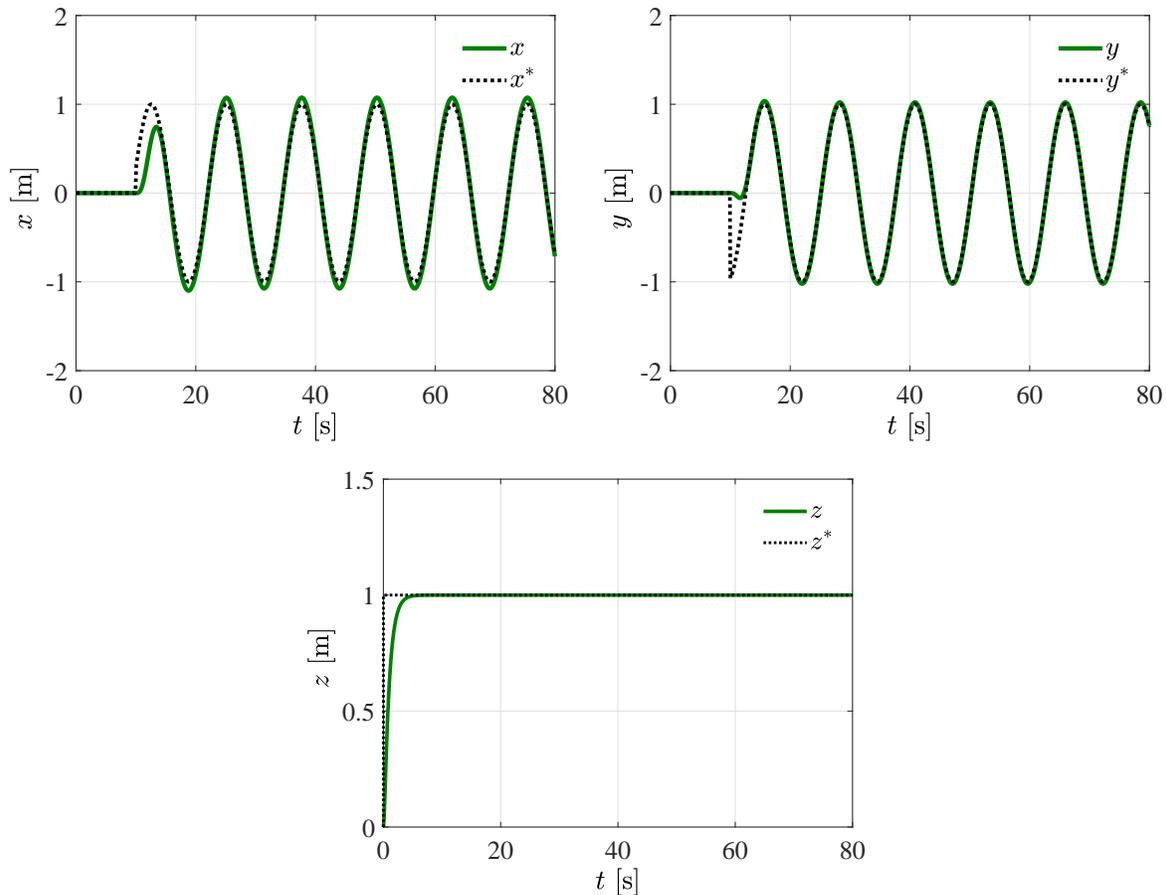


Figura 3.9: Seguimiento de trayectorias de referencia con el controlador adaptativo, caso 2.

Las señales del control neuronal, u , τ_ϕ , τ_θ y τ_ψ se exhiben en la Figura 3.11, su evolución produce el comportamiento observado en las Figuras 3.8a y 3.9. Por otro lado, la Figura 3.12 presenta las señales de control usando modos deslizantes de segundo orden. Aquí, es evidente la presencia de oscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) en la entrada de control discontinua inyectada al sistema. Además, se puede observar que el seguimiento adecuado de la trayectoria de referencia planificada demanda un esfuerzo de control mayor usando modos deslizantes.

Nótese que, en el esquema de control propuesto, doce ganancias se están actualizando conforme se presentan cambios en el sistema. Por lo tanto, si se condiciona adecuadamente al algoritmo, es posible alcanzar un desempeño aceptable para diferentes tipos de tareas de seguimiento de trayectorias de referencia.

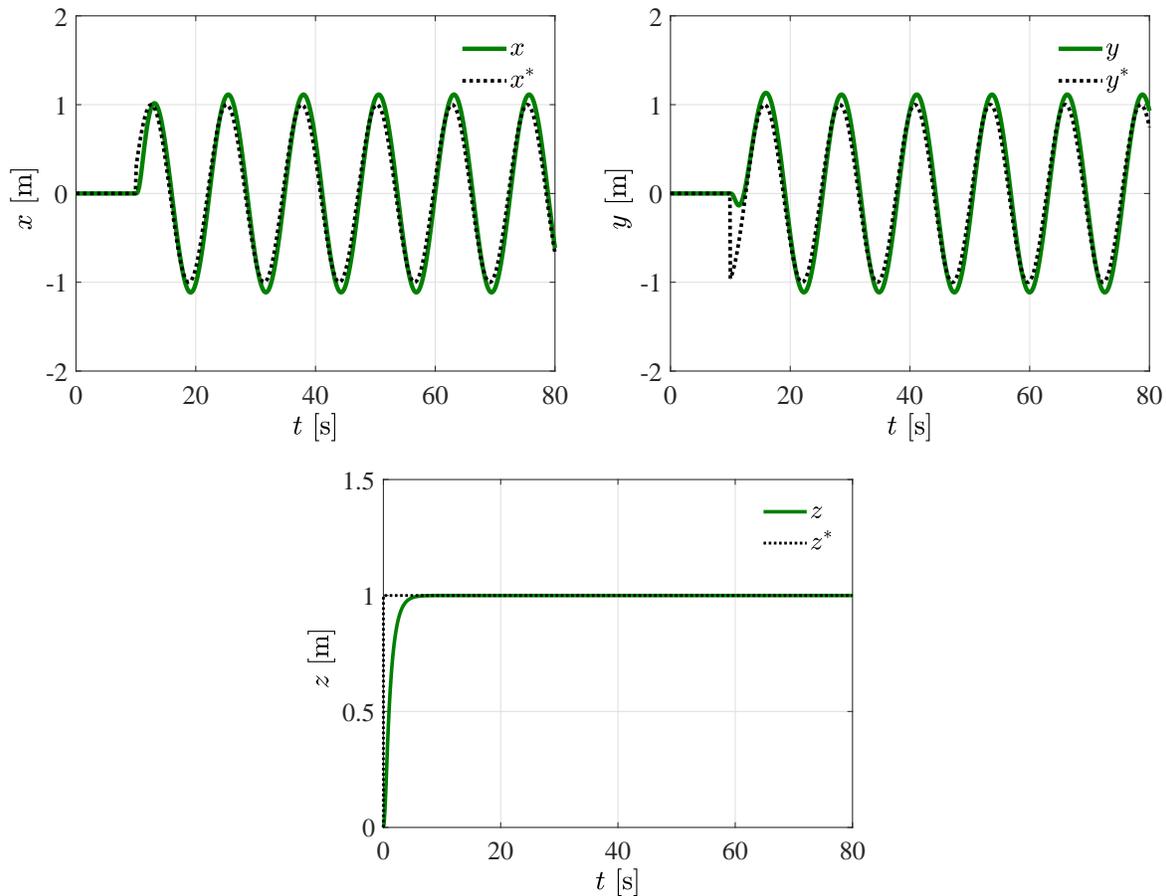


Figura 3.10: Seguimiento de trayectorias de referencia con el controlador no lineal, caso 2.

Los resultados ilustran el impacto del diseño propuesto y la respuesta en el tiempo al aplicar la técnica de control adaptativa en el desempeño del *quadrotor*, el estudio considera altos requerimientos de operación. El controlador B-spline exhibe un mejor desempeño, adaptándose por sí mismo a nuevas circunstancias presentes en el sistema. En el estudio que se realiza, se observa un desempeño satisfactorio y estable de la dinámica en lazo cerrado. Los resultados en simulación verifican el seguimiento de las trayectorias planificadas sobre el modelo matemático no lineal completo. La comparación con una técnica de control no lineal basada en modos deslizantes ejemplifica la utilidad mayor de la propuesta neuronal adaptativa, sin la presencia de oscilaciones de alta frecuencia en las entradas de control.

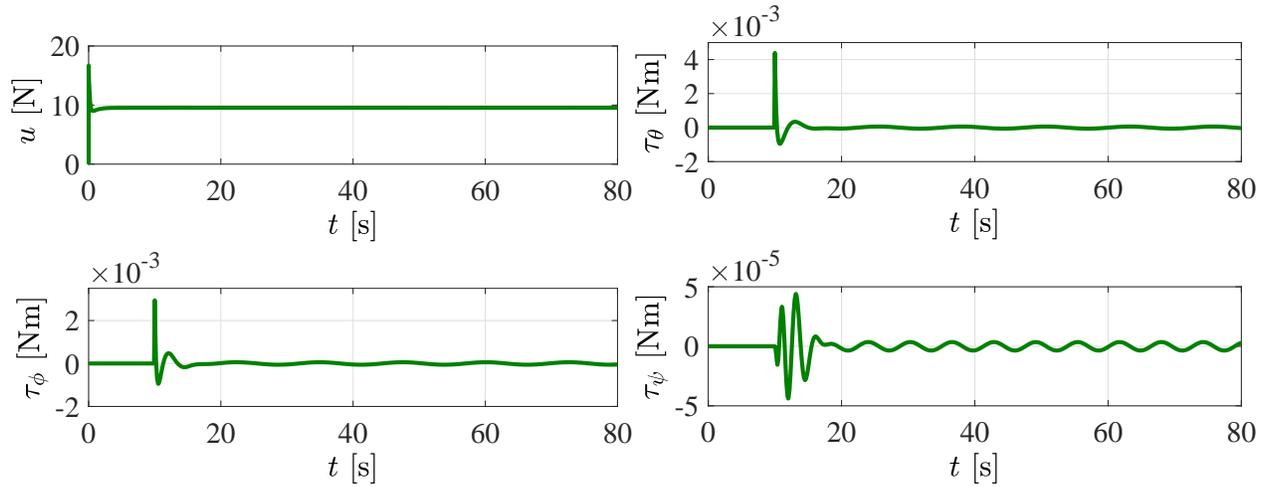


Figura 3.11: Entradas de control obtenidas con el controlador adaptativo, caso 2.

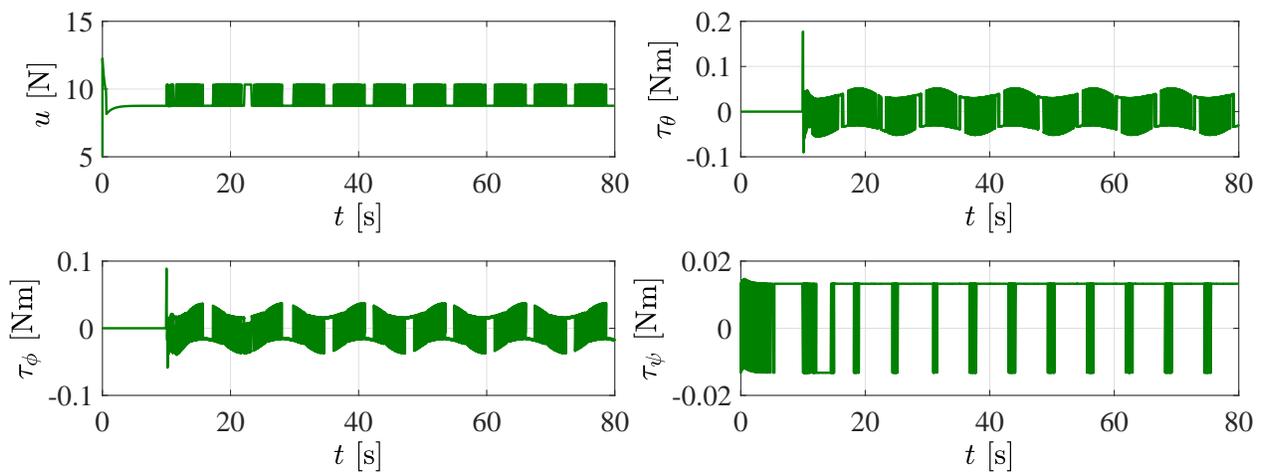


Figura 3.12: Entradas de control obtenidas con el controlador basado en modos deslizantes, caso 2.

3.5. *Swarm Intelligence* para el entrenamiento RNBS

Debido a los numerosos casos de éxito para resolver problemas complejos, la popularidad de los sistemas (algoritmos y técnicas) desarrollados mediante inteligencia inspirada en la naturaleza (Nature Inspired Intelligence, NII¹) ha ido en aumento en las últimas décadas, tal es el caso de las redes neuronales artificiales (Artificial Neural Networks, ANN), la computación evolutiva (Evolutionary Computation, EC), la inteligencia de enjambre (Swarm Intelligence, SI), los sistemas inmunes artificiales (Artificial Immune Systems, AIS) y los sistemas difusos (Fuzzy Systems, FS) [3.21], [3.22]. La principal razón del interés de los seres humanos por reproducir o imitar el comportamiento inteligente de los múltiples agentes en la naturaleza, yace en la capacidad que esta ha mostrado a lo largo de los años para resolver tareas complejas, por ejemplo mediante la adaptabilidad, auto-aprendizaje, robustez, mutación, entre otros [3.23]. Uno de los ejemplos más interesantes es la evolución de la socialización, es decir, un entorno donde los individuos viven juntos dentro de un espacio común, el cual ha creado la necesidad de transferir e intercambiar información entre los miembros del grupo [3.24].

El uso de algoritmos inspirados por la naturaleza ha penetrado en casi todas las áreas de las ciencias, la ingeniería y las industrias, desde la minería de datos (exploración de datos en estadística) hasta la optimización, pasando por la planificación de negocios, la bioinformática, la robótica y aplicaciones industriales [3.25], [3.26]. La mayoría de los algoritmos modernos de optimización están, de manera general, inspirados en la naturaleza, sin embargo, pueden clasificarse según su particular fuente de inspiración: la biología, la física o la química. Dentro de los algoritmos biológicamente inspirados se encuentra una clase especial de algoritmos basados en la SI, donde los algoritmos simulan sistemas compuestos por diversos agentes que se coordinan mediante el control descentralizado y la auto organización. El algoritmo se centra en los comportamientos colectivos que resultan de las interacciones locales de los individuos entre sí y con el entorno [3.27]. Estos algoritmos son flexibles, versátiles y eficientes para resolver problemas de diseño no lineal con aplicaciones del mundo real [3.25].

La lista de los grupos de animales que han inspirado a lo largo de las últimas décadas a los investigadores para el diseño, desarrollo e implementación de los algoritmos de optimización basados en SI, es extensa (refiérase a [3.23], [3.28], [3.29] para más detalle de los diversos algoritmos bioinspirados), entre los que se encuentran las colonias de hormigas, Figura 3.13a, enjambres de abejas, Figura 3.13b, luciérnagas, Figura 3.13c, y libélulas, Figura 3.13d, bandadas o parvadas de pájaros, Figura 3.14a y murciélagos, Figura 3.14b, bancos de peces, Figura 3.14c, manadas de mamíferos, Figura 3.14d, (pastoreo o migración), entre otros [3.24], [3.27], [3.30].

¹En la literatura se utilizan diversos enfoques para referirse a la NII que es una rama de la inteligencia artificial (Artificial, Intelligence, AI): computación bioinspirada (Bio-inspired Computation, BiC); inteligencia computacional (Computational Intelligence, CI).

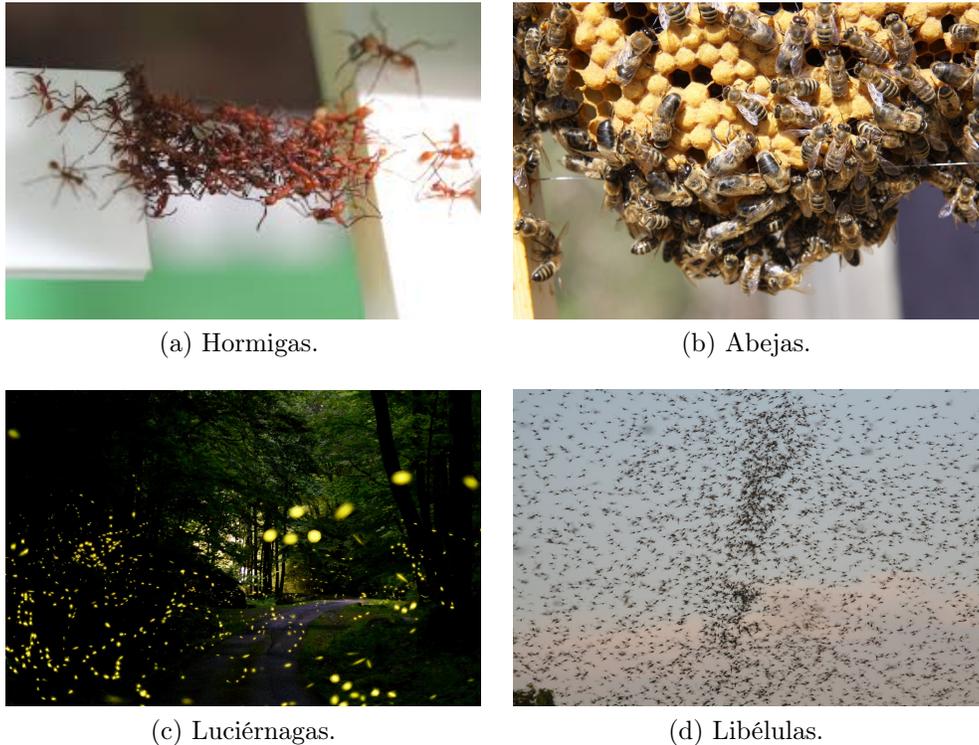


Figura 3.13: Colectivos de animales que exhiben SI.

En la actualidad, los métodos de optimización se utilizan ampliamente en diversos campos, incluidos la ingeniería, la economía, la gestión, las ciencias físicas, las ciencias sociales, por mencionar algunos [3.26], donde la tarea es elegir la mejor o la más satisfactoria entre las soluciones factibles para un problema. En la literatura se resume como un proceso definido principalmente por dos etapas: i) formulación del problema de optimización, que implica determinar las variables de decisión, la función objetivo y las restricciones; ii) seleccionar un método numérico apropiado, para que resuelva el problema de optimización, se pruebe la solución óptima y se tome una decisión en consecuencia [3.26].

La optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) es uno de esos algoritmos donde las partículas imitan el comportamiento de colectivos de animales, el cual fue inspirado en sus inicios principalmente por el movimiento sincronizado de pájaros y peces. Las ideas base sobre el concepto de enjambre de partículas fueron introducidas inicialmente por el psicólogo social James Kennedy y el ingeniero eléctrico Russell Eberhart [3.31], [3.32], con el fin de producir inteligencia computacional explotando simples analogías de interacción social observadas en colectivos o grupos de animales [3.33]. Debido a sus características, el algoritmo de enjambre de partículas se utiliza ampliamente como un método efectivo de resolución de problemas en ingeniería y ciencias de la computación.

A pesar de que los diversos algoritmos con inteligencia de enjambre se inspiraron en diferentes fuentes, conservan cierta similitud con algunos de los componentes que conforman el algoritmo PSO. En este sentido, la PSO fue pionera en las ideas base de la computación basada en SI. En un algoritmo de optimización por enjambre de partículas, cada partícula o individuo representa una solución potencial, y cuya posición se ajusta de acuerdo a su propia experiencia y la de sus vecinos [3.34]. De hecho, su éxito no radica en la habilidad o inteligencia de cada partícula, ya que en lo particular poseen características *limitadas*, la resolución del problema objetivo se logra mediante sus patrones de comportamiento e interacción, es decir, el intercambio de información entre los individuos del enjambre. En el esquema básico de un algoritmo PSO cada partícula combina de manera lineal tres elementos para decidir su próximo movimiento: su velocidad actual, la mejor posición que ha encontrado hasta ahora y la mejor posición encontrada por sus informantes [3.35], [3.36], [3.37].

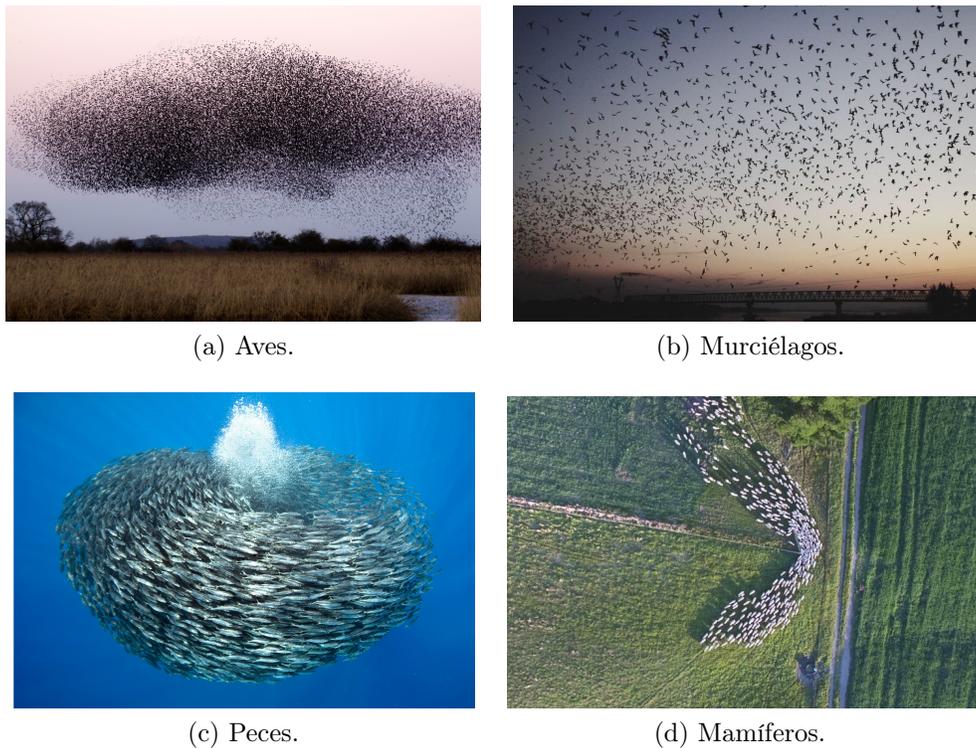


Figura 3.14: Colectivos de animales que exhiben SI.

3.5.1. Versión estándar del algoritmo PSO

La idea principal de la optimización podría resumirse como la búsqueda e identificación del **mejor** elemento dentro de un conjunto de posibilidades. Dentro del campo de las matemáticas esto puede lograrse definiendo un objetivo en términos de una función parametrizada f_0 [3.38].

Por lo que el problema se reduce a encontrar los valores de los parámetros que minimizan o maximizan la función definida.

La función f_o se conoce particularmente como *función objetivo*, que depende de n número de parámetros, que definen el espacio de búsqueda \mathbb{R}^n . Aquí, cada uno de los puntos del espacio de búsqueda representa una posible solución, a la cual se le denomina partícula, y cuyas coordenadas están definidas por el vector \mathbf{x}_i ,

$$\mathbf{x}_i = [x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, \dots, x_{i_n}] \quad (3.12)$$

y la población de N soluciones candidatas constituye al enjambre \mathbf{S}

$$\mathbf{S} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N] \quad (3.13)$$

Por consiguiente, la tarea de optimización se resuelve, usualmente, mediante la exploración iterativa del espacio de búsqueda, donde cada partícula actualiza su posición, que esta dada por la siguiente expresión

$$\mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t+1) \quad (3.14)$$

donde, $t+1$ y t representan dos iteraciones consecutivas, es decir el valor actual y pasado de cada variable, respectivamente. Mientras tanto, para el cálculo y actualización de la velocidad se emplea la ecuación (3.15),

$$\mathbf{v}_i(t+1) = \mathbf{v}_i(t) + \rho(\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(t)) \mathbf{R}_1 + \kappa(\mathbf{g} - \mathbf{x}_i(t)) \mathbf{R}_2 \quad (3.15)$$

aquí, \mathbf{p}_i es la mejor solución personal obtenida por cada una de las partículas (*personal best*), ρ y κ son coeficientes de aprendizaje o aceleración, según los diversos autores, que determinan el comportamiento cognitivo y social, respectivamente, y mediante los cuales se regula la «agresividad» del movimiento de las partículas [3.39], [3.40]. Finalmente, \mathbf{R}_1 y \mathbf{R}_2 son números aleatorios de distribución uniforme generados en el rango $[0, 1]$. Otro aspecto fundamental en la optimización por enjambre de partículas es el criterio para finalizar o detener el proceso iterativo de búsqueda. En la literatura se utilizan diversas condiciones de paro o fin del proceso [3.34]: cuando un número máximo de iteraciones o evaluaciones de la función se ha ejecutado; cuando se encuentra una solución lo suficientemente aceptable; el radio normalizado del enjambre es cercano a cero; o cuando no se observa una mejoría tras varias iteraciones, siendo las dos primeras las más comunes y exploradas en los diversos algoritmos propuestos en la literatura.

En el Figura 3.15 se presenta el diagrama de flujo para un esquema básico de optimización por enjambre de partículas. Aquí, \mathbf{I}_t es el número de iteraciones máximas; t es el número de iteración; y i es la partícula. En la etapa de inicialización se define el tamaño del enjambre N , las variables de iteración $i = 1$ y $t = 0$, y mediante un proceso aleatorio, se asignan valores iniciales para la posición, la velocidad y el valor óptimo local $\mathbf{x}_i(0)$, $\mathbf{v}_i(0)$ y $\mathbf{p}_i(0)$, respectivamente.

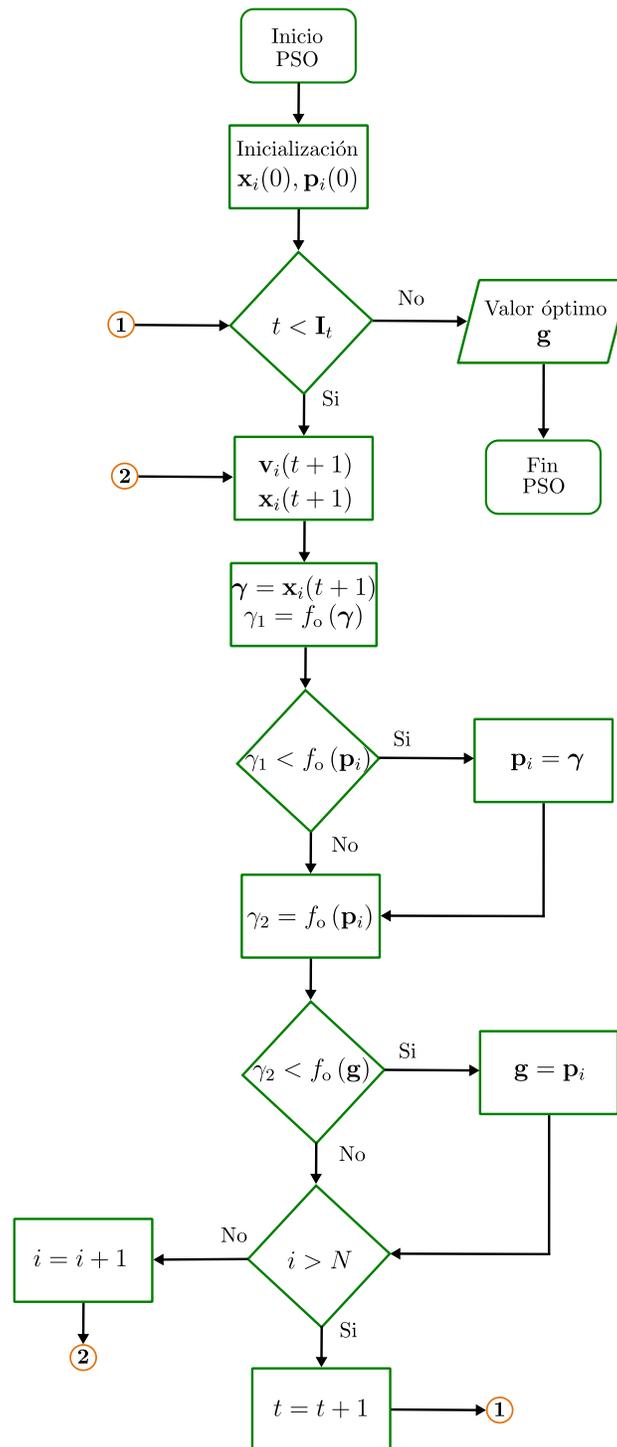


Figura 3.15: Diagrama de flujo de un algoritmo PSO estándar.

En este trabajo se hace uso de un algoritmo estándar PSO, debido a que este esquema de optimización heredó algunas de sus características a otros algoritmos basados en SI [3.41], por lo que se pretende explorar esta metodología y sus múltiples variantes en trabajos futuros [3.40]. En el apéndice B se presentan las líneas de código en MATLAB® (utilizadas para el entrenamiento de la RNBS) para resolver un problema de optimización por enjambre de partículas.

3.5.2. Caso de estudio: sistema mecánico

Considere el sistema mecánico de segundo orden dado por

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x(t) = \omega_n^2ku(t) \quad (3.16)$$

donde ζ es el coeficiente de amortiguamiento, ω_n es la frecuencia natural del sistema y k es la sensibilidad estática. La entrada de control esta dada por $u(t)$ y $x(t)$ es la salida [3.44]. Entonces, sin pérdida de generalidad, se puede escribir el sistema de la siguiente manera,

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = \omega_n^2ku \quad (3.17)$$

para el cual se requiere diseñar un esquema de control que permita la regulación y seguimiento de trayectorias de la salida $y = x$.

3.5.2.1. Esquema de control

En la sección anterior se demuestra que las redes neuronales B-spline son una herramienta eficiente para el diseño de esquemas de control, debido a su simplicidad de aprendizaje en línea y a su naturaleza adaptativa, sin requerir un modelo matemático detallado de la dinámica del sistema [3.45]. Así mismo, se introdujeron los fundamentos básicos de la optimización por enjambre de partículas, la cual representa una alternativa eficiente para el entrenamiento fuera de línea o supervisado de las redes neuronales artificiales [3.34]. Por lo tanto, considere tres esquemas para el control del sistema dinámico definido por la ecuación [3.17]: i) control PID sin pre-alimentación, ii) esquema de control PID completo (ganancias constantes) y iii) esquema de control PID completo (ganancias variables).

i) Control del tipo PID sin pre-alimentación

Considere un esquema del tipo PID con características adaptables para la regulación y seguimiento de trayectorias planificadas, similar al presentado en la sección anterior, el cual tiene la siguiente estructura

$$u = -k_p e - \int_0^t e dt - k_d \dot{e} \quad (3.18)$$

donde, $e = x - x^*$ y $\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}^*$. Por su parte, las ganancias del controlador k_p , k_i y k_d se calculan en tiempo real mediante las RNBS. Nótese que en la estructura del controlador propuesto, no se ha considerado el factor de ganancia $\omega_n^2 k$ que multiplica a la entrada de control u , ni las derivadas de las trayectorias planificadas.

$$x^* = \begin{cases} 2 \text{ m,} & \text{si} & 0 \text{ s} < t \leq 40 \text{ s} \\ 1 \text{ m,} & \text{si} & 40 \text{ s} < t \leq 70.7 \text{ s} \\ \frac{1}{2} \cos(0.2t) + 1 \text{ m,} & \text{de otra manera} & \end{cases} \quad (3.19)$$

La simulación tiene una duración de 150 segundos, donde el controlador debe de permitir que la salida del sistema realice el seguimiento tanto de una referencia constante, como de una variable en el tiempo. Es por esto que se empela un esquema estándar PSO para el entrenamiento fuera de línea de las RNBS.

3.5.2.2. Diseño de la función objetivo

Para el diseño de la función objetivo se utiliza información de la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado, la integral del valor absoluto del error por el tiempo (Integral Time Absolute Error, ITAE) y la integral del cuadrado de la entrada de control. En la Figura 3.16 se presentan de manera gráfica algunos de los parámetros que se pueden utilizar para el diseño de la función objetivo, con el fin de penalizar el error a lazo cerrado y el esfuerzo del controlador. Aquí, t_r es el tiempo de subida, t_p representa el tiempo pico, el tiempo de asentamiento está definido como t_s y M_p es la sobre-elongación [3.46], los cuales se extraen mediante la función `stepinfo` de la herramienta computacional MATLAB®.

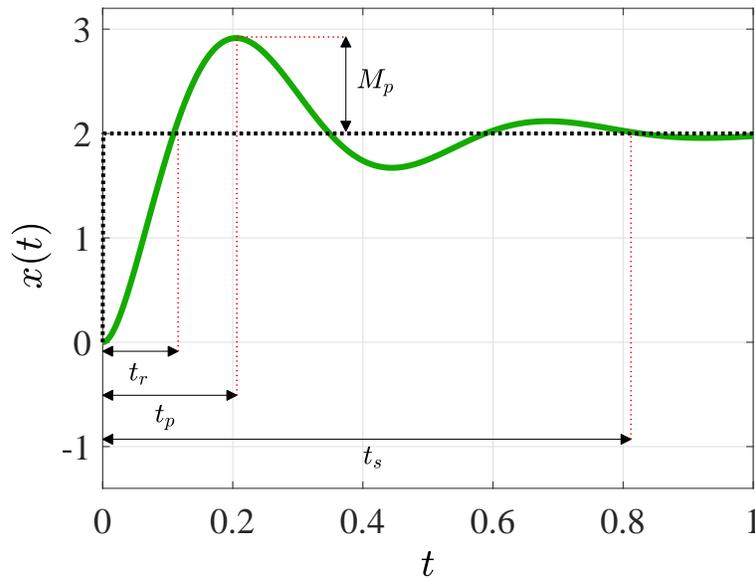


Figura 3.16: Respuesta temporal a lazo cerrado de un sistema de segundo orden.

En este esquema se utiliza solamente la sobre-elongación como parámetro de diseño, por lo tanto, la función objetivo propuesta $f_o = J_h$, está dada por la siguiente expresión

$$J_h = \alpha (P + \text{ITAE}) + \beta \int_0^t u^2 dt \quad (3.20)$$

donde $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.1$ son coeficientes de ajuste para la penalización del error de seguimiento y de la entrada de control, respectivamente. Por otro lado, P es el 50% de la sobre-elongación, que se determina mediante MATLAB[®] o con operaciones aritméticas básicas. Por su parte, el índice de desempeño ITAE se calcula mediante la siguiente integral

$$\text{ITAE} = \int_0^t t |e_x(t)| dt \quad (3.21)$$

donde $e_x(t) = x^*(t) - x(t)$ es el error y t es el tiempo en el que se evaluó la función. En el algoritmo **1** se presenta el pseudocódigo que describe el proceso llevado a cabo cuando la función propuesta J_h se llama durante el entrenamiento de la red neuronal. Aquí, se simula la respuesta del sistema para el seguimiento de trayectoria de una referencia del tipo escalón, durante un tiempo de simulación t_s de 5 segundos. No obstante, en los resultados presentados se puede observar que la simulación tiene una duración total de 150 segundos, donde se requiere que el sistema realice un seguimiento de trayectoria adecuado, incluso en presencia de variaciones en la referencia planificada.

```

Entrada:  $\mathbf{w}_{k\mu}(0)$ , para  $\mu = p, i, d$  // vectores de pesos
Salida:  $J_h$ 
1  $\alpha = 0.5, \beta = 0.1, \Delta t = 0.001$  // constantes
2  $x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0, t_s = 0$  // condiciones iniciales
3 para  $k = 1$  hasta  $s$  hacer //  $s = \frac{t_s}{\Delta t}$ , con  $t_s = 5$ 
4   calcular de  $k_p, k_i$  y  $k_d$  mediante la RNBS
5   resolver la dinámica del sistema // Runge-Kutta encapsulado
6    $t_s = t_s + \Delta t$ 
7   guardar  $\mathbf{e}[k] = e_x, \mathbf{u}[k] = u, \mathbf{t}[k] = t_s$ 
8 fin
9 obtener MP y P // con la función stepinfo
10 calcular  $\text{ITAE} = \sum_1^n \mathbf{t} |\mathbf{e}|^2 \Delta t$ 
11 calcular  $J_h = \alpha (P + \text{ITAE}) + \beta \sum_1^n |\mathbf{u}|^2 \Delta t$ 

```

Algoritmo 1: Evaluación de la función objetivo J_h .

La etapa de entrenamiento se realiza dentro de este esquema principalmente por los siguientes motivos: el primero es porque se espera que el controlador adaptativo compense las variaciones en la referencia después de los 5 segundos que fueron considerados en el entrenamiento. Así también, debido a que la referencia a seguir o *setpoint* es una función escalón, que demanda a la salida, y por consecuencia al controlador, un salto o subida repentina de máximo esfuerzo de control [3.47]. Por lo tanto, se desea que el controlador no sature a los actuadores del sistema, es decir, que las entradas de controlador sean suaves y sin oscilaciones, lo cual representa un reto en la etapa de diseño del esquema de control.

En los resultados de simulación que se presentan en la Figura 3.17a se puede observar que a pesar de que en el diseño del controlador no se utiliza la información disponible sobre el modelo del sistema, este puede realizar tareas de regulación y seguimiento de trayectorias de manera aceptable. Al mismo tiempo, se observa que la entrada de control es suave y no presenta oscilaciones de alta frecuencia, Figura 3.17b.

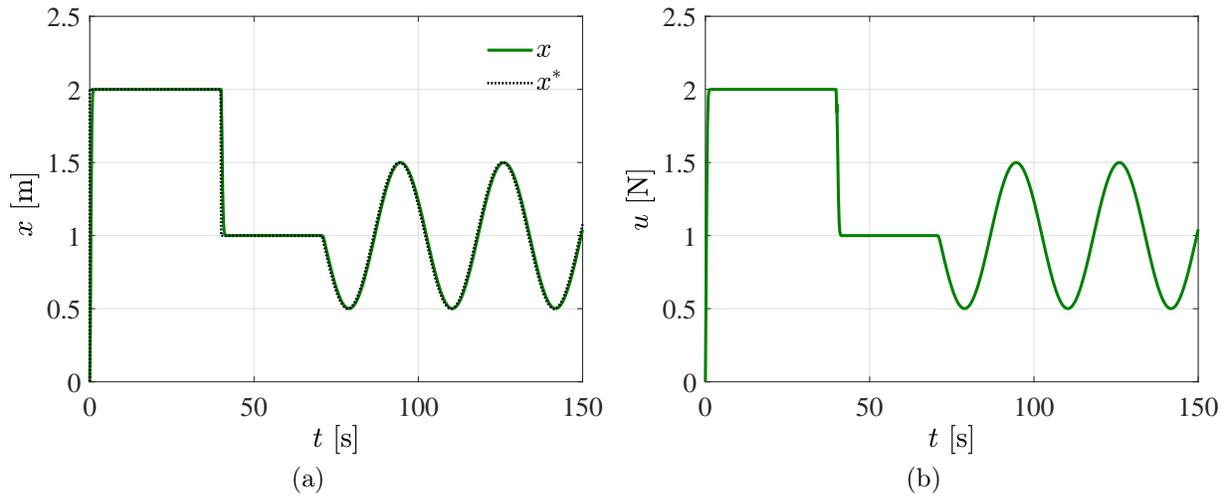


Figura 3.17: Respuesta a lazo cerrado del sistema, escenario 1.

Por otro lado, en las Figuras 3.18 y 3.19 se observa el comportamiento dinámico de las ganancias del controlador (3.18); k_p , k_i y k_d , las cuales se calculan en línea mediante la RNBS. Para este caso de estudio se configura el algoritmo PSO con las cotas del espacio de búsqueda $lb = -10$ y $ub = 0.1$. Nótese los ajustes que realiza el esquema adaptativo en los instantes $t = 40$ s y $t = 70.9$ s, respectivamente, que corresponden a una compensación por parte del control a variaciones en el perfil de referencia (3.19).

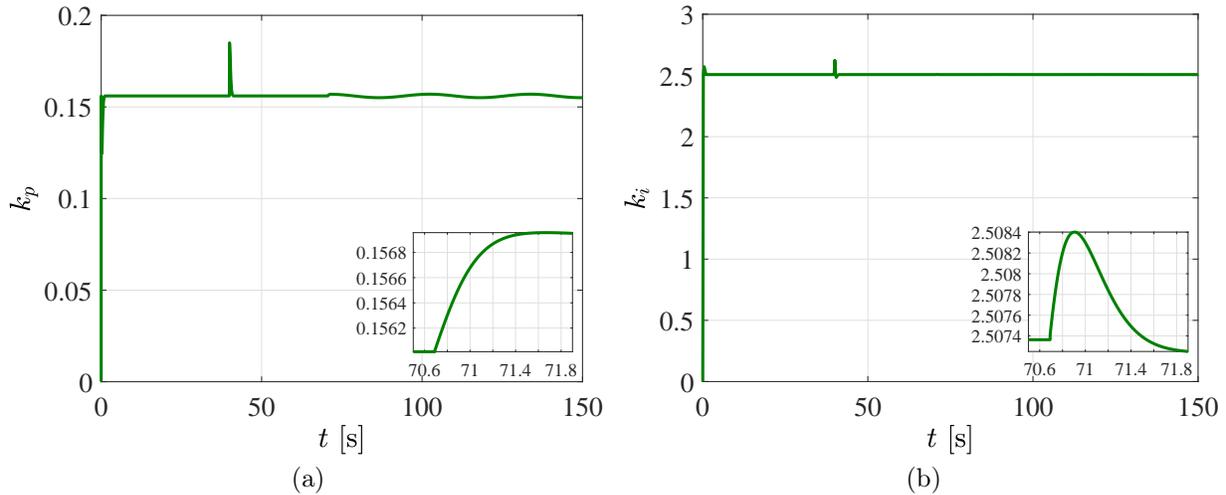


Figura 3.18: Comportamiento dinámico de las ganancias a) k_p y b) k_i , escenario 1.

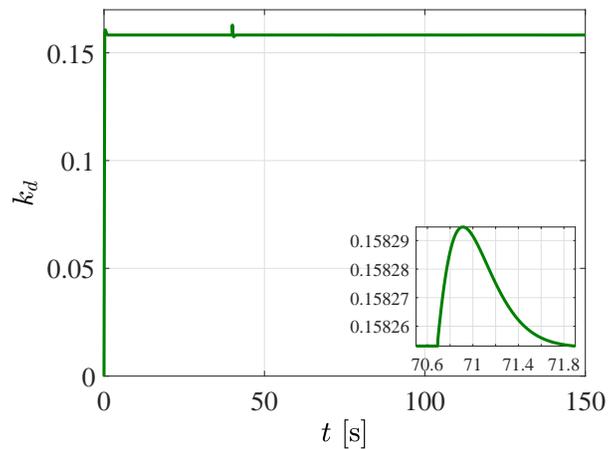


Figura 3.19: Comportamiento dinámico de la ganancia k_d , escenario 1.

ii) Esquema de control PID completo (ganancias constantes)

Para el segundo escenario se utiliza un esquema de control del tipo PID similar al presentado por los autores en [3.48], el cual utiliza la información del error de seguimiento para regular la dinámica del sistema. En este esquema también se pre-alimenta al sistema con información de las derivadas de la referencia planificada: \dot{x}^* y \ddot{x}^* , [3.22] y [3.23], respectivamente.

$$\dot{x}^* = \begin{cases} 0 \text{ m/s,} & \text{si } 40 \text{ s} < t \leq 70.7 \text{ s} \\ -0.1 \sin(0.2t) \text{ m s}^{-1}, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.22)$$

$$\ddot{x}^* = \begin{cases} 0 \text{ m/s}^2, & \text{si } 40 \text{ s} < t \leq 70.7 \text{ s} \\ -0.02 \cos(0.2t) \text{ m s}^{-2}, & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (3.23)$$

Con el fin de obtener mejores resultados de seguimiento de las trayectorias, considere el siguiente controlador

$$u = \frac{1}{k\omega_n^2} (\ddot{x}^* + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n x + v_x) \quad (3.24)$$

donde v_x es un controlador auxiliar, que está dado por

$$v_x = -\beta_2\dot{e} - \beta_1 e - \beta_0 \int_0^t e \, dt \quad (3.25)$$

Al sustituir ambos controladores en (3.24) y (3.17), respectivamente, se tiene que la dinámica del error de seguimiento está dada por la siguiente expresión

$$e^{(3)} + \beta_2\ddot{e} + \beta_1\dot{e} + \beta_0 e = 0 \quad (3.26)$$

Por lo tanto, si se seleccionan adecuadamente las ganancias de control β_i , para $i = 0, 1, 2$, el error exhibe un comportamiento asintóticamente estable, es decir, se deben seleccionar de tal manera que el polinomio característico asociado a la expresión (3.26) sea un polinomio Hurwitz (estable). Por tal motivo, se considera el siguiente polinomio deseado para fines de diseño

$$P_d = (s^2 + 2\zeta_c\omega_{n_c} + \omega_{n_c}^2 s) (s + P_c) \quad (3.27)$$

aquí, el subíndice c denota que el amortiguamiento y frecuencia natural son parámetros de diseño del controlador. Considerando la expresiones (3.27) y (3.26), se establece que las ganancias de control se determinan mediante

$$\begin{aligned} \beta_2 &= 2\zeta_c\omega_{n_c} + P_c \\ \beta_1 &= 2P_c\zeta_c\omega_{n_c} + \omega_{n_c}^2 \\ \beta_0 &= P_c\omega_{n_c}^2 \end{aligned} \quad (3.28)$$

con $\zeta_c = 50$, $\omega_{n_c} = 0.1$ y $P_c = 25.5$, que fueron ajustadas de manera empírica, bajo la experiencia del diseñador.

Al igual que para el primer escenario de estudio, el desempeño del esquema de control propuesto se evalúa para el seguimiento eficiente del perfil de referencia descrito en (3.19). Como se esperaba, el sistema es capaz de realizar un correcto seguimiento de la trayectoria planificada, Figura 3.20a, sin embargo, la señal de control presenta una magnitud mayor que la calculada en el escenario 1, debido a los efectos de la alta ganancia.

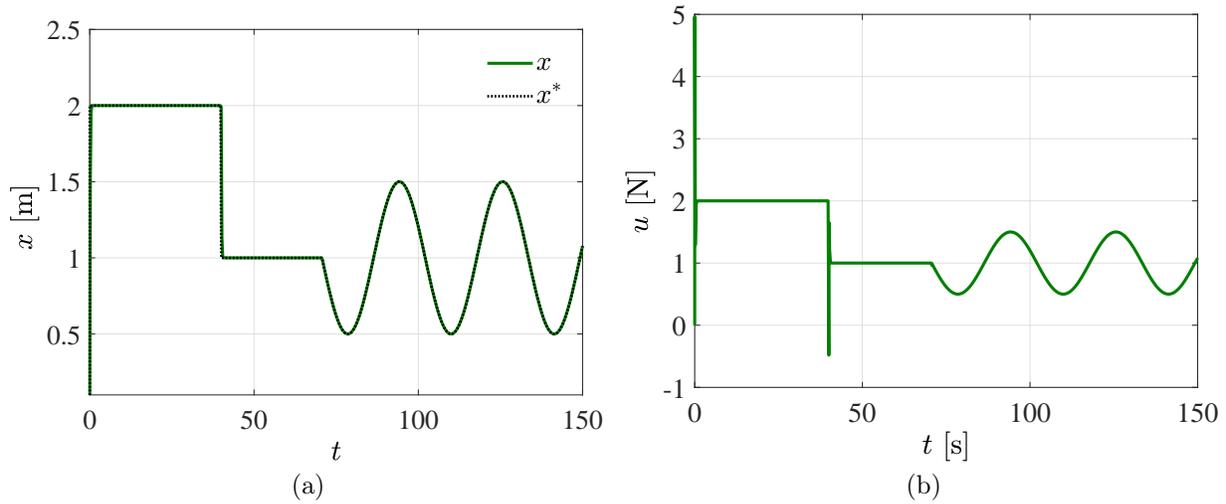


Figura 3.20: Respuesta a lazo cerrado del sistema, escenario 2.

iii) Esquema de control PID completo (ganancias variables)

Para compensar los inconvenientes de los escenarios 1 y 2, en esta sección se introduce una estrategia de control del tipo PID adaptativo, es decir, el controlador propuesto en el escenario 2 con ganancias variables, donde se abordan dos vertientes del mismo esquema: 1) se calculan las ganancias de control de manera indirecta, esto es, se calculan los parámetros de control ζ_c , ω_{nc} y P_c mediante las RNBS, con límites $lb = 0$ y $ub = 10$, 2) se calculan directamente las ganancias de control mediante las RNBS con límites $lb = -10$ y $ub = 10$.

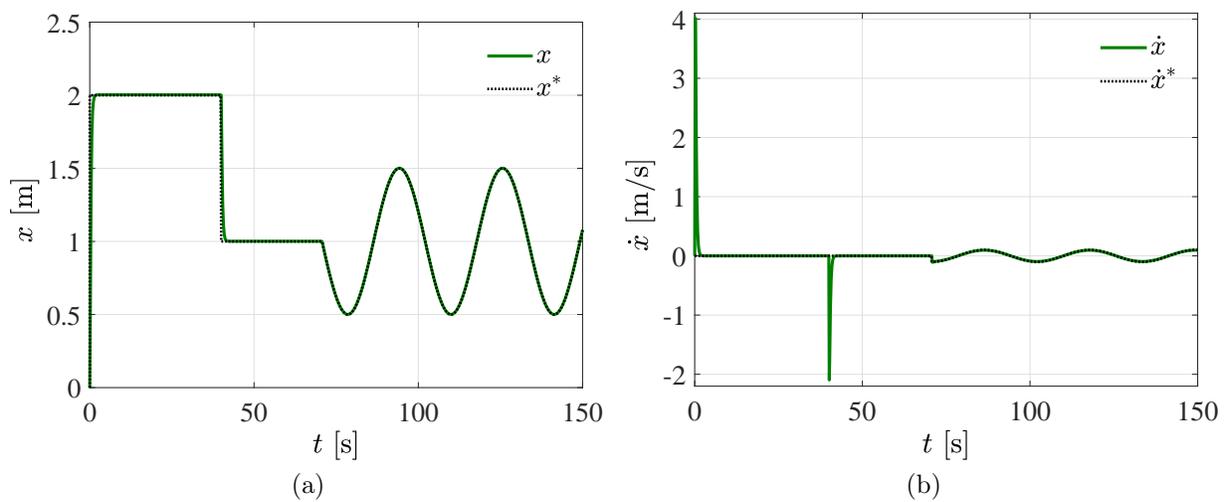


Figura 3.21: Seguimiento de las trayectorias de referencia a lazo cerrado, escenario 3.1.

En la Figura 3.23, se presentan los resultados de simulación para el primer esquema propuesto en el escenario 3, donde se puede observar la capacidad del controlador para realizar tanto el seguimiento de la trayectoria planificada, Figura 3.21a, como de su derivada Figura 3.21b. Note que al igual que en el escenario 1, la RNBS fue entrenada bajo el mismo esquema descrito en el algoritmo 1, donde se modifica únicamente la línea 4 del código, bajo el esquema mencionado. Mientras tanto, en la Figura 3.22 se aprecia que la magnitud del esfuerzo de control es suave, debido a que no presenta un comportamiento abrupto ni oscilaciones de alta frecuencia. Sin embargo, y a pesar de obtener buenos resultados de seguimiento, se tiene que al utilizar los parámetros de control como parámetros adaptativos y de optimización, el espacio de búsqueda se ve restringido de manera significativa durante el entrenamiento de la red, es decir, el uso del conjunto de ganancias (3.28) implica ciertas restricciones para la minimización de la función objetivo J_h , por ejemplo: no se puede hacer uso de ganancias negativas, debido a que el espacio de búsqueda del algoritmo PSO está acotado a valores positivos.

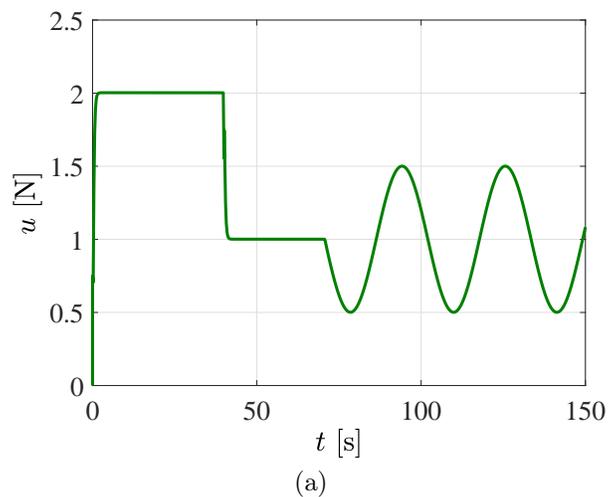


Figura 3.22: Esfuerzo de control, escenario 3.1.

En las Figuras 3.23a, 3.23c y 3.23e se observa la evolución de los parámetros de control calculados mediante las RNBS, así como los valores correspondientes de las ganancias, Figuras 3.23b, 3.23d y 3.23f, según la expresión (3.28). En los datos presentados en las gráficas se observa el ajuste realizado por el esquema RNBS, donde a pesar de su magnitud, el efecto que tiene en la dinámica de la respuesta es significativo. Por otro lado, los resultados que se obtienen en el escenario 3.2 presentan mejores características de seguimiento que los anteriores. En la Figura 3.24 se observa que el controlador propuesto permite un seguimiento adecuado de las trayectorias planificadas, sin presencia de sobreimpulsos tanto en la salida del sistema, como en la entrada de control. Así también, se aprecia que el error en estado estacionario es prácticamente cero, a pesar de las variaciones del perfil de referencia.

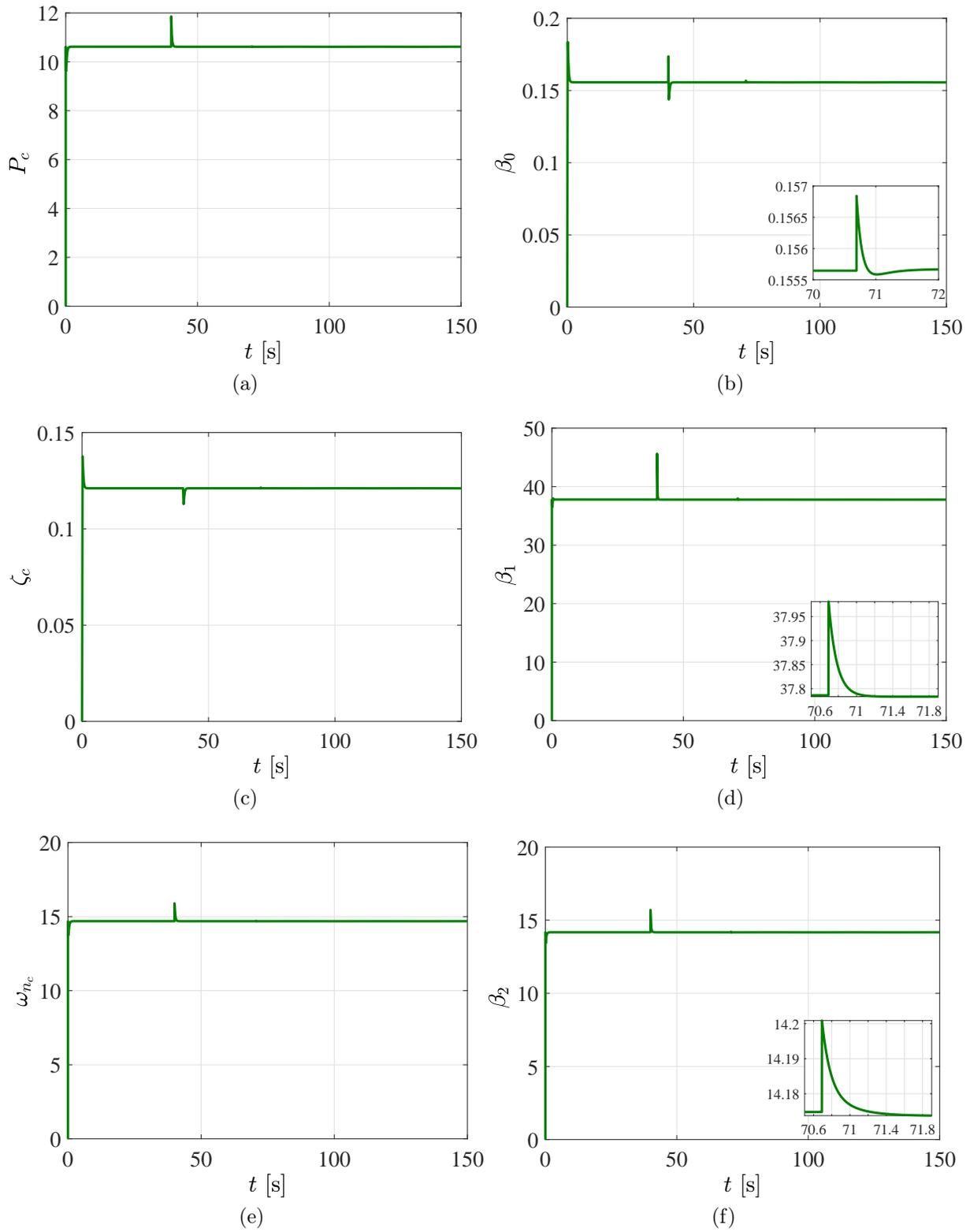


Figura 3.23: Comportamiento dinámico de las variables y parámetros de control, escenario 3.1.

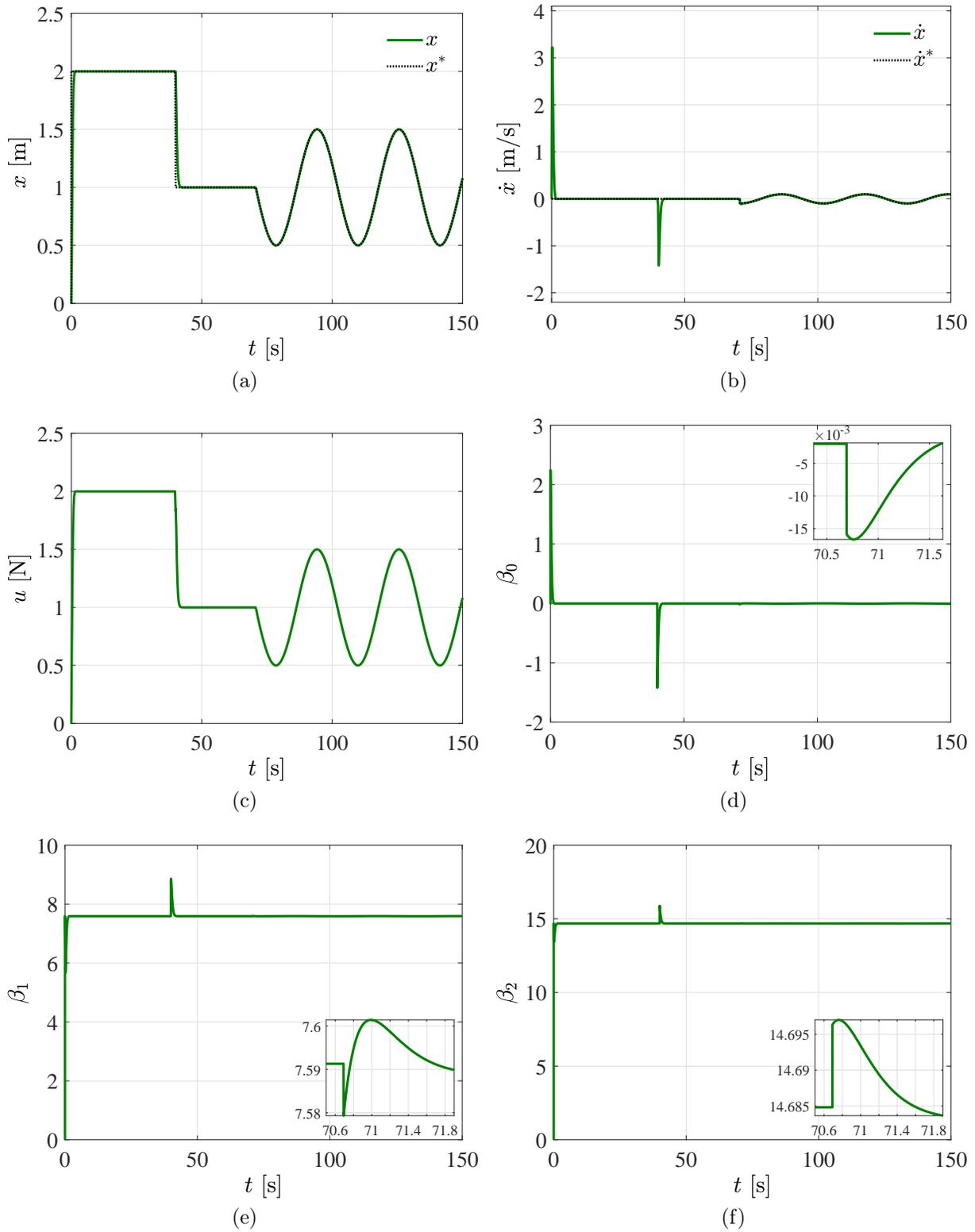


Figura 3.24: Seguimiento de trayectoria con controlador adaptativo, escenario 3.2

Nótese que en la Figura 3.24d el valor de la ganancia es negativo por un corto periodo de tiempo, lo cual posiblemente sea un factor para obtener un mejor desempeño que en el escenario 3.1, es decir, no se encuentra restringido el espacio de búsqueda en la etapa de entrenamiento ni en el cálculo en línea de las ganancias de control. En un esquema como el que se presenta en el escenario 2, sin características adaptativas y con valores de ganancias constantes, esta condición podría llevar a la inestabilidad del sistema.

Mediante simple inspección de los resultados gráficos, se puede concluir que la propuesta introducida en el escenario 2, tiene un mejor desempeño que los otros esquemas, sin embargo, si se configura y selecciona adecuadamente, tanto los parámetros de la RNBS como del algoritmo PSO, cualquiera de ellos permite que el sistema realice un seguimiento de trayectorias de manera eficiente.

3.6. Conclusiones

En esta sección se propone un esquema de control neuronal para tareas de regulación y seguimiento de trayectorias de referencia planificadas para un *quadrotor*. El enfoque de control presentado representa una eficiente alternativa debido a su simplicidad de aprendizaje en línea y a su naturaleza adaptativa ante diversas condiciones de operación. Diferente a algunas contribuciones de control reportadas en la literatura, las doce ganancias del control se adaptan de manera eficiente ante cambios en las señales de referencia, usando redes neuronales, sin requerir un modelo matemático detallado de la dinámica no lineal del sistema. Los resultados de simulación verifican el buen desempeño del control de seguimiento propuesto. Se incluyeron algunas comparaciones con un esquema de control no lineal basado en modos deslizantes de segundo orden, para mostrar que el uso apropiado de redes neuronales permite obtener un desempeño de seguimiento satisfactorio, sin la presencia de oscilaciones de alta frecuencia.

Así también, se introduce un esquema de entrenamiento fuera de línea de la RNBS basado en la optimización por enjambre de partículas, donde se propuso una función objetivo en términos de la respuesta transitoria de un sistema de segundo orden, mientras que este intenta seguir una referencia planificada del tipo escalón. En el esquema de entrenamiento se incluyeron solo 5s de la respuesta dinámica del sistema, ya que se asumió que la red neuronal podía compensar en línea las variaciones de la referencia planificada, así como la posible incertidumbre en el modelo, que fue verificado de manera satisfactoria mediante resultados de simulación.

El principal motivo de introducir el esquema RNBS-PSO para un sistema de segundo orden, es porque la dinámica del *quadrotor* puede desacoplarse en múltiples subsistemas mecánicos de segundo orden. Por lo tanto, la propuesta representa una alternativa eficiente para el control de movimiento del *quadrotor*. Finalmente, es importante resaltar que el uso de las RNBS puede extenderse para otros esquemas de control donde se desee contrarrestar el efecto de control de alta ganancia, como el esquema propuesto en el Capítulo 5.

Referencias

- [3.1] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, “Second order sliding mode control for a quadrotor UAV,” *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350 – 1356, 2014.
- [3.2] J.-J. Xiong and E.-H. Zheng, “Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV,” *ISA Transactions*, vol. 53, no. 3, pp. 725 – 731, 2014.
- [3.3] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, and A. G. Loukianov, “Robust block second order sliding mode control for a quadrotor ,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 719 – 739, 2012.
- [3.4] K. Chee and Z. Zhong, “Control, navigation and collision avoidance for an unmanned aerial vehicle,” *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 190, pp. 66 – 76, 2013.
- [3.5] M. Fatan, B. L. Sefidgari, and A. V. Barenji, “An adaptive neuro PID for controlling the altitude of quadcopter robot,” in *18th International Conference on Methods Models in Automation Robotics*, pp. 662–665, Aug 2013.
- [3.6] T. Dierks and S. Jagannathan, “Output Feedback Control of a Quadrotor UAV Using Neural Networks,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, no. 1, pp. 50–66, 2010.
- [3.7] C. Nicol, C. J. B. Macnab, and A. Ramirez-Serrano, “Robust neural network control of a quadrotor helicopter,” in *2008 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 1233–1238, May 2008.
- [3.8] C. Nicol, C. Macnab, and A. Ramirez-Serrano, “Robust adaptive control of a quadrotor helicopter,” *Mechatronics*, vol. 21, no. 6, pp. 927 – 938, 2011.
- [3.9] B. J. Emran and A. Yesildirek, “Robust nonlinear composite adaptive control of quadrotor,” *International journal of digital information and wireless Communications*, vol. 4, no. 2, pp. 213–225, 2014.
- [3.10] H. Boudjedir, O. Bouhali, and N. Rizoug, “Adaptive neural network control based on neural observer for quadrotor unmanned aerial vehicle,” *Advanced Robotics*, vol. 28, no. 17, pp. 1151–1164, 2014.

- [3.11] L. M. Argentim, W. C. Rezende, P. E. Santos, and R. A. Aguiar, "PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform," in *2013 International Conference on Informatics, Electronics and Vision*, pp. 1–6, May 2013.
- [3.12] S. Estelles and M. Tomas-Rodriguez, "Quadrotor multibody modelling by vehiclesim: adaptive technique for oscillations in a PVA control system," *Journal of Vibration and Control*, 2015.
- [3.13] P.-i. Pipatpaibul and P. R. Ouyang, "Application of Online Iterative Learning Tracking Control for Quadrotor UAVs," *ISRN Robotics*, vol. 2013, p. 20, 2013.
- [3.14] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Full control of a quadrotor," in *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 153–158, Oct 2007.
- [3.15] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, "PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor," in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2451–2456, September 2004.
- [3.16] S. Bouabdallah and R. Siegwart, "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor," in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247–2252, April 2005.
- [3.17] M. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*. Wiley, 2005.
- [3.18] M. Brown and C. Harris, *Neurofuzzy Adaptive Modelling and Control*. Hertfordshire, UK, UK: Prentice Hall International (UK) Ltd., 1994.
- [3.19] D. Saad, ed., *On-line Learning in Neural Networks*. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 1998.
- [3.20] A. H. Osman, T. Abdelazim, and O. P. Malik, "Transmission Line Distance Relaying Using On-Line Trained Neural Networks," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1257–1264, 2005.
- [3.21] A. P. Engelbrecht, "Introduction to Computational Intelligence," in *Computational Intelligence*, ch. 1, pp. 1–13, John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [3.22] V. Vassilidasis Assiliadis and G. Dounias, "Nature-Inspired Intelligence: A Rewiew of Selected Methods and Applications," *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, vol. 18, no. 4, pp. 487–516, 2009.
- [3.23] J. D. Ser, E. Osaba, D. Molina, X.-S. Yang, S. Salcedo-Sanz, D. Camacho, S. Das, P. N. Suganthan, C. A. C. Coello, and F. Herrera, "Bio-inspired computation: Where we

- stand and what's next," *Swarm and Evolutionary Computation*, vol. 48, pp. 220 – 250, 2019.
- [3.24] C. Blum and X. Li, "Swarm Intelligence in Optimization," in *Swarm Intelligence: Introduction and Applications* (C. Blum and D. Merkle, eds.), ch. 1, pp. 43–85, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [3.25] X.-S. Yang and M. Karamanoglu, "Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: An Overview," in *Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation* (X.-S. Yang, Z. Cui, R. Xiao, A. H. Gandomi, and M. Karamanoglu, eds.), ch. 1, pp. 3 – 23, Oxford: Elsevier, 2013.
- [3.26] J. Sun, C.-H. Lai, and X.-J. Wu, "Introduction," in *Particle Swarm Optimisation: Classical and Quantum Perspectives*, ch. 1, pp. 1–22, Taylor & Francis, 2016.
- [3.27] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "Particle Swarm Optimization," in *Particle Swarm Optimization and Intelligence: Advances and Applications*, pp. 25–41, Hershey, PA, USA: IGI Global, 2010.
- [3.28] K. Hussain, M. N. Mohd Salleh, S. Cheng, and Y. Shi, "Metaheuristic research: a comprehensive survey," *Artificial Intelligence Review*, vol. 52, no. 4, pp. 2191–2233, 2019.
- [3.29] I. Fister-Jr., X. Yang, I. Fister, J. Brest, and D. Fister, "A Brief Review of Nature-Inspired Algorithms for Optimization," *Elektrotehnikski vestnik*, vol. 80, no. 3, pp. 116–122, 2013.
- [3.30] A. Nayyar and N. G. Nguyen, "Introduction to Swarm Intelligence," in *Advances in Swarm Intelligence for Optimizing Problems in Computer Science* (A. Nayyar, D.-N. Le, and N. G. Nguyen, eds.), ch. 3, pp. 53 – 75, New York: Chapman and Hall/CRC, 2018.
- [3.31] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of International Conference on Neural Networks*, vol. 4, pp. 1942–1948, November 1995.
- [3.32] R. C. Eberhart and J. Kennedy, "A new optimizer using particle swarm theory," in *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, pp. 39–43, October 1995.
- [3.33] P. Li and H. Duan, "Bio-inspired Computation Algorithms," in *Bio-inspired Computation in Unmanned Aerial Vehicles*, pp. 35–69, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- [3.34] A. P. Engelbrecht, "Particle Swarm Optimization," in *Computational Intelligence*, ch. 16, pp. 289–358, John Wiley & Sons, Ltd, 2007.

- [3.35] M. Clerc, “On a Table Corner,” in *Particle Swarm Optimization*, ch. 2, pp. 29–36, John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
- [3.36] J. Kennedy, R. C. Eberhart, and Y. Shi, “The Particle Swarm,” in *Swarm Intelligence*, The Morgan Kaufmann Series in Artificial Intelligence, ch. 7, pp. 287 – 325, San Francisco: Morgan Kaufmann, 2001.
- [3.37] J. Kennedy, R. C. Eberhart, and Y. Shi, “Applications,” in *Swarm Intelligence*, The Morgan Kaufmann Series in Artificial Intelligence, ch. 9, pp. 369 – 392, San Francisco: Morgan Kaufmann, 2001.
- [3.38] F. Marini and B. Walczak, “Particle swarm optimization (PSO). A tutorial,” *Chemo-metrics and Intelligent Laboratory Systems*, vol. 149, pp. 153 – 165, 2015.
- [3.39] J. C. Bansal, “Particle Swarm Optimization,” in *Evolutionary and Swarm Intelligence Algorithms* (J. C. Bansal, P. K. Singh, and N. R. Pal, eds.), pp. 11–23, Cham: Springer International Publishing, 2019.
- [3.40] R. Poli, J. Kennedy, and T. Blackwell, “Particle swarm optimization,” *Swarm Intelligence*, vol. 1, no. 1, pp. 33–57, 2007.
- [3.41] X.-S. Yang, “Particle Swarm Optimization,” in *Nature-Inspired Optimization Algorithms*, pp. 99 – 110, Oxford: Elsevier, 2014.
- [3.42] I. Koochi and V. Z. Groza, “Optimizing Particle Swarm Optimization Algorithm,” in *2014 IEEE 27th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 1–5, May 2014.
- [3.43] J. L. Awange, B. Paláncz, R. H. Lewis, and L. Völgyesi, “Particle Swarm Optimization,” in *Mathematical Geosciences: Hybrid Symbolic-Numeric Methods*, pp. 167–184, Cham: Springer International Publishing, 2018.
- [3.44] N. Lobontiu, “Mechanical Systems I,” in *System Dynamics for Engineering Students*, pp. 25 – 64, Boston: Academic Press, 2010.
- [3.45] H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera, O. Aguilar-Mejía, and F. Beltran-Carbajal, “Control Neuronal en Línea para Regulación y Seguimiento de Trayectorias de Posición para un Quadrotor,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 14, no. 2, pp. 141 – 151, 2017.
- [3.46] K. Ogata, “Análisis de la respuesta transitoria y estacionaria,” in *Ingeniería de Control Moderna*, ch. 5, Madrid, España: Pearson Education, 2010.
- [3.47] J. Han, “From PID to Active Disturbance Rejection Control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 900–906, 2009.

-
- [3.48] H. Yáñez-Badillo, R. Tapia-Olvera, F. Beltrán-Carbajal, O. Aguilar-Mejía, and I. López-García, “Un enfoque de control de movimiento de un helicóptero con cuatro rotores,” *Research in Computing Science*, vol. 120, pp. 21–30, 2016.

Capítulo 4

Control activo de un RW-UAV

En este capítulo se aborda el problema del control de movimiento del *quadrotor* desde un enfoque de control activo para la absorción y atenuación de vibraciones, con la intención de ejecutar tareas de regulación y seguimiento mientras se suprimen las excitaciones armónicas exógenas que afectan al sistema. Para ello, se introducen dos esquemas de control basados en las teorías de modos deslizantes y de los absorbedores virtuales de vibraciones. En el primer esquema se utiliza un polinomio de Taylor para aproximar las fuerzas armónicas en una pequeña ventana de tiempo para mejorar las capacidades de rechazo de perturbaciones del esquema de control activo, el cual está basado en la metodología de control por modos deslizantes. La dinámica subactuada del vehículo se regula adecuadamente alrededor de una posición deseada mediante trayectorias de movimiento de inclinación y balanceo. Por su parte, en el segundo enfoque, se presenta un estudio sobre la aplicación de absorbedores activos de vibraciones para la síntesis de un esquema de control de movimiento para el *quadrotor*. Aquí, los absorbedores se sintonizan a frecuencias de excitación armónicas no deseadas y se integran en controladores de regulación de movimiento. Finalmente, se incluyen algunos escenarios de simulación por computadora para verificar el desempeño satisfactorio de los enfoques de control propuestos mientras que el vehículo está sujeto a fuerzas de excitación armónicas.

4.1. Introducción

El *quadrotor* ha sido ampliamente estudiado en los últimos años por investigadores en diferentes campos tecnológicos de interés, dentro de los cuales podemos destacar principalmente a la teoría de control, electrónica de potencia, sensores y actuadores, aeronáutica, vibraciones mecánicas, comunicaciones, vuelo interactivo y cooperativo, detección de fallas, acondicionamiento y procesamiento de señales e identificación de parámetros. Algunos de los retos que se tienen para controlar de manera eficiente a este tipo de vehículos en entornos operativos desconocidos son la incertidumbre paramétrica, la dinámica no modelada y las perturbaciones.

Una de las estrategias de control que ha demostrado ser una alternativa eficaz para controlar plantas dinámicas no lineales complejas y que enfrentan condiciones de incertidumbre es el control basado en modos deslizantes [4.1]. Por esta razón, en la literatura se han presentado diferentes propuestas de control basadas en los modos deslizantes, con el fin de lograr un movimiento apropiado de este RW-UAV sujeto a perturbaciones exógenas [4.2-4.5]. El control por modos deslizantes se basa en el diseño de una superficie deslizante y la acción de controladores discontinuos [4.6]. Es común la presencia de oscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) debido a la acción de discontinua del controlador por retroalimentación, que emplea la función *signum*. Por lo tanto, un diseño adecuado de las superficies deslizantes y de los lazos de retroalimentación, producen una respuesta adecuada del sistema a lazo cerrado, ya que las trayectorias tanto de las variables de estado como las de movimiento deseadas, se incluyen directamente en el diseño del esquema de control [4.7]. Algunas características interesantes están asociadas a esta estrategia de control no lineal, entre las que destacan su insensibilidad a las perturbaciones endógenas y exógenas y una convergencia en tiempo finito de las variables deslizantes a cero [4.8], [4.9]. Sin embargo, se presentan algunos inconvenientes en el esquema convencional de este control de retroalimentación discontinua entre los principales sobresalen el *chattering*, las variables de estado solo convergen de manera asintótica y la compensación adecuada de la acción de control solo es válida para las perturbaciones coincidentes (*matched disturbances*), cuando las perturbaciones actúan en el mismo canal que está actuando la entrada de control [4.6].

Por otro lado, otro mecanismo con el que se han obtenido resultados satisfactorios para atenuar vibraciones armónicas indeseables son los absorbedores activos de vibración. Amortiguadores de masa sintonizados, antivibradores, neutralizadores de vibraciones, amortiguadores dinámicos y amortiguadores son nombres adoptados en la literatura para describir un amortiguador dinámico de vibraciones [4.10-4.13]. Los absorbedores de vibraciones también son sistemas mecánicos constituidos por elementos de inercia, rigidez y amortiguamiento debidamente seleccionados, que se acoplan a la estructura mecánica flexible (sistema primario) para protegerse contra las vibraciones armónicas nocivas. Se han propuesto diversas configuraciones para los absorbedores de vibraciones con el fin de obtener niveles aceptables de atenuación de las vibraciones [4.10]. Los absorbedores pasivos de vibraciones están sintonizados para suprimir eficientemente excitaciones armónicas de frecuencias específicas, sin utilizar alguna fuente de energía externa. Sin embargo, el rendimiento dinámico de los absorbedores pasivos de vibraciones podría deteriorarse para escenarios operativos de frecuencias de excitación variables inciertas. Por lo tanto, se han propuesto absorbedores de vibraciones activos para mejorar la capacidad de supresión de vibraciones para fuerzas de excitación de frecuencia variable, por ejemplo en [4.14].

En este capítulo, se presentan dos metodologías basadas en modos deslizantes y en los absorbedores de vibraciones para la regulación de la posición de un helicóptero multi-rotor. En ambos esquemas, se evalúa el comportamiento dinámico a lazo cerrado del *quadrotor* mientras está sujeto a los efectos de fuerzas armónicas perturbadoras para mostrar la solidez

de los enfoques propuestos. En la primera propuesta la dinámica de traslación está regulada por una etapa de compensación integral, mientras que el movimiento de rotación se controla mediante modos deslizantes. Por su parte, la segunda propuesta utiliza absorbedores de vibraciones tanto para la dinámica subactuada como para la totalmente actuada. En los dos esquemas propuestos, las entradas de control se presentan como señales de par transformado, que son una relación entre el tensor de inercia y los pares de control naturales. Finalmente, se presentan simulaciones de software para mostrar la efectividad y solidez de las estrategias de control no lineal propuestas.

4.2. Ecuaciones de movimiento del *quadrotor*

Una representación no trivial para la dinámica del cuerpo rígido del *quadrotor* se presenta en [4.15] y [4.16], donde se ha validado exhaustivamente mediante simulaciones numéricas y pruebas experimentales que la dinámica compacta del *quadrotor* se puede representar mediante

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= -u \sin \theta + f_x \\
 m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi + f_y \\
 m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg + f_z \\
 \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \\
 \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta \\
 \ddot{\psi} &= \tilde{\tau}_\psi
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde x , y y z son las coordenadas cartesianas que describen la posición del centro de masas del *quadrotor*, con respecto al marco inercial fijo a la tierra (como se presenta en el Capítulo 2). Por su parte, m es la masa concentrada del vehículo y g la aceleración debida a la gravedad. Las entradas de control u , $\tilde{\tau}_\psi$, $\tilde{\tau}_\psi$ y $\tilde{\tau}_\psi$ son la fuerza colectiva de empuje y los torques transformados de guiñada, cabeceo y balanceo, respectivamente [4.15]. Además, para resaltar la efectividad del uso de los controladores robustos propuestos basados en las compensaciones integrales y los modos deslizantes, se consideran algunas fuerzas perturbadoras exógenas representadas por $f_j = A_j \sin(\omega_j t)$, para $j = x, y, z$, que afectan la dinámica de vuelo del cuatri-rotor.

4.3. Un enfoque de control de movimiento basado en modos deslizantes

En el esquema de control propuesto, la regulación del movimiento del *quadrotor* en el plano horizontal se realiza a través de trayectorias controladas adecuadamente de los ángulos

de cabeceo y balanceo, θ y ϕ , respectivamente. Por tal motivo, se introducen los siguientes controladores virtuales para regular la dinámica sin actividad en las direcciones x y y ,

$$\begin{aligned} v_x &= -(v_z + mg)(\cos \phi)^{-1} \tan \theta \\ v_y &= (v_z + mg) \tan \phi \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde las referencias de trayectoria de los movimientos angulares θ y ϕ está dado por

$$\begin{aligned} \theta^* &= \tan^{-1} \left(-\frac{v_x \cos \phi}{v_z + mg} \right) \\ \phi^* &= \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_z + mg} \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Entonces, la dinámica del *quadrotor* se resume mediante el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= v_x + f_x \\ m\ddot{y} &= v_y + f_y \\ m\ddot{z} &= v_z + f_z \\ \ddot{\psi} &= \tilde{\tau}_\psi \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (4.4)$$

con

$$u = \frac{v_z + mg}{\cos \theta \cos \phi} \quad (4.5)$$

Para propósitos de diseño del controlador, se consideran las fuerzas armónicas de excitación f_j , $j = x, y, z$, que se aproximan dentro de una pequeña ventana de tiempo mediante un polinomio de Taylor de r -orden

$$f_j \approx \sum_{i=0}^r p_{i,j} t^i \quad (4.6)$$

Por lo tanto, para contrarrestar de manera activa las vibraciones inducidas al cuerpo del vehículo, se proponen los siguientes controladores dinámicos con el fin de lograr una apropiada regulación de la posición del cuatri-rotor:

$$\begin{aligned} v_j &= -\alpha_{0,j}\eta_{1,j} - \alpha_{1,j}\eta_{2,j} - \alpha_{2,j}e_j - \alpha_{3,j}\dot{e}_j \\ \dot{\eta}_{1,j} &= \eta_{2,j} \\ \dot{\eta}_{2,j} &= e_j \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde e_j son los errores de regulación entorno al punto deseado de operación (x^*, y^*, z^*) , definidos por: $e_x = x - x^*$, $e_y = y - y^*$ y $e_z = z - z^*$. Además, el conjunto de parámetros

de diseño $\{\alpha_{0,j}, \alpha_{1,j}, \alpha_{2,j}, \alpha_{3,j}\}$ deben de ser seleccionados de manera adecuada para asegurar estabilidad a lazo cerrado y de esta manera lograr niveles aceptables de atenuación de las vibraciones. Nótese que durante la síntesis de los controladores auxiliares [4.7](#), se utiliza una familia de polinomios de Taylor de primer orden para modelar las fuerzas de excitación. Por otro lado, para regular la dinámica angular del vehículo se proponen los siguientes controladores de torque basados en modos deslizantes

$$\tilde{\tau}_k = \tilde{\tau}_k^* - \beta_k \dot{e}_k - \gamma_k \sigma_k - W_k \text{sign}(\sigma_k) \quad (4.8)$$

con $\tilde{\tau}_k$, $k = \psi, \theta, \phi$, parámetros positivos de control β_k , γ_k and W_k , y superficies de deslizamiento σ_k definidas por

$$\sigma_k = \dot{e}_k + \beta_k e, \quad \beta_k > 0 \quad (4.9)$$

4.4. Resultados de la primera propuesta

Con el fin de resaltar las cualidades del esquema de control por modos deslizantes para para enfrentar perturbaciones armónicas y regular los desplazamientos del cuadrotor, se llevan a cabo algunas simulaciones numéricas en MATLAB[®]. En estas simulaciones el helicóptero debe desplazarse desde una posición inicial con coordenadas $[x_0, y_0, z_0]$ hasta el punto deseado $[x^*, y^*, z^*]$. Para obtener una respuesta transitoria de características suaves entre los estados iniciales y finales, se utilizan curvas de interpolación de Bézier definidas por las siguiente expresión

$$\mathcal{B}(t, T_1, T_2) = \frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \left[r_1 - r_2 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right) + r_3 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right)^2 - \dots + r_6 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right)^5 \right] \quad (4.10)$$

donde los tiempos T_1 y T_2 son los puntos de control del polinomio.

El esquema de movimiento del helicóptero es: primero, el *quadrotor* se lleva de la posición inicial $z_0 = 0\text{m}$ hasta el punto deseado $z^* = 5\text{m}$, en un lapso de tiempo $t = 10\text{s}$, como se observa en la Figura [4.7a](#). Véase que el controlador diseñado basado en la compensación integral es capaz de contrarrestar los efectos gravitatorios que afectan el desplazamiento vertical del robot, como se aprecia en la Figura [4.7b](#). Asimismo, se observa que se obtienen resultados aceptables de regulación en un punto deseado de *hovering* sin importar los efectos inducidos por la presencia de una componente de vibración armónica $fz = \sin(10t)$ que está perturbando el vuelo estable del helicóptero desde el instante $t = 20$.

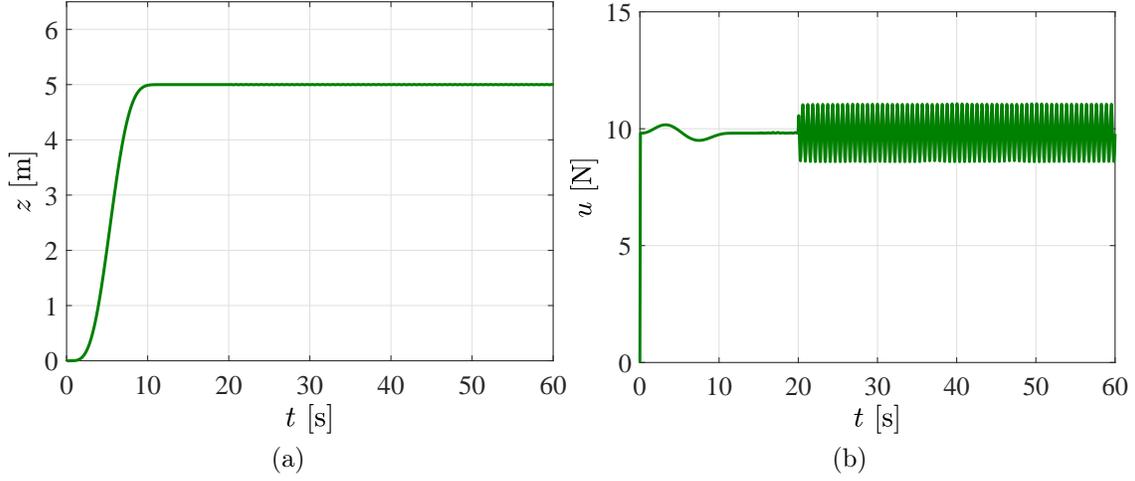


Figura 4.1: Movimiento vertical controlado mediante el esquema basado en modos deslizantes.

Por su parte, el movimiento regulado con respecto a las posiciones deseadas x^* y y^* está dado por [4.11](#) y [4.12](#),

$$x^*(t) = \begin{cases} 0 \text{ m}, & t \leq 15 \text{ s} \\ 3 \text{ m}, & 15 \text{ s} < t \leq 35 \text{ s} \\ 0 \text{ m}, & t > 35 \text{ s} \end{cases} \quad (4.11) \quad y^*(t) = \begin{cases} 0 \text{ m}, & t \leq 25 \text{ s} \\ 3 \text{ m}, & 25 \text{ s} < t \leq 45 \text{ s} \\ 0 \text{ m}, & t > 45 \text{ s} \end{cases} \quad (4.12)$$

En la Figura [4.2](#) se presenta el comportamiento dinámico de las variables de estado y de control que promueven y afectan el desplazamiento del *quadrotor* en dirección X . De igual manera, se observa la adecuada acción del controlador virtual v_x y $\tilde{\tau}_\theta$, para la regulación del movimiento del helicóptero, así como una correcta compensación del sistema a lazo cerrado cuando se inyecta una perturbación armónica externa dada por $f_x = 0.5 \sin(10t)$ N, en el instante de tiempo $t = 20$ s. De igual manera, se aprecian los efectos del controlador discontinuo en el seguimiento de la trayectoria del ángulo de cabeceo definido por [4.3](#).

Por otro lado, en la Figura [4.3](#) se presenta la entrada de control transformada para la regulación del movimiento en dirección Y . Aquí, se puede observar que el seguimiento de la referencia de trayectoria angular ϕ^* permite el control de posición del helicóptero de manera adecuada. De igual manera se aprecia que el esquema de control compuesto por el controlador virtual v_y y el control transformado $\tilde{\tau}_\phi$ le permite al sistema el rechazo activo de una entrada perturbada armónica suministrada en el tiempo de simulación $t = 35$ s, la cual está dada por $f_y = 0.5 \sin(10t)$ N.

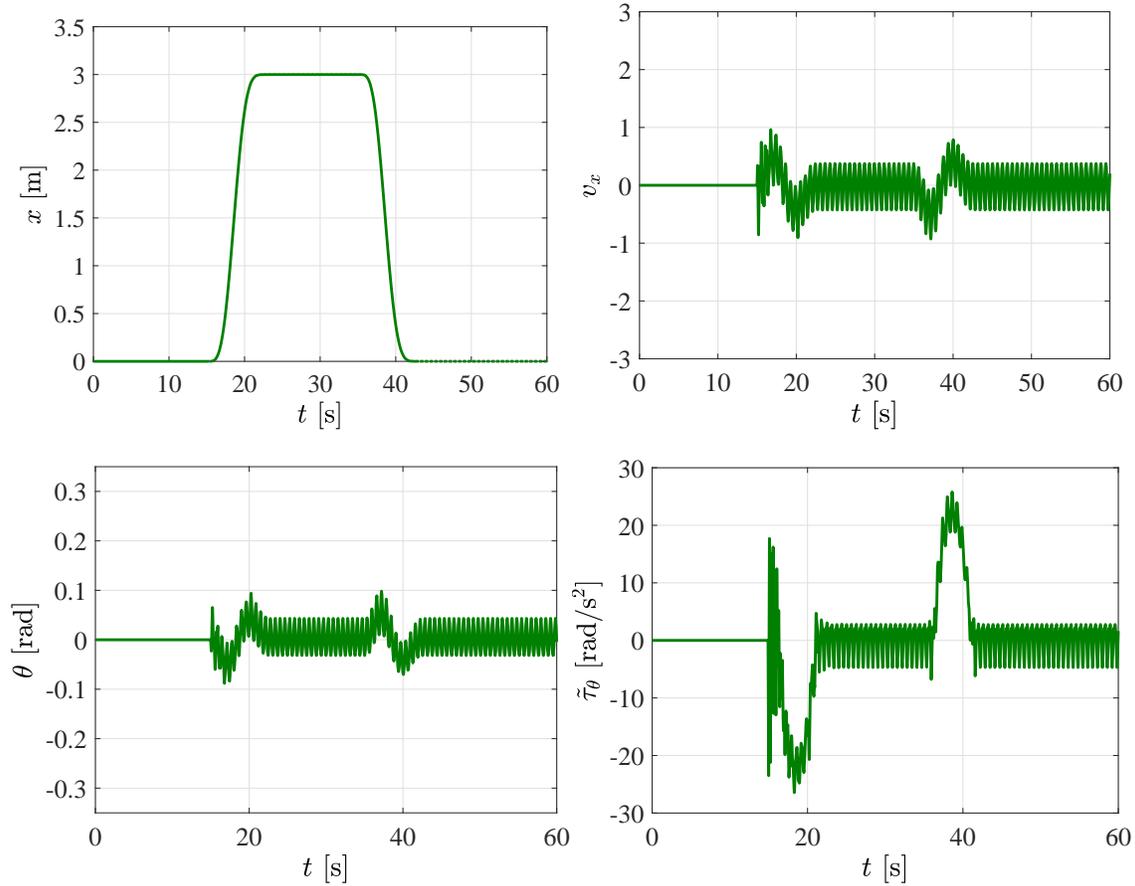


Figura 4.2: Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_x y $\tilde{\tau}_\theta$, primera propuesta.

Los valores del estado inicial de guiñada están definidas por $\psi_0 = 0.5$, para posteriormente alcanzar la posición deseada $\psi^* = 0$ aproximadamente en $t = 12$ s. Finalmente, en la Figura 4.4a se observa el movimiento totalmente controlado del *quadrotor* mediante el esquema de control propuesto. Como se esperaba, se logra una regulación adecuada para el movimiento en cada una de las direcciones del plano cartesiano, incluso en presencia de perturbaciones armónicas indeseables. La compensación integral permite una supresión efectiva de las fuerzas perturbadoras del movimiento de traslación, mientras que el movimiento angular se controla mediante el mecanismo de modos deslizantes.

En otro contexto, la respuesta dinámica a lazo cerrado tanto de la regulación del movimiento de guiñada deseado ψ^* como del controlador $\tilde{\tau}_\psi$ se muestra en las Figuras 4.5a y 4.5b, donde se aprecia que las tareas de regulación se llevan a cabo de manera eficiente sin importar la presencia de las componentes de fuerza armónicas afectando los otros grados de libertad.

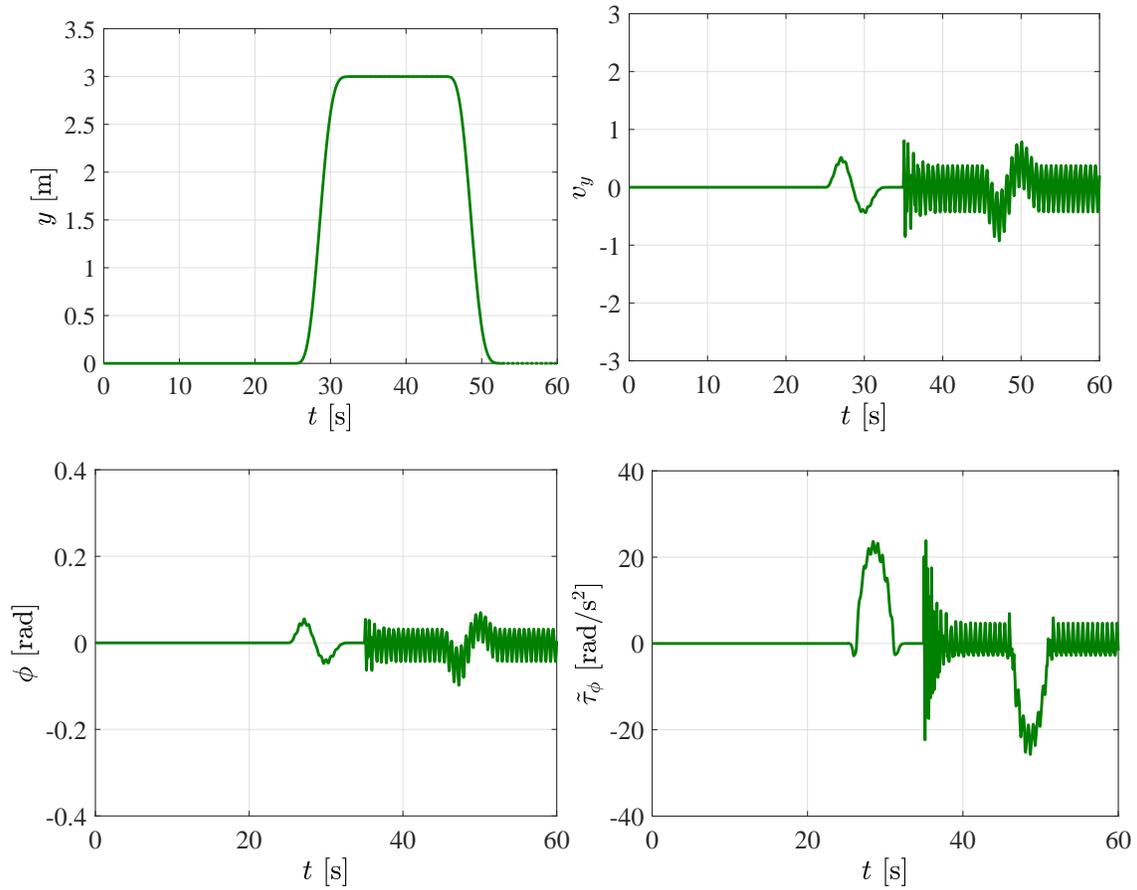


Figura 4.3: Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_y y $\tilde{\tau}_\phi$, primera propuesta.

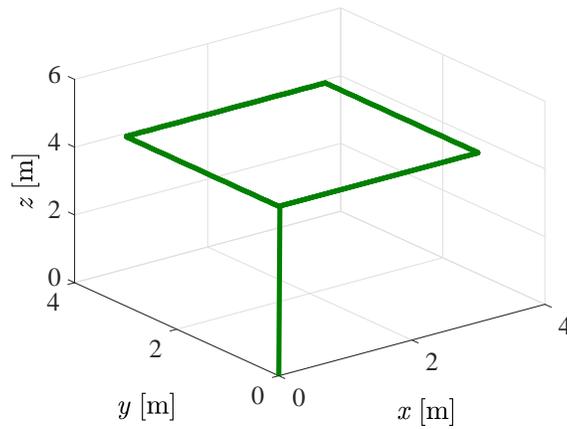


Figura 4.4: Movimiento regulado del helicóptero en el espacio cartesiano.

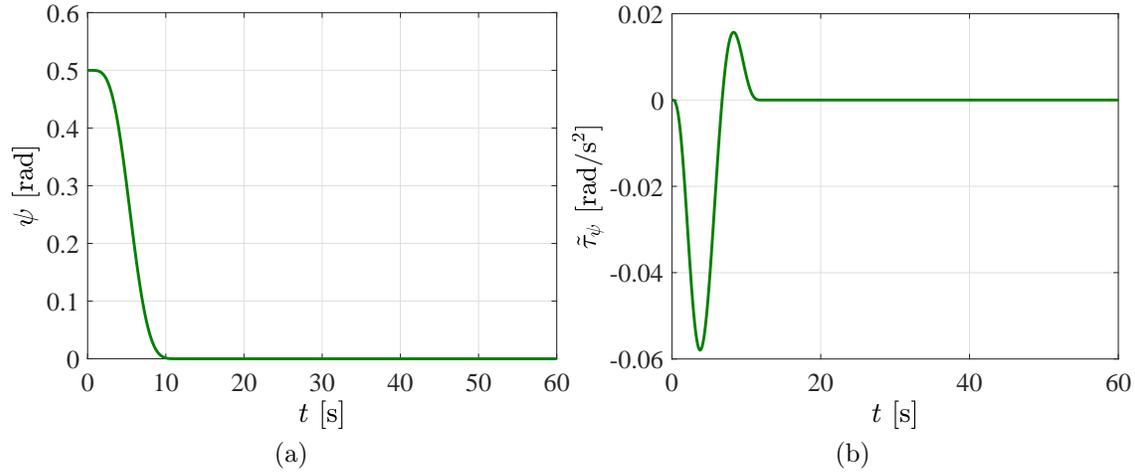


Figura 4.5: Control de la dinámica totalmente actuada del movimiento de guiñada mediante el control basado en modos deslizantes.

4.5. Un esquema de control de movimiento basado en absorbedores virtuales

En (4.6) se presenta el modelo clásico de un sistema vibratorio primario Σ_1 con un absorbedor activo de vibraciones Σ_2 , que están interconectados según el esquema de la Figura 4.6

$$\begin{aligned}\Sigma_1 : m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= k_2(x_2 - x_1) + f(t) \\ \Sigma_2 : m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) &= u\end{aligned}\quad (4.13)$$

donde $f(t)$ representa una fuerza armónicas descrita por

$$f(t) = F_0 \sin(\omega t) \quad (4.14)$$

donde F_0 es la amplitud y ω es la frecuencia de excitación. Mientras tanto x_1 es la variable que describe la posición del sistema primario y x_2 es la posición coordenada del absorbedor.

Adicionalmente, u representa la entrada de fuerza de control que se utiliza para sintonizar en línea el absorbedor de vibraciones, con el fin de suprimir de manera efectiva las fuerzas armónicas $f(t)$; m_1 , c_1 y k_1 indican la inercia, amortiguamiento y rigidez del sistema primario, respectivamente. Por su parte, las variables m_2 , c_2 y k_2 son parámetros de diseño del controlador que deben seleccionarse de manera apropiada. La frecuencia de sintonización de un absorbedor de vibraciones pasivo, ω_{n2} , se selecciona comúnmente manteniendo la siguiente relación

$$\omega_{n2} = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \omega \quad (4.15)$$

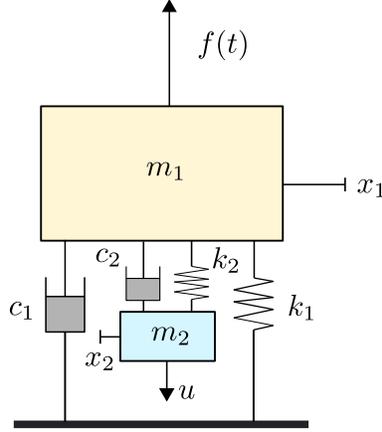


Figura 4.6: Absorbedor activo de vibraciones.

De esta manera se pueden lograr niveles significativos de atenuación de las vibraciones entorno a una frecuencia de excitación específica ω mediante el uso de absorbedores pasivos de vibraciones ligeramente amortiguados, es decir, con $c_2 \approx 0$. Esta propiedad de absorción de vibración pasiva se ha ampliado adecuadamente para escenarios de frecuencia de excitación variable mediante técnicas de control de vibración activa y estimación de frecuencia en línea [4.14]. Ahora, sin pérdida de generalidad, considere el siguiente sistema dinámico perturbado armónicamente Σ_1 descrito por

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= -\frac{k}{m}y_1 - \frac{c}{m}y_2 + \frac{1}{m}u + \frac{1}{m}f \\ y &= y_1 \end{cases} \quad (4.16)$$

donde y es la variable de salida a controlar mediante la entrada de control u mientras el sistema esta sujeto a la acción de fuerzas armónicas f . Por lo tanto, se propone el siguiente controlador dinámico basado en la implementación de absorbedores de vibraciones virtuales Σ_2 para suprimir los armónicos de fuerza de frecuencia indeseables:

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 &= -\frac{k_a}{m_a}(\eta_1 - y_1) \\ u &= k_a(\eta_1 - y_1) \end{cases} \quad (4.17)$$

aquí los parametros positivos del absorbedor virtual deben seleccionarse de tal manera se satisfaga que $\omega^2 = k_a/m_a$ y de esta manera garantizar estabilidad del sistema a lazo cerrado. Por lo tanto, al considerar al cuatri-rotor como el sistema primario durante el proceso de análisis y diseño, se proponen los siguientes controladores dinámicos basados en absorbedores de vibraciones virtuales, de manera similar a los introducidos en (4.17), los cuales permiten llevar a cabo tareas de regulación de movimiento alrededor de algún punto de operación

deseado y la supresión activa de fuerzas armónicas,

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{\cos \phi \cos \theta} (v_z + mg) \\
 \tilde{\tau}_\psi &= \tilde{\tau}_\psi^* + v_\psi \\
 \tilde{\tau}_\theta &= \tilde{\tau}_\theta^* + v_\theta \\
 \tilde{\tau}_\phi &= \tilde{\tau}_\phi^* + v_\phi
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

con

$$\begin{aligned}
 \dot{\eta}_{1,i} &= \eta_{2,i} \\
 \Sigma_i : \dot{\eta}_{2,i} &= -\frac{k_{a,i}}{m_{a,i}} (\eta_{1,i} - e_i) \\
 v_i &= -\beta_{0,i} e_i - \beta_{1,i} \dot{e}_i + k_{a,i} (\eta_{1,i} - e_i)
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

donde $e_i = i - i^*$ representan los errores de regulación para $i = x, y, z, \psi, \theta, \phi$; x^*, y^*, z^* y ψ^* se planifican fuera de línea; θ^* y ϕ^* se calculan en línea mediante (4.3), las cuales se utilizan para la regulación de las variables x y y desde la posición inicial del vehículo hasta las coordenadas deseadas en el plano horizontal. Por lo tanto, las ganancias de control de la dinámica angular deben seleccionarse adecuadamente para que sean mucho más rápidas que el movimiento de traslación en x y y . Nótese que para evitar posibles condiciones de incontrolabilidad o singularidad en la representación del modelo 4.1, los ángulos θ y ϕ deben acotarse de tal manera que su valor este comprendido en el intervalo abierto $(-\pi/2, \pi/2)$.

4.6. Resultados de la segunda propuesta

Para probar el desempeño del controlador propuesto se realizan diversas simulaciones numéricas, donde el *quadrotor* se lleva desde una posición inicial hasta un punto de operación estacionario de *hovering* que está definido por el conjunto de coordenadas (x^*, y^*, z^*) . Téngase en cuenta que algunas de las variables utilizadas tanto para el diseño de ambos esquemas como para describir la dinámica del absorbedor de vibraciones, se utilizan para representar el diseño de otros controladores (por ejemplo, v_x y v_y en el control por modos deslizantes) y para modelar la dinámica del *quadrotor* (por ejemplo, u que representa la entrada de fuerza principal y u que describe la entrada de fuerza de control que se utiliza para sintonizar en línea el absorbedor de vibraciones), respectivamente, por lo que no debe confundirse su uso en particular.

Dentro del esquema general de simulación, se lleva en primera instancia al helicóptero desde el reposo en tierra, $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ m, $\theta(0) = \phi(0) = 0$ and $\psi = 0.7$ rad, hasta la posición vertical deseada $z^* = 15$ m, en un lapso de tiempo aproximado de 5 s medinte la entrada de control u , como se observa en las Figuras 4.7a y 4.7b.

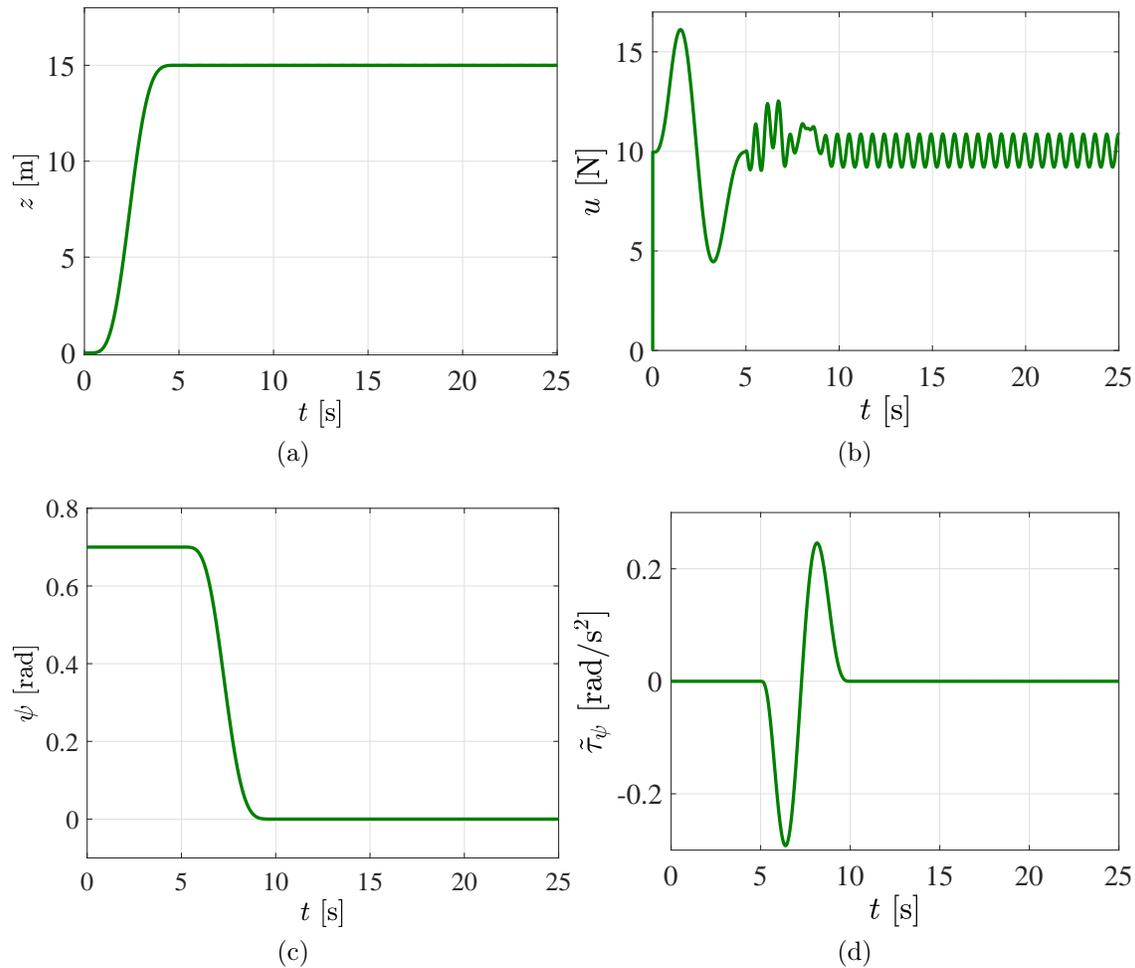


Figura 4.7: Movimiento vertical controlado mediante las entradas de control u y $\tilde{\tau}_\psi$, segunda propuesta.

Mientras tanto, el ángulo de guiñada se lleva a la coordenada deseada $\psi^* = 0$ rad por medio de la entrada de control $\tilde{\tau}_\psi$, como se aprecia en las Figuras 4.7c y 4.7d, respectivamente. Posteriormente, mediante la acción de los controladores virtuales v_x y v_y se realiza un desplazamiento hacia las coordenadas $x^* = 10$ m y $y^* = 10$ m sobre el plano horizontal, Figuras 4.8 y 4.9.

Nótese que en esta sección se emplean también curvas de Bézier para obtener una transferencia suave entre las condiciones iniciales y finales, para lo cual, de manera simultánea, el controlador debe suprimir de manera efectiva las perturbaciones inducidas por una fuerza armónica externa. Es importante también resaltar la transferencia suficientemente suave hacia la configuración de movimiento planificada para el *quadrotor* gracias al uso de polinomios de interpolación entre los estados operativos especificados 4.14.

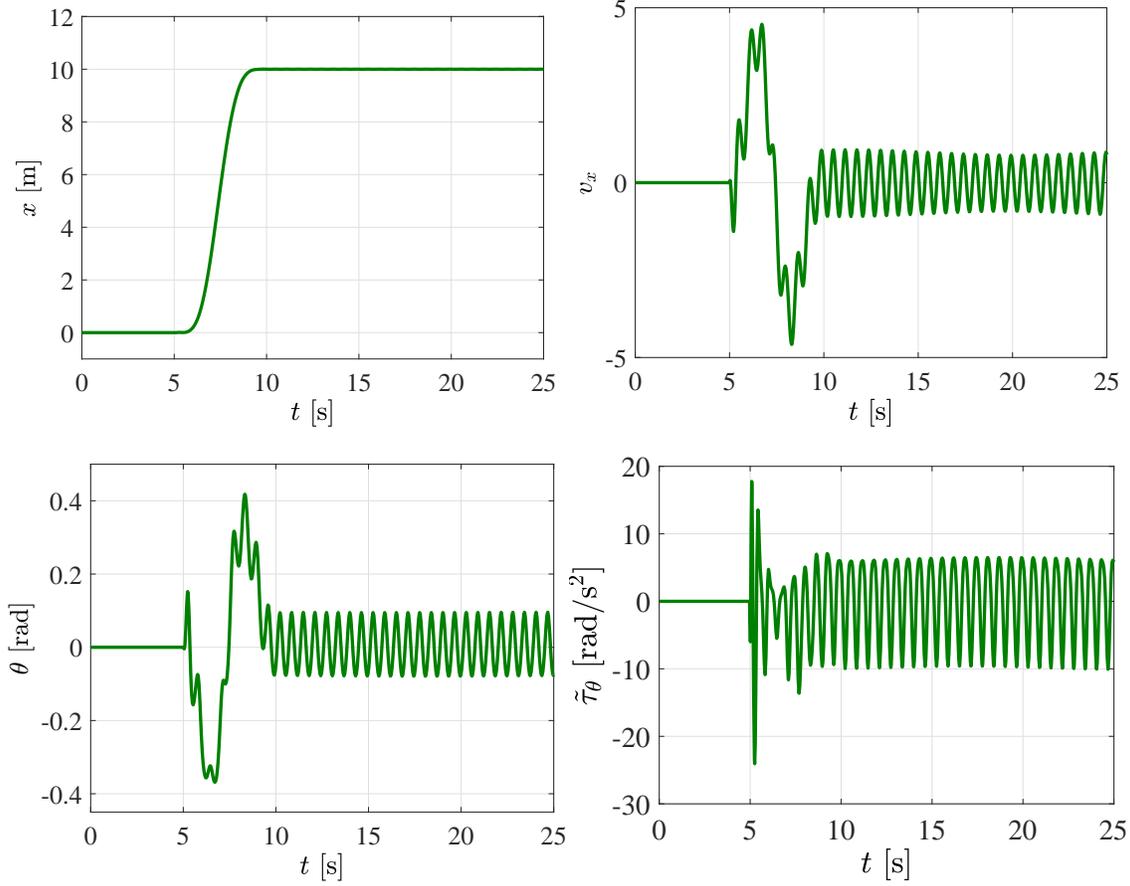


Figura 4.8: Regulación de la dinámica subactuada mediante los controladores v_x y $\tilde{\tau}_\theta$, segunda propuesta.

De las Figuras 4.7, 4.8 y 4.9 se confirma una apropiada estabilización del *quadcopter* alrededor de (x^*, y^*, z^*) , donde las trayectorias controladas de los ángulos de cabeceo y balanceo utilizados para lograr el movimiento en las direcciones x y y . Asimismo, se observa la acción efectiva de los controladores basados en los absorbedores virtuales, los cuales son capaces de activamente absorber los efectos indeseables de las fuerzas armónicas indeseables $f_j = \sin(10t)$ N para $j = x, y, z$ que se inyectan al sistema en $t = 5$ s. Por su parte las ganancias de los controladores de torque transformados (en unidades de aceleración angular) y de fuerza de sustentación se eligen de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\beta_{0,i} &= \omega_{n,i}^2 \\ \beta_{1,i} &= 2\zeta_i\omega_{n,i}\end{aligned}\tag{4.20}$$

con $\omega_{n,j} = 10$ rad/s, $j = x, y, z$, $\omega_{n,k} = 50$ rad/s, $k = \theta, \phi, \psi$, $\zeta_i = 0.7071$, $i = j, k$. Por lo tanto, los absorbedores se sintonizan a una frecuencia $\omega_{a,i} = 10$ rad/s, con $m_{a,i} = m/2$,

mediante las cuales se compensa de manera activa las fuerzas armónicas que afectan el vuelo estacionario del helicóptero.

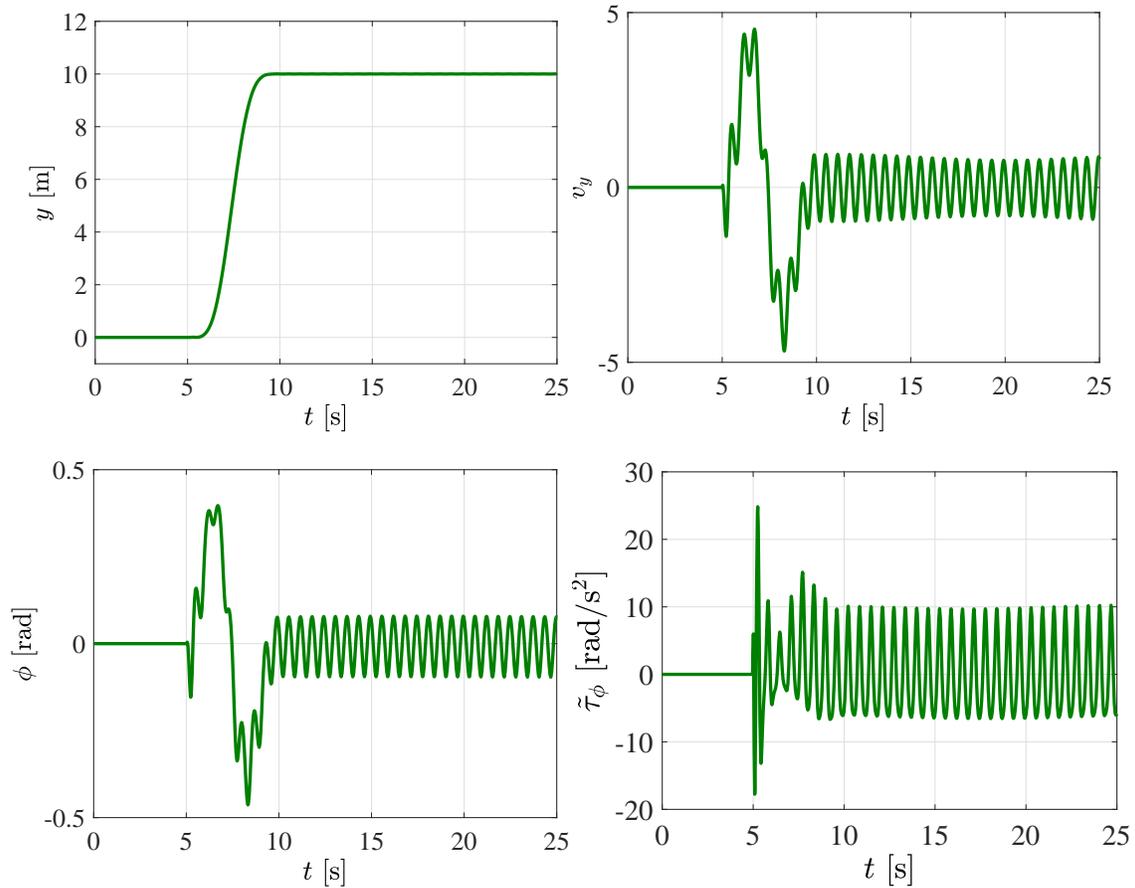


Figura 4.9: Regulación de la dinámica subactuadora mediante los controladores v_y y $\tilde{\tau}_\phi$, segunda propuesta.

4.7. Conclusiones

En este capítulo se proponen dos enfoques de control de movimiento para el *quadrotor*. El primero de ellos está basado en las ideas centrales del control por modos deslizantes y compensación integral para el rechazo activo de fuerzas armónicas indeseables que afectan las tareas de regulación de movimiento de un *quadrotor*. La dinámica subactuada del helicóptero se regula mediante compensadores dinámicos integrales que actúan como controladores virtuales. Por su parte, la segunda propuesta está basada en la teoría de los absorbedores virtuales de vibraciones, que se sintonizan a frecuencias de excitación armónicas indeseables y se integran en controladores de posición, con el fin de asegurar niveles aceptables de supresión activa de fuerzas armónicas indeseables. También, debido a la naturaleza dinámica del movimiento del sistema, en los esquemas se implementan dos etapas de control, donde el bucle interno debe reaccionar más rápido que el bucle externo, para garantizar un vuelo de operación adecuado del helicóptero. Algunos resultados preliminares de simulación numérica muestran un rendimiento aceptable de los esquemas de control propuestos, donde el *quadrotor* es capaz de conservar una posición estacionaria incluso en presencia de fuerzas armónicas externas. Los trabajos futuros se centran en la atenuación de los efectos de alta frecuencia (*chattering*) presentes en las entradas de control por modos deslizantes y las mejoras en la robustez de la estrategia de control, así como la supresión activa de múltiples armónicos de fuerza de frecuencia de excitación en vehículos aéreos de ala fija y de alas rotatorias mediante absorción activa.

Referencias

- [4.1] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, S. Ge, and F. Lewis, *Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems*. Boca Raton: CRC Press., 2nd ed., 2009.
- [4.2] L. Besnard, Y. B. Shtessel, and B. Landrum, “Quadrotor vehicle control via sliding mode controller driven by sliding mode disturbance observer,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 658 – 684, 2012. Advances in Guidance and Control of Aerospace Vehicles using Sliding Mode Control and Observation Techniques.
- [4.3] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, and A. G. Loukianov, “Robust block second order sliding mode control for a quadrotor,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 719 – 739, 2012. Advances in Guidance and Control of Aerospace Vehicles using Sliding Mode Control and Observation Techniques.
- [4.4] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, “Second order sliding mode control for a quadrotor uav,” *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350 – 1356, 2014. Disturbance Estimation and Mitigation.
- [4.5] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor,” in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247–2252, April 2005.
- [4.6] L. Fridman, “Sliding mode enforcement after 1990: Main results and some open problems,” in *Sliding Modes after the First Decade of the 21st Century: State of the Art* (L. Fridman, J. Moreno, and R. Iriarte, eds.), pp. 3–57, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [4.7] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, and A. Levant, “Introduction: Intuitive theory of sliding mode control,” in *Sliding Mode Control and Observation*, pp. 1–42, New York, NY: Springer New York, 2014.
- [4.8] H. Sira-Ramírez, *Sliding Mode Control: The Delta-Sigma Modulation Approach*. Cham: Springer International Publishing, 2015.

-
- [4.9] A. S. Nouri, F. A. Bouazi, and N. Derbel, “On the sliding control,” in *Applications of Sliding Mode Control* (N. Derbel, J. Ghommam, and Q. Zhu, eds.), pp. 1–27, Singapore: Springer Singapore, 2017.
- [4.10] B. Korenev and L. Reznikov, *Dynamic vibration absorbers: theory and technical applications*. Wiley, 1993.
- [4.11] S. Braun, D. Ewins, and S. Rao, *Encyclopedia of vibration*. Academic Press, 2002.
- [4.12] A. Piersol and T. Paez, *Harris’ Shock and Vibration Handbook*. Mcgraw-hill, 2009.
- [4.13] L. Kari, “Dynamic vibration absorbers,” in *Handbook of Noise and Vibration Control* (M. Crocker J., ed.), ch. 61, pp. 745–752, John Wiley & Sons, Ltd, 2008.
- [4.14] F. Beltran-Carbajal and G. Silva-Navarro, “Adaptive-Like Vibration Control in Mechanical Systems with Unknown Parameters and Signals,” *Asian Journal of Control*, vol. 15, no. 6, pp. 1613–1626, 2013.
- [4.15] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer Publishing Company, Inc., 1st ed., 2010.
- [4.16] P. Castillo-García, L. E. M. Hernandez, and P. G. Gil, “Modeling approaches,” in *Indoor Navigation Strategies for Aerial Autonomous Systems*, pp. 31 – 50, Butterworth-Heinemann, 2017.

Capítulo 5

Control robusto para el rechazo de perturbaciones en un vehículo aéreo

El problema de regulación de la salida de un sistema dinámico, o alternativamente, el problema de servomecanismo, aborda el diseño de un controlador por retroalimentación para lograr un seguimiento asintótico para una clase de entradas de referencia y rechazo de perturbaciones en un sistema incierto mientras se asegura la estabilidad a lazo cerrado. El problema de control que este trabajo aborda es la estabilización de la actitud y el seguimiento de trayectorias planificadas para un *quadrotor*. Para ello, se propone el diseño de un esquema de control robusto basado en el rechazo activo de perturbaciones, que se evalúa mediante diversas simulaciones numéricas.

5.1. Introducción

Durante el vuelo, los *quadrotors* están sometidos a los efectos tanto de perturbaciones endógenas como exógenas, debido un medio altamente cambiante provocado por variaciones en la velocidad del viento, fluctuaciones en la humedad circundante y resistencia del aire. Por lo tanto, se origina un comportamiento complejo de naturaleza no lineal entre las variables de salida del sistema y las perturbaciones. Es por esta razón que se requiere el diseño de esquemas robustos de control de movimiento para realizar tareas de regulación de posición, seguimiento de trayectorias, maniobras ágiles que requieren de movimientos rápidos, vuelo estable, aterrizaje y despegue vertical.

Diversas estrategias lineales y no lineales de control se proponen en la literatura para el control del *quadrotor*, entre las que destacan: controladores del tipo PD y PID; controladores basados en funciones de Lyapunov; controladores óptimos LQR y LQG; controladores robustos basados en modos deslizantes, *backstepping* y H_∞ ; controladores adaptativos basados en modelo de referencia, ganancia \mathcal{L}_1 , redes neuronales, algoritmos genéticos y lógica difusa; control predictivo; control basado en la energía del sistema (Lagrangianos controla-

dos y pasividad); observadores de estados (Kalman y GESO); control por rechazo activo de perturbaciones; y diversas versiones híbridas de estos controladores.

En este capítulo, se describe a detalle una estrategia de control robusto de movimiento para el helicóptero de cuatro rotores. La propuesta se diseña en base a las ideas centrales del paradigma de control basado en el rechazo activo de perturbaciones (Active Disturbance Rejection Control, ADRC) propuesto en [5.17], [5.18]. No obstante, en nuestro esquema el uso de mecanismos observadores para estimar la perturbación total es innecesario, así como la medición de velocidades tanto lineales como angulares, debido a que se hace uso apropiado de reconstructores integrales de las derivadas temporales [5.27]. Por lo que, solamente se requiere información sobre la posición y actitud del helicóptero. Es necesario precisar que tanto las incertidumbres en el modelo como las perturbaciones se rechazan y compensan activamente mediante una compensación integral, que se inyecta al sistema a través de las entradas de control.

El esquema de control consiste en cuatro controladores para la regulación de la dinámica completamente actuada, y una etapa de control virtual para la dinámica subactuada. Los controladores virtuales se sintonizan de tal manera que al realizar el seguimiento de las referencias angulares θ^* y ϕ^* se asegure un seguimiento eficiente de las trayectorias planificadas en las direcciones X y Y . El uso de los reconstructores integrales para el cálculo de las derivadas facilita el control en tiempo real del vehículo, debido a que no se requieren mediciones en tiempo real de las velocidades, ni realizar ninguna operación compleja en línea para deducir las derivadas de las referencias planificadas $\dot{\theta}^*$ y $\dot{\phi}^*$.

Se presentan algunos resultados de simulación que confirman un desempeño dinámico satisfactorio del enfoque de control propuesto. Por lo tanto, nuestra propuesta representa una alternativa viable para un seguimiento robusto eficiente de las trayectorias para el vuelo deseado de un *quadrotor*.

5.2. Enfoques de control para el *quadrotor*

En [5.3] se utilizan controladores convencionales del tipo PID y LQ para tareas de estabilización de una plataforma experimental de un *quadrotor*, que está sometida a pequeñas perturbaciones. De la misma manera, en [5.4] los autores introducen un esquema de control del tipo PID, donde se observa un desempeño aceptable por parte del controlador para el vuelo a baja velocidad de movimiento del vehículo en ambientes controlados. A pesar de no poseer la capacidad de compensar perturbaciones de amplia magnitud, los controladores clásicos poseen una estructura funcional y compacta que les ha permitido su implementación de manera satisfactoria en modelos comerciales del *quadrotor* [5.5].

En la literatura se han propuesto diversos esquemas de control, que se presentan como una composición de técnicas clásicas y controladores robustos no lineales para compensar de manera eficiente perturbaciones externas, incertidumbres del modelo, acoples de la dinámica interna y ruido en las señales de retroalimentación. El esquema propuesto en [5.6] consiste

de un controlador PID basado en técnicas *backstepping* para la regulación de la dinámica rotacional de un cuatri-rotor, donde la integral del error de seguimiento actúa como variable de control para minimizar el error en estado estacionario. Por su parte, en [5.7], se introduce un esquema de control basado en las teorías de terminal de modos deslizantes y *backstepping* integral, para robustecer la respuesta del sistema a la cerrado ante la presencia perturbaciones externas. Así también, diversos controladores robustos convencionales se han diseñado y descrito a detalle en [5.8], [5.9] y [5.10], donde se realiza un estudio minucioso del uso de las técnicas de modos deslizantes y *backstepping* para el seguimiento de trayectorias planificadas de un helicóptero de cuatro rotores. En el primero, se realiza una compensación de la dinámica angular mediante un procedimiento *backstepping*, con el fin de contrarrestar los efectos de perturbaciones acotadas. Por otro lado, en [5.9] se presenta un esquema robusto donde se utiliza un arreglo de ambas técnicas, de tal manera que se disminuyan las oscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) en la señal de control, así como las discontinuidades en ella, lo que significa una mejora en las propiedades de rechazo a perturbaciones por parte del sistema. Mientras tanto, los autores en [5.10] hacen uso de observadores extendidos de estados para prealimentar el lazo de control con información sobre las perturbaciones, mientras que la dinámica de orden superior y los efectos de la alta ganancia del observador son compensados mediante técnicas adaptativas. Al mismo tiempo, el problema de subactuación se resuelve mediante la propiedad de planitud diferencial, en tanto que el control de la dinámica rotacional y traslacional está a cargo de controladores por modos deslizantes y *backstepping*, respectivamente, con lo cual se asegura un seguimiento de trayectorias adecuado en presencia de disturbios, así como estabilidad a lazo cerrado.

También, se han hecho diversas propuestas para mejorar el desempeño de los controladores por modos deslizantes. Por ejemplo, en [5.11] se presenta un esquema de control robusto donde se atenúa el efecto de la interrupción a alta frecuencia en la señal de entrada sin afectar el desempeño del vehículo mientras vuela. Mientras tanto, en [5.12] el problema del *chattering* se resuelve mediante un controlador de bloques y una estrategia *super twisting*. Por su parte, los autores en [5.13] utilizan una función variante en el tiempo para sustituir la función signo propia del control por modos deslizantes, con el fin de atenuar las oscilaciones de alta frecuencia en la señal de control. Aquí, las derivadas de la superficie deslizante y de las referencias angulares, se aproximan mediante el uso de un diferenciador de tiempo finito.

Por otro lado, un esquema de control predictivo por modelo (Model Predictive Controller, MPC) se utiliza en [5.14] para el control de la dinámica subactuada del helicóptero, y un controlador basado en la síntesis H_∞ para el control óptimo de la dinámica rotacional. En el estudio se consideran perturbaciones tanto para el movimiento de traslación como de rotación, así como incertidumbre en los parámetros. Mientras tanto, en [5.5] se proponen compensadores robustos para mejorar el desempeño de un esquema PD para el control de posición y actitud, y a la vez contrarrestar los efectos de la incertidumbre en el modelo. En otro contexto, los autores en [5.15] describen el diseño de un observador de estados basado en redes neuronales artificiales para el aprendizaje en línea de la dinámica del *quadrotor* mientras

realiza un seguimiento de trayectorias, donde los efectos aerodinámicos se consideran como disturbios. En ese mismo contexto, los autores en [5.16] presentan un controlador basado en el modelo interno (Internal Model Control, IMC) para contrarrestar los efectos inducidos al cuerpo de un *quadcopter* cuando este se somete a una ráfaga de viento. Mientras tanto, el uso de la estrategia propuesta ofrece un desempeño aceptable para el seguimiento de trayectorias, así como estabilidad del sistema a lazo cerrado, ya que se utiliza un modelo de referencia para el error de seguimiento.

Existen algunas limitantes por parte de los controladores descritos para el rechazo efectivo de posibles perturbaciones agrupadas e incertidumbre de los parámetros durante el vuelo del *quadrotor*. Por ejemplo, algunos dependen de una descripción altamente precisa de la dinámica del sistema o tienen una estructura compleja, es decir, requieren mediciones de algunas variables de interés difíciles de medir o que no están disponibles. Por lo tanto, una excelente alternativa para preservar la robustez y la simplicidad en el diseño, es el uso de la novedosa metodología del control por rechazo activo de perturbaciones (Active Disturbance Rejection Control, ADRC). La metodología ADRC fue propuesta por primera vez por el profesor Han y sus colaboradores en [5.17, 5.18]. Este esquema de control presenta efectividad y robustez para el rechazo activo de perturbaciones en una amplia gama de aplicaciones de la ingeniería, que involucran diversos sistemas de una entrada - una salida (Single Input - Single Output, SISO) y múltiples entradas - múltiples salidas (Multiple Input - Multiple Output, MIMO), entre los cuales destacan los convertidores de potencia [5.19], controladores de motores eléctricos [5.20], sistemas mecánicos [5.21], entre otros.

Se han reportado algunas propuestas en las que se utilizan esquemas basados en el ADRC para el control de movimiento robusto del *quadrotor*. En [5.22], se implementa una versión lineal del control basado en el rechazo activo de perturbaciones (Linear Active Disturbance Rejection Control, LADRC), donde se emplea un observador extendido de estados del tipo lineal (Linear Extended State Observer, LESO) para la estimación de las perturbaciones agrupadas (*lumped*), mientras que un controlador PD se encarga de compensar y controlar la perturbación estimada y la dinámica a lazo cerrado, respectivamente. Los resultados de simulación confirman un desempeño adecuado por parte del controlador en parámetros como el máximo impulso, y tiempos de elevación y asentamiento, sin embargo, en el análisis solamente se consideran perturbaciones de baja amplitud y frecuencia.

De manera similar, los autores en [5.23] presentan una versión LADRC para el control del cuatri-rotor, con la diferencia que se utiliza un controlador por modos deslizantes en lugar del controlador PD. También, en el estudio se llevan a cabo diversas simulaciones donde se inyectan ligeras perturbaciones que afectan el movimiento vertical y rotacional, con la intención de mostrar la efectividad de su propuesta. Por su parte, en [5.24] a pesar de que el control ADRC es capaz de rechazar la perturbación total, donde también se incluye la incertidumbre del modelo, los autores utilizan la información disponible sobre la dinámica del helicóptero como una entrada en el esquema de control para mejorar la estimación. Mientras tanto, en [5.25] se presenta una versión modificada del ADRC para la estabilización del

quadrotor, donde se utiliza un observador extendido de estados (Extended State Observer, ESO), como se hace en la versión original, para compensar los retrasos de las entradas y filtrar mediciones de las variables de interés contaminadas con ruido.

Recientemente, se ha documentado en la literatura el uso de nuevos diseños de esquemas ADRC mejorados. Los investigadores en [5.26] proponen un esquema de alta ganancia llamada control robusto integral del signo del error (Robust Integral Signum Error, RISE) y una compensación de perturbaciones para la trayectoria de seguimiento de un *quadrotor*. Aquí, las mediciones de velocidad son innecesarias, sin embargo, se requiere el uso de un ESO de tercer orden para lograr un seguimiento adecuado.

5.3. Modelo dinámico del helicóptero de cuatro rotores

Como se menciona en el Capítulo 2, el *quadrotor* es un sistema dinámico subactuado del tipo MIMO, con seis grados de libertad y solo cuatro entradas de control. Su comportamiento dinámico se rige por un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales fuertemente acopladas. El diseño del *quadrotor* se realiza de tal manera se tenga una estructura mecánica de cuerpo rígido, con el fin de obtener un modelo matemático simplificado, que a su vez permita describir su posición y orientación mediante dos marcos de referencia [5.28, 5.29]; el primer sistema de referencia inercial con ejes X , Y y Z está unido a la tierra y el segundo con los ejes X' , Y' y Z' se encuentra adherido al centro de masas del *quadrotor*.

En esta sección se utiliza la representación obtenida mediante las ecuaciones de movimiento de Lagrange y las ecuaciones de Euler para el movimiento angular, donde se considera el vector de coordenadas generalizadas $q = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]^T \in \mathbb{R}^6$, y está dada por

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -u \sin \theta + \xi_x \\ m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi + \xi_y \\ m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg + \xi_z \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde, ξ_x , ξ_y y ξ_z son las perturbaciones exógenas que afectan la dinámica de la traslación. Por su parte, la dinámica rotacional está definida por

$$\mathbb{J}\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau}_\eta - \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\xi}_\eta \quad (5.2)$$

para $\boldsymbol{\eta} = [\psi, \theta, \phi]^T$; $\boldsymbol{\xi}_\eta = [\xi_\psi, \xi_\theta, \xi_\phi]^T$ representa el vector de perturbaciones de torque producido principalmente por vientos cruzados que afectan la dinámica angular del *quadrotor*.

Por otro lado, $\boldsymbol{\tau}_\eta$ es el vector que contiene los torques que actúan como entradas reales de control, y que se regulan mediante los controladores propuestos. Las matrices de inercias \mathbb{J} y de Coriolis $\mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})$ se describen de manera extensa en [5.29]. Considerando todos los términos altamente acoplados y no lineales en (5.2), se decide utilizar las siguientes entradas de control de aceleración transformadas, con el fin de simplificar el diseño y presentación de

resultados,

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\eta} + \boldsymbol{\xi}_{\eta} \quad (5.3)$$

donde la relación entre las entradas transformadas y reales de control está dada por

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\eta} = \mathbb{J}^{-1} [\boldsymbol{\tau}_{\eta} - \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}] \quad (5.4)$$

o de manera simplificada,

$$\boldsymbol{\tau}_{\eta} = \mathbb{J}\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\eta} + \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (5.5)$$

Con el propósito de evaluar la eficiencia y robustez del esquema de control propuesto, se introduce un par de escenarios de simulación donde el helicóptero está sujeto a incertidumbres y perturbaciones externas mientras ejecuta tareas de regulación y seguimiento de trayectorias. Dentro del marco de simulación se consideran dos modelos diferentes de perturbaciones externas desconocidas y variantes en el tiempo, que se presentan en [\[5.7\]](#) y [\[5.30\]](#), respectivamente. Aquí, se incluyen efectos aerodinámicos y de arrastre, fuerzas y momentos inducidos por el viento y el amortiguamiento viscoso.

5.4. Control robusto para el movimiento planificado

El ADRC está estructurado principalmente en función del error de seguimiento, esto significa que el controlador se basa en la evolución tanto de la entrada como de la salida, en lugar de usar algún modelo detallado de la dinámica del sistema. Posteriormente, se utiliza un observador de estado extendido (ESO) para estimar la perturbación total y luego rechazarla de manera eficiente mediante la acción de control. En nuestro enfoque, se utiliza el error de seguimiento de manera similar a como se hace en un esquema de control PID, sin embargo, el uso de un observador para estimar la perturbación total es innecesario, debido a que se utiliza una compensación integral que permite rechazarla activamente.

En la Figura [\[5.1\]](#) se muestra el esquema principal de control. Aquí, se observa que debido a la naturaleza subactuada del *quadrotor*, se utiliza un par de controladores auxiliares para la adecuada regulación de la dinámica no lineal, y de esta manera asegurar un seguimiento robusto de las trayectorias planificadas en las direcciones X y Y .

El esquema de control propuesto utiliza la información de los errores de seguimiento, que están definidos por la diferencia entre los valores reales y las trayectorias de referencia planificadas en un mismo instante, dados por

$$e_{\gamma} = \gamma - \gamma^* \quad (5.6)$$

para $\gamma = x, y, z, \psi, \theta, \phi$. Las posiciones deseadas para la regulación y el seguimiento de trayectorias de la dinámica totalmente actuada están dadas por z^*, ψ^*, θ^* y ϕ^* . Observe que, las

referencias angulares θ^* y ϕ^* se calculan en línea al resolver la expresión (5.7) (que se deduce del conjunto de ecuaciones (5.1)), que está embebida en el bloque ADRC, como se aprecia en el esquema de la Figura 5.1.

$$\begin{aligned}\theta^* &= \sin^{-1} \left(-\frac{1}{u} m v_x \right) \\ \phi^* &= \sin^{-1} \left(\frac{1}{u \cos \theta} m v_y \right)\end{aligned}\quad (5.7)$$

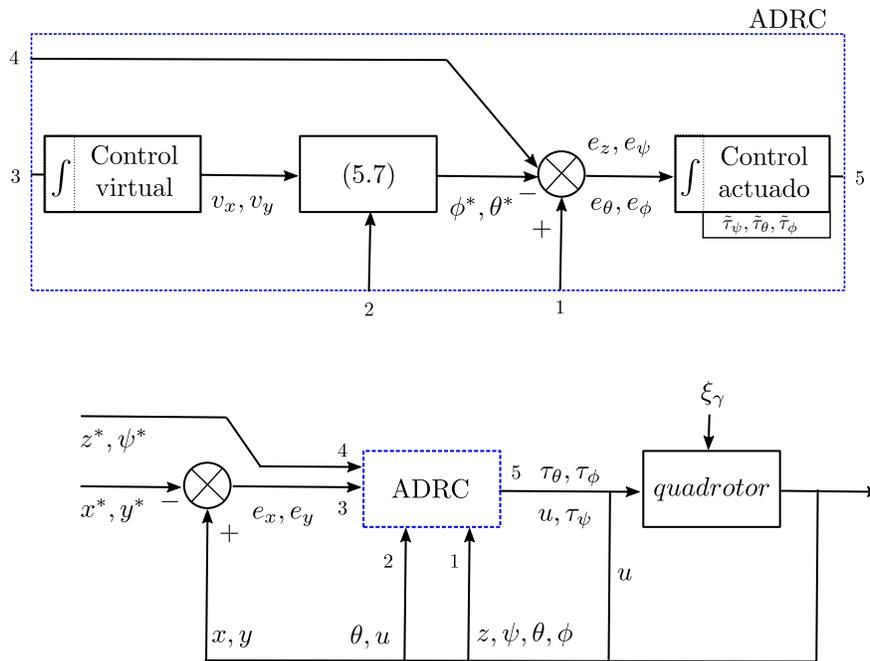


Figura 5.1: Esquema principal de control.

Con fines de diseño y simplicidad en la representación, considere la dinámica subactuada del *quadrotor* dada por (5.1) y (5.2), como un sistema perturbado de segundo orden expresado en función del error de seguimiento, como se observa en la siguiente expresión

$$\ddot{e}_\gamma = v_\gamma + \xi_\gamma(t) \quad (5.8)$$

aquí, $\xi_\gamma(t)$ es una función de perturbación analítica desconocida, que se puede aproximar localmente en un pequeño intervalo de tiempo [5.31], y sin pérdida de generalidad, como un polinomio truncado de Taylor de primer orden dado por

$$\xi_\gamma(t) = p_0 + p_1 t \quad (5.9)$$

mientras que v_γ es un controlador diseñado para que el error de seguimiento converja a cero, mientras que los efectos de las perturbaciones externas y la incertidumbre en el modelo son atenuados eficientemente. Por lo tanto, si se integran ambos lados de la expresión (5.8) con respecto del tiempo, y se utiliza el siguiente reconstructor integral para la velocidad (5.27)

$$\hat{e}_\gamma = \int_0^t v_\gamma dt \quad (5.10)$$

se tiene que la relación entre la derivada del error real y la reconstruida está dada por la siguiente ecuación

$$\dot{e}_\gamma = \hat{e}_\gamma + p_0 t + \frac{p_1}{2} t^2 + \dot{e}_{0\gamma} \quad (5.11)$$

De esta manera, se proponen seis controladores auxiliares para la regulación de la dinámica rotacional y traslacional del helicóptero, como se observa a continuación

$$\begin{aligned} v_\gamma = & -\beta_{4,\gamma} \hat{e}_\gamma - \beta_{3,\gamma} e_\gamma - \beta_{2,\gamma} \int_0^t e_\gamma(\tau) d\tau - \beta_{1,\gamma} \int_0^t \int_0^\tau e_\gamma(\rho) d\rho d\tau \\ & - \beta_{0,\gamma} \int_0^t \int_0^\tau \int_0^\rho e_\gamma(\sigma) d\sigma d\rho d\tau \end{aligned} \quad (5.12)$$

Nótese que la compensación integral se utiliza tanto en los controladores virtuales como en los reales, donde las integrales iteradas de los errores de seguimiento se emplean para el rechazo de perturbaciones polinomiales y errores en la estimación de la velocidad. Además, cuando el cuatri-rotor opera en ambientes donde se requiere un orden más alto del polinomio para aproximar las perturbaciones de manera adecuada, la compensación integral se puede ajustar de manera sencilla en el diseño del controlador.

Los controladores no lineales robustos propuestos en (5.12) tienen la siguiente estructura:

$$v_\gamma = -\beta_{4,\gamma} \hat{e}_\gamma - \beta_{3,\gamma} e_\gamma - \beta_{2,\gamma} \delta_1 - \beta_{1,\gamma} \delta_2 - \beta_{0,\gamma} \delta_3 \quad (5.13)$$

con $\dot{\delta}_1 = e_\gamma$, $\dot{\delta}_2 = \delta_1$ y $\dot{\delta}_3 = \delta_2$. Por consiguiente, si se considera cada uno de los controladores auxiliares y la expresión polinomial para la perturbación total, la dinámica del error de seguimiento esta definida por la siguiente ecuación diferencial

$$e_\gamma^{(5)} + \beta_{4,\gamma} e_\gamma^{(4)} + \beta_{3,\gamma} e_\gamma^{(3)} + \beta_{2,\gamma} \ddot{e}_\gamma + \beta_{1,\gamma} \dot{e}_\gamma + \beta_{0,\gamma} e_\gamma = 0 \quad (5.14)$$

Por lo tanto, el polinomio característico a lazo cerrado está dado por

$$P(s) = s^5 + \beta_{4,\gamma} s^4 + \beta_{3,\gamma} s^3 + \beta_{2,\gamma} s^2 + \beta_{1,\gamma} s + \beta_{0,\gamma} \quad (5.15)$$

donde las ganancias de control $\beta_{4,\gamma}$, $\beta_{3,\gamma}$, $\beta_{2,\gamma}$, $\beta_{1,\gamma}$ y $\beta_{0,\gamma}$ deben seleccionarse de manera adecuada para asegurar estabilidad del sistema a lazo cerrado. Por ejemplo, se pueden seleccionar

los coeficientes de tal manera que el polinomio deseado sea un polinomio característico de Hurwitz (estable), como el siguiente

$$P_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p_c) \quad (5.16)$$

donde $\omega_n, \zeta, p_c > 0$, son los parámetros de ajuste del controlador para el seguimiento adecuado de la trayectoria planificada.

De esta manera se logra el seguimiento de las trayectorias planificadas:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_\gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma = \gamma^* \quad (5.17)$$

Nótese de (5.2) que

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbb{J}^{-1} [\boldsymbol{\tau}_\eta - \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}] + \mathbb{J}^{-1}\boldsymbol{\xi}_\eta \quad (5.18)$$

El vector de control de torque se puede proponer de la siguiente manera

$$\boldsymbol{\tau}_\eta = \mathbb{J}\mathbf{v}_\eta + \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbb{J}\ddot{\boldsymbol{\eta}}^* \quad (5.19)$$

donde $\mathbf{v}_\eta = [v_\psi \ v_\theta \ v_\phi]^\top$. Entonces, sustituyendo (5.19) en (5.2) se tiene que

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\eta}} &= \ddot{\boldsymbol{\eta}}^* + \mathbf{v}_\eta + \mathbb{J}^{-1}\boldsymbol{\xi}_\eta \\ \ddot{\mathbf{e}}_\eta &= \mathbf{v}_\eta + \mathbb{J}^{-1}\boldsymbol{\xi}_\eta \end{aligned} \quad (5.20)$$

y considerando el vector de perturbaciones como $\mathbb{J}^{-1}\boldsymbol{\xi}_\eta = \mathbf{d}_\eta$ se obtiene

$$\ddot{\mathbf{e}}_\eta = \mathbf{v}_\eta + \mathbf{d}_\eta \quad (5.21)$$

que tiene la estructura presentada en (5.8). Por lo tanto, las entradas de control para el seguimiento de trayectorias y el rechazo activo de perturbaciones se proponen como sigue

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\cos \phi \cos \theta} (mv_z + mg) \\ \tau_\psi &= k_\psi v_\psi \\ \tau_\theta &= k_\theta v_\theta \\ \tau_\phi &= k_\phi v_\phi \end{aligned} \quad (5.22)$$

con

$$\begin{aligned} k_\psi &= I_z \cos^2 \theta \cos^2 \phi + I_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi + I_x \sin^2 \theta \\ k_\theta &= I_y \cos^2 \phi + I_z \sin^2 \phi \\ k_\phi &= I_x \end{aligned} \quad (5.23)$$

5.5. Resultados de simulación

Se presentan algunos resultados de simulación por computadora que muestran el desempeño del helicóptero bajo el mando de los controladores de movimiento propuestos, para tareas de seguimiento eficientes de trayectorias de referencia. Los experimentos se llevan a cabo para un *quadrotor* ligeramente amortiguado con los siguientes parámetros: $m = 1.016$ kg, $l = 0.225$ m, $I_x = 0.012450$ kg m², $I_y = 0.013303$ kg m², $I_z = 0.024752$ kg m². Las trayectorias de referencia para las direcciones X , Y y Z son las siguientes

$$\begin{aligned} x^* &= 2 \sin(t/2) \cos(t/4) \\ y^* &= 2 \sin(t/2) \sin(t/4) \\ z^* &= t/4 \end{aligned} \quad (5.24)$$

Además, para verificar la robustez del controlador, el cuatri-rotor debe ejecutar las tareas de seguimiento de trayectorias planificadas en presencia de perturbaciones externas completamente desconocidas. Para esto, se consideran los modelos de perturbaciones introducidos en [5.7] y [5.30], respectivamente. Adicionalmente, para probar la robustez del esquema de control propuesto, las ganancias de control fueron seleccionadas mediante: $k_\psi = I_z$, $k_\theta = I_y$ y $k_\phi = I_x$. En el siguiente esquema de simulación se resumen las características de las perturbaciones exógenas inyectadas, las cuales corresponden a las ecuaciones [5.25], [5.27] y [5.28]:

Caso de estudio 1: los autores en [5.7] integran a su análisis los efectos del viento como fuerzas inducidas que perturban el movimiento planificado del *quadrotor* en el plano Cartesiano, lo que puede resumirse de la siguiente manera

$$d_i(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 15 \\ 0.8 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{31} \right] + 0.4 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{7} \right] \\ + 0.08 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{2} \right] + 0.056 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{11} \right], & 15 \leq t \leq 45 \\ 0, & 45 \leq t \leq 65 \\ 0.8 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{31} \right] + 0.4 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{7} \right] \\ + 0.08 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{2} \right] + 0.056 \sin \left[\frac{\pi(t-30)}{11} \right], & 65 \leq t \leq 85 \\ 0, & t > 85 \end{cases} \quad (5.25)$$

De este modo, las perturbaciones externas presentada en [5.1] están dadas por

$$\xi_i = m d_i(t) \quad (5.26)$$

para $i = x, y, z$. Mientras tanto, las perturbaciones de torque en [5.2] son los siguientes

$$\xi_\eta = \mathbb{J} [\sin(t) + 0.2 \sin(100\pi t)] \quad (5.27)$$

Caso de estudio 2: en [5.30] los disturbios que afectan al vehículo durante el vuelo se describen mediante un modelo de la velocidad del viento, debido a que afecta de manera directa el movimiento de traslación del helicóptero, el cual puede sintetizarse como

$$\begin{aligned}\xi_x &= -w_1 \sin \theta \\ \xi_y &= w_1 \sin \theta \sin \phi \\ \xi_z &= w_1 \cos \theta \cos \phi\end{aligned}\quad (5.28)$$

donde w_1 representa las perturbaciones generadas por el viento, donde se incluyen las componentes de las fuerzas verticales inducidas que afectan las fuerzas producidas por la rotación de cada uno de los rotores. De esta manera, las fuerzas inducidas se relacionan con el modelo del viento mediante $w_1 = V_w(t)$, y $V_w(t) = V_{wg}(t) + V_{wt}(t)$, considerando

$$V_{wg}(t) = \begin{cases} 0, & t < T_{sg} \\ A_g - A_g \cos\left(2\pi \frac{t-T_{sg}}{T_{eg}-T_{sg}}\right) & T_{sg} \leq t \leq T_{eg} \\ 0, & T_{eg} < t \end{cases}\quad (5.29)$$

aquí, $V_w(t)$ es la expresión para la velocidad del viento, que está compuesta en este estudio como la suma de una componente de ráfaga V_{wg} y un término de turbulencia V_{wt} . Por su parte, A_g es la amplitud de la ráfaga, T_{sg} es el tiempo de inicio, y T_{eg} es el instante cuando se detiene. Los valores que se utilizan en el estudio son los siguientes: $A_g = 1$ m/s, $T_{sg} = 30$ s y $T_{eg} = 65$ s. Mientras tanto, para la componente de turbulencia V_{wt} se ha utilizado una banda limitada de ruido blanco. Por su parte, el viento cruzado que afecta los desplazamientos rotacionales está dado por: $\xi_\eta = [w_4 w_3 w_2]^T$, donde $w_2 = 0.75w_1$; $w_3 = 0.25w_1$ y $w_4 = 0.15w_1$, [5.30].

En la Figura 5.2 se presentan los perfiles de las perturbaciones para cada caso de estudio. Nótese las diferencias en las expresiones de cada una de las representaciones.

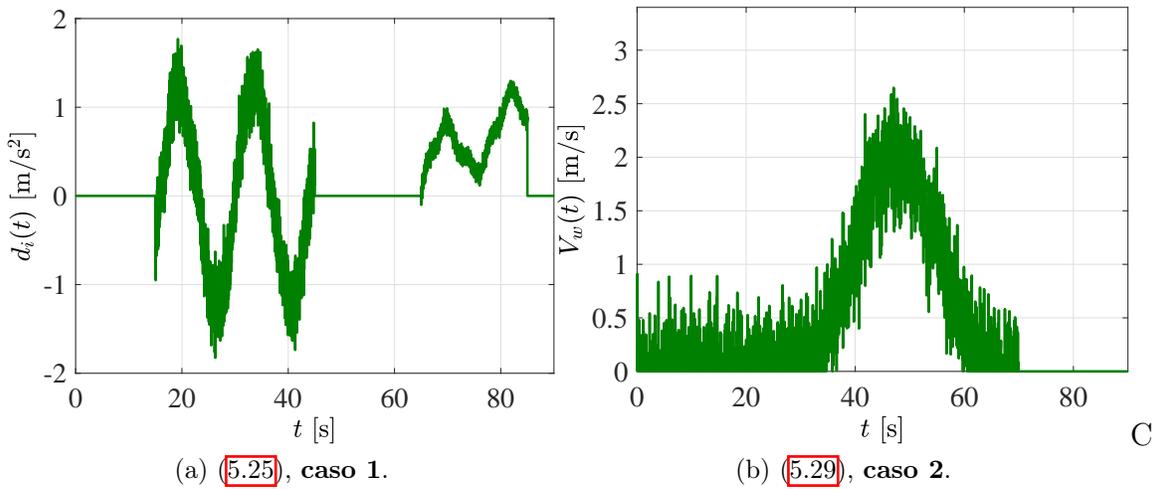


Figura 5.2: Perfiles de las perturbaciones consideradas en el estudio.

En las Figuras 5.3 y 5.4 se presenta el seguimiento (línea continua) de las trayectorias de referencia planificadas (línea discontinua) para el desplazamiento en las direcciones X , Y y Z .

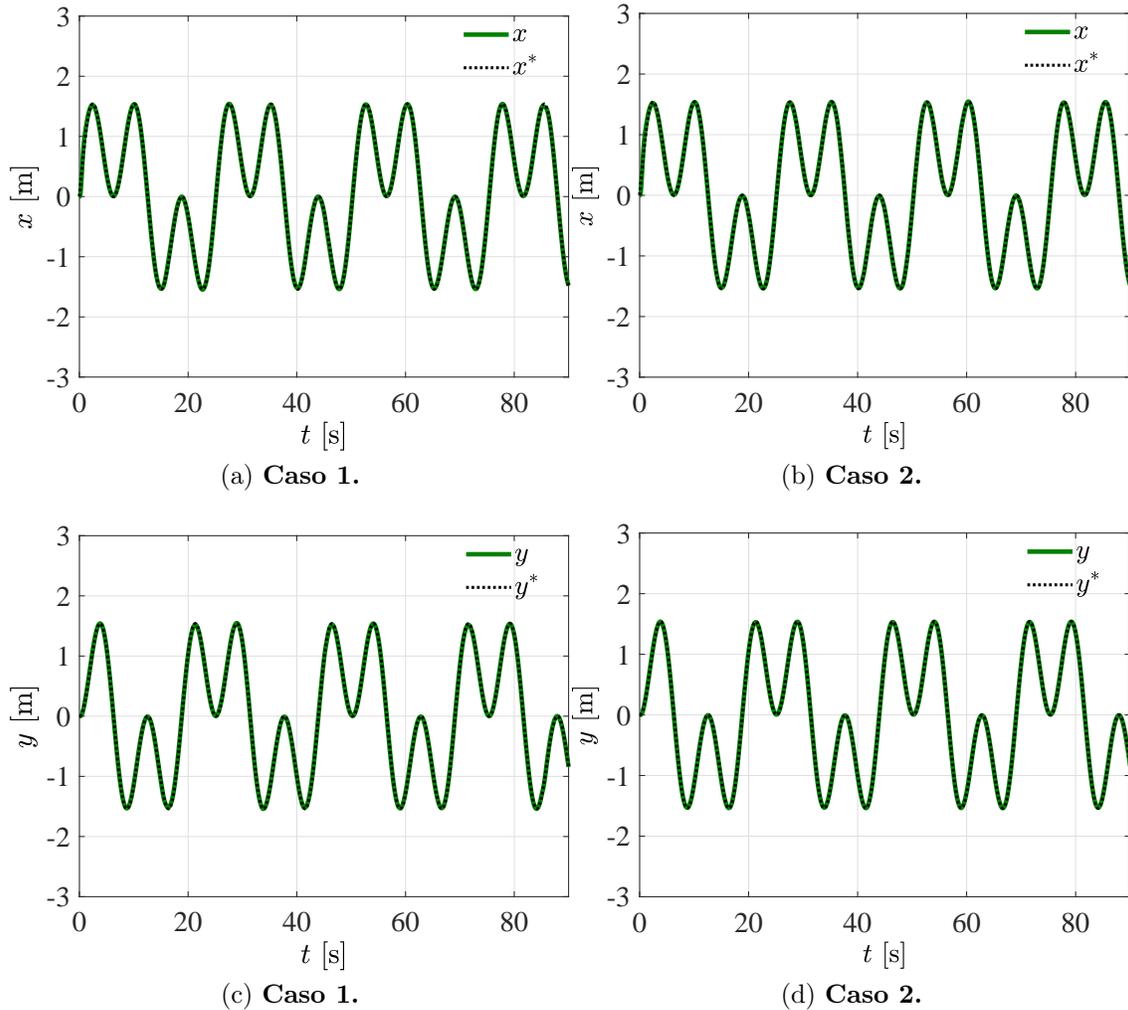


Figura 5.3: Seguimiento de trayectorias de referencia en las direcciones Y y X .

En las respuestas presentadas, se puede apreciar que a pesar de las características de las perturbaciones inyectadas al sistema, se produce solamente una ligera desviación respecto a los perfiles de referencia preestablecidos, por lo que se concluye que el esquema de control propuesto permite un seguimiento adecuado, mientras se provee de robustez a lazo cerrado contra perturbaciones externas desconocidas. Por otro lado, de la Figura 5.5 se puede confirmar que el *quadrotor* sigue adecuadamente la ruta planificada X - Y incluso en presencia de los disturbios. Además, debido a las características del diseño del controlador, la dinámica

del error a lazo cerrado presenta un comportamiento asintóticamente estable.

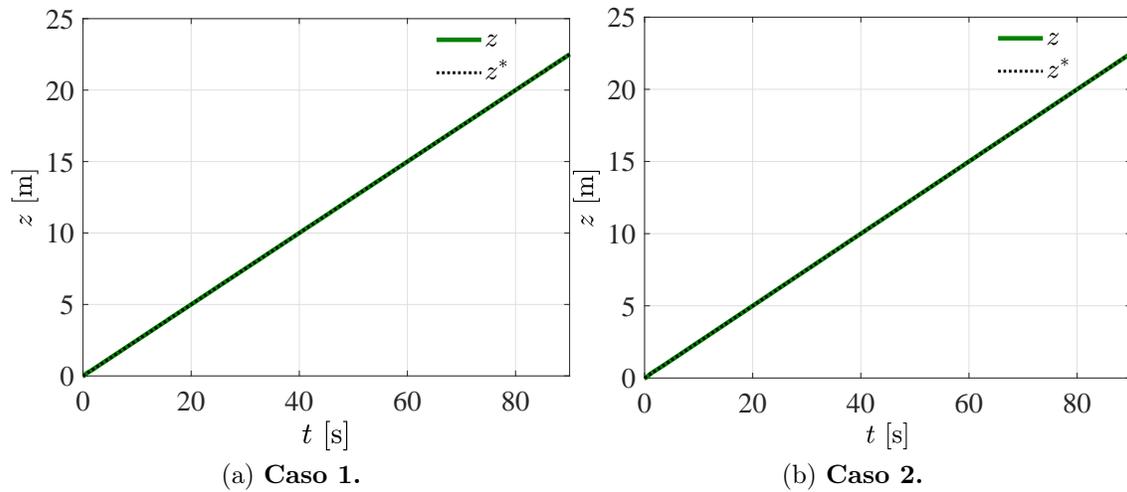


Figura 5.4: Seguimiento de trayectorias de referencia en la dirección Z .

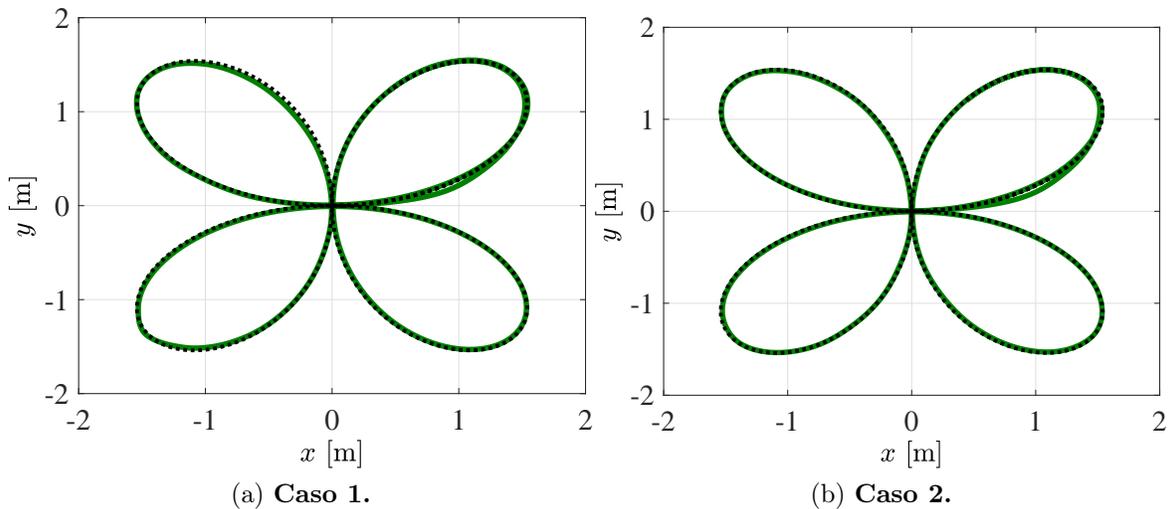


Figura 5.5: Ruta descrita en el plano $X - Y$ debido al movimiento del helicóptero.

De manera similar, en las Figuras [5.6a](#) y [5.6b](#) se presenta la ruta seguida por el vehículo en las direcciones X - Y - Z , considerando las referencias planificadas para el movimiento. Téngase en cuenta que el término seguimiento de trayectoria se refiere al seguimiento de un perfil establecido respecto del tiempo. En contraste, el seguimiento de ruta hace referencia al desplazamiento desde una perspectiva geométrica.

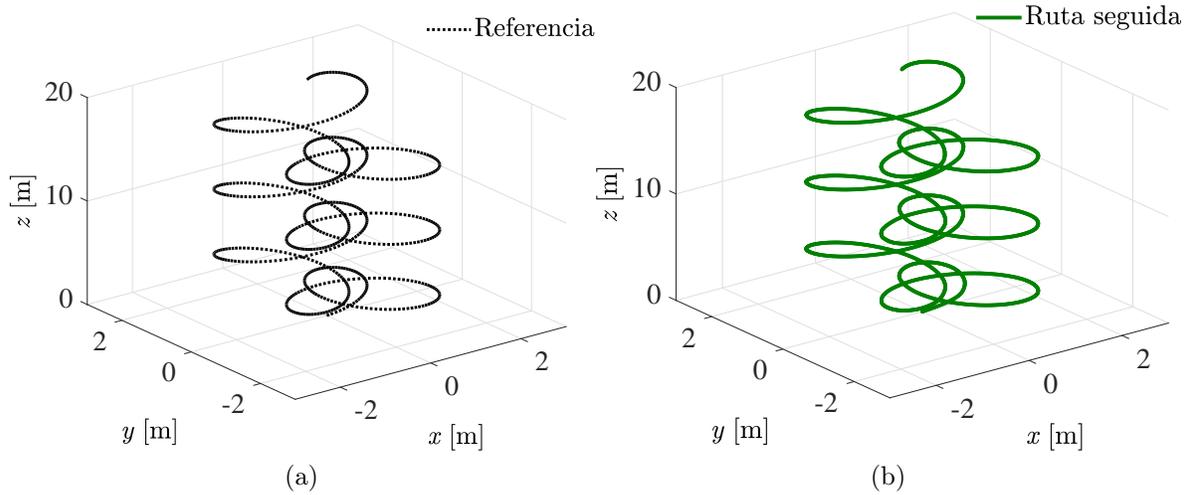


Figura 5.6: Seguimiento de la ruta planificada para el movimiento controlado del *quadrotor*, caso 1.

Para fines de claridad en la representación de resultados, solo se muestran los resultados obtenidos en el **caso 1**, ya que el esquema de control robusto propuesto permite obtener resultados similares en ambos estudios, a pesar de que las perturbaciones inyectadas presentan características diferentes.

El seguimiento de las trayectorias angulares se puede apreciar en la Figura 5.7. Aquí, las referencias θ^* y ϕ^* se calculan en línea de acuerdo con (5.7) para regular adecuadamente los desplazamientos en las direcciones Y y X . En ambos casos, el seguimiento de las referencias calculadas se logra debido a la estructura robusta del esquema de control, donde la etapa de control virtual depende de la regulación de estas variables para garantizar estabilidad y el seguimiento de las trayectorias deseadas.

Por su parte, las entradas de control calculadas sutilmente en línea y que permiten regular de manera eficiente el movimiento perturbado del *quadrotor* se observan en las Figuras 5.8 y 5.9. Nótese que el esquema de control propuesto le permite al vehículo realizar un seguimiento aceptable de las trayectorias sin importar que se tiene información limitada sobre su comportamiento dinámico. Asimismo, la naturaleza del controlador permite aproximar de manera apropiada las variables de interés que no están disponibles, en este caso las velocidades. Además, es posible observar como las entradas de control contrarrestan los efectos inducidos por las perturbaciones introducidas en las expresiones (5.27) y (5.28), mientras que estas no saturan a los actuadores, ya que son considerablemente pequeñas y suaves, lo que representa un ahorro importante de energía cuando el helicóptero está ejecutando alguna tarea predeterminada.

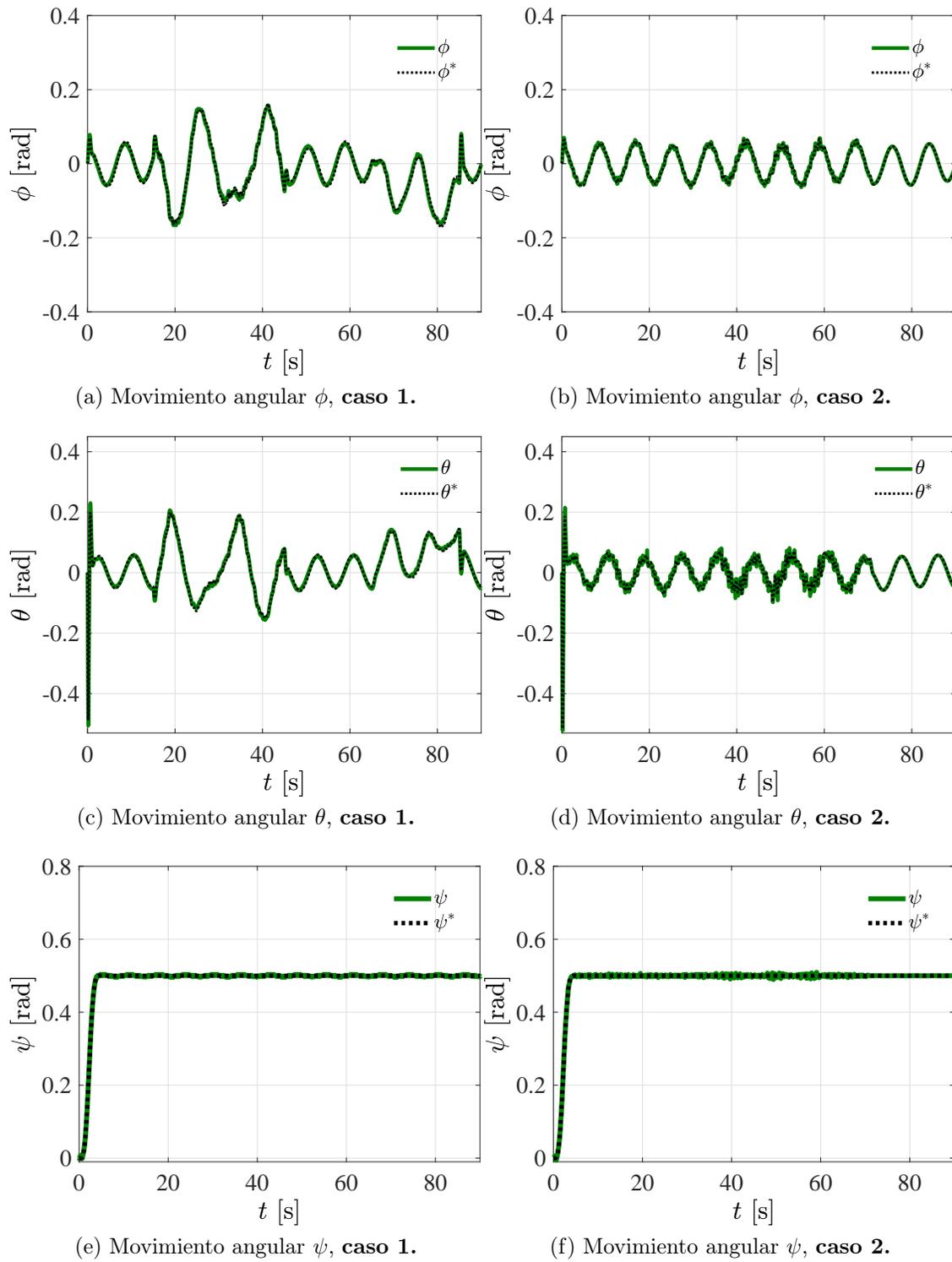


Figura 5.7: Seguimiento de las trayectorias angulares planificadas.

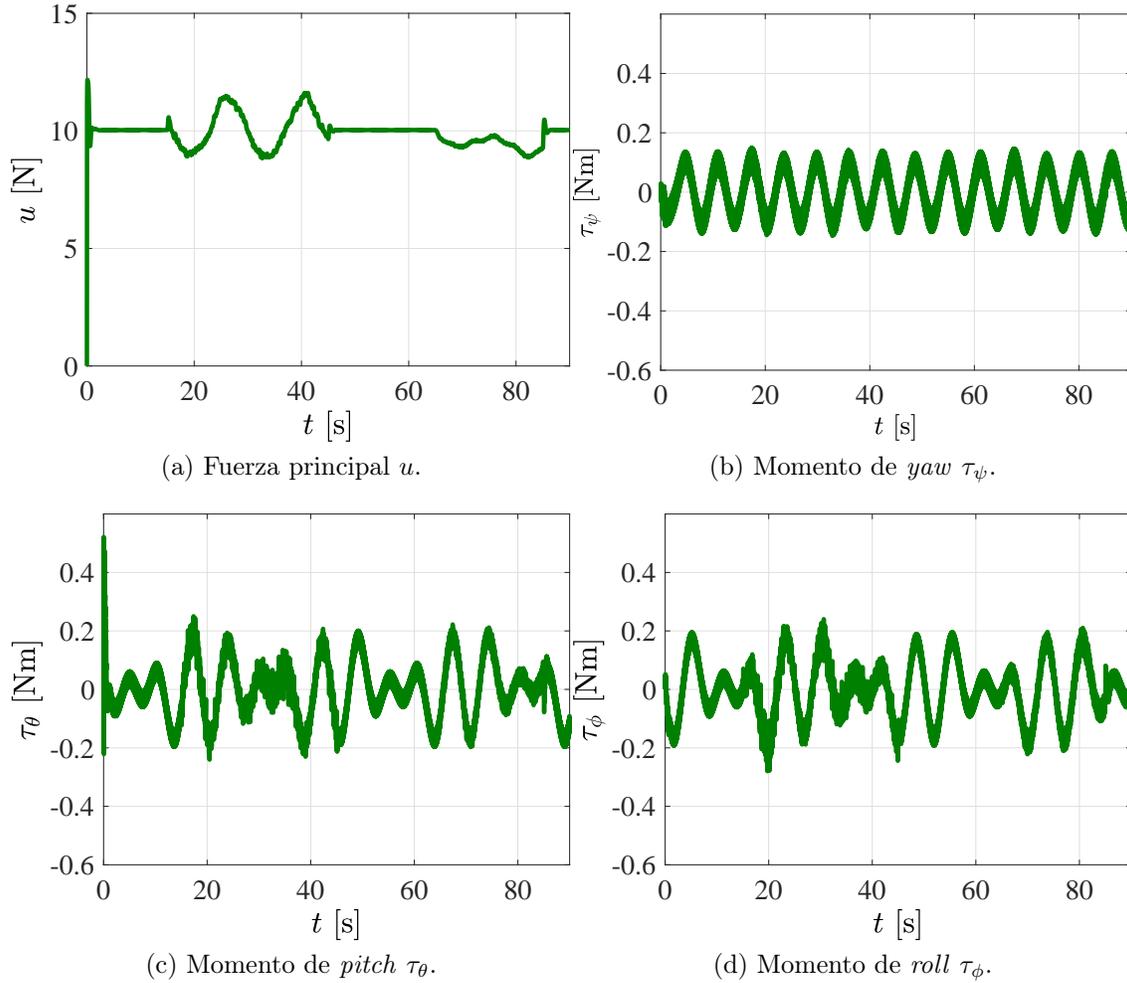


Figura 5.8: Señales de entrada de control inyectadas para contrarrestar los efectos de las perturbaciones, **caso 2**.

Cabe resaltar que la reconstrucción de variables puede utilizarse como un mecanismo de filtrado cuando se tengan disponibles las mediciones de velocidad, por ejemplo, la velocidad angular medida por un giroscopio que está contaminada con ruido.

Finalmente, la referencia para la trayectoria angular ψ^* está definida como sigue

$$\psi^* = \begin{cases} \psi_i & 0 \leq t < T_1 \\ \psi_i + (\psi_f - \psi_i) \mathcal{B}_z(t, T_1, T_2) & T_1 \leq t \leq T_2 \\ \psi_f & t > T_2 \end{cases} \quad (5.30)$$

donde $\psi_i = 0$ rad, $\psi_f = 0.5$ rad, $T_1 = 0$ s, $T_2 = 5$ s, y $\mathcal{B}_z(t, T_1, T_2)$ es un polinomio de

interpolación de Bézier dado por

$$\mathcal{B}_z(t, T_1, T_2) = \frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \left[r_1 - r_2 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right) + r_3 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right)^2 - \dots + r_6 \left(\frac{t - T_1}{T_2 - T_1} \right)^5 \right] \quad (5.31)$$

con constantes $r_1 = 252$, $r_2 = 1050$, $r_3 = 1800$, $r_4 = 1575$, $r_5 = 700$, $r_6 = 126$.

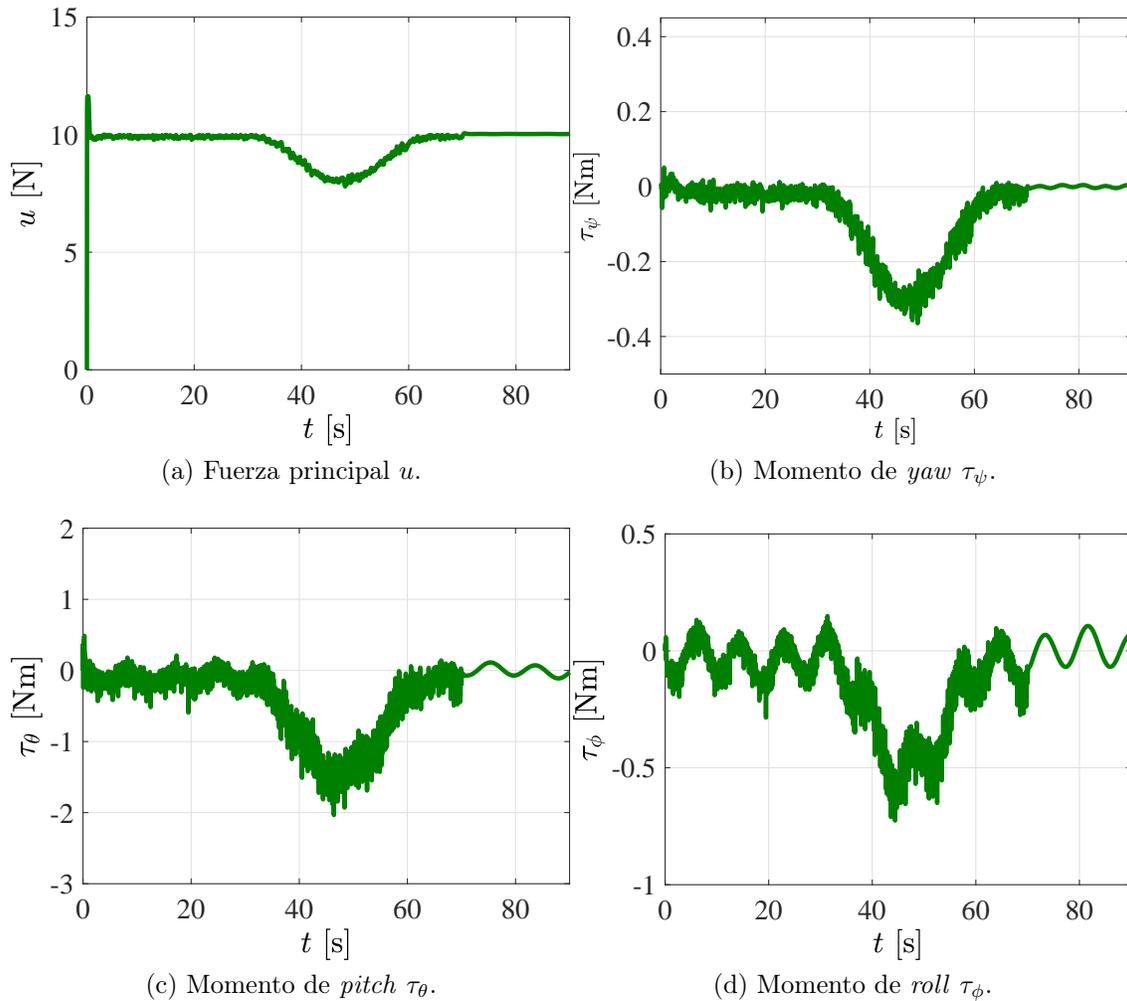


Figura 5.9: Señales de control inyectadas para contrarrestar los efectos de las perturbaciones, caso 2.

De esta manera, se destacan las siguientes características del esquema de control propuesto: no se requiere información detallada del modelo dinámico del sistema ni de las perturbaciones, no se necesita un observador para la estimación de la perturbación total, solamente se requiere información sobre la posición del *quadrotor*, no se utilizan funciones discontinuas para la acción de control, evitando de esta manera oscilaciones de alta frecuencia en las señales de control.

5.6. Conclusiones

En esta sección se propuso un esquema novedoso basado en las ideas centrales del control por rechazo activo de perturbaciones para el control del vuelo estable de un *quadrotor*. Diversas simulaciones numéricas se realizan para dos casos de estudio, con el fin de probar y destacar las cualidades del esquema de control propuesto. Se presentan dos controladores virtuales para solucionar el problema de subactuación, y en consecuencia, realizar un seguimiento adecuado de las trayectorias planificadas. Así también, se determina que no es necesario el uso de algún mecanismo de observación de las perturbaciones, debido a que la compensación integral sugerida es capaz de rechazar de manera activa la mayoría de los disturbios en tiempo real. Es importante resaltar que el esquema de control solo requiere información sobre la posición del vehículo para realizar el seguimiento, ya que no se requiere una detallada descripción del modelo matemático. Tómese en cuenta que a pesar de que el esquema propuesto fue evaluado en este estudio para tareas de regulación y seguimiento de trayectorias de un helicóptero de cuatro rotores sujeto a perturbaciones exógenas e incertidumbre en el modelo, los resultados exhiben que esta propuesta representa una alternativa para controlar satisfactoriamente diversos sistemas no lineales perturbados.

Referencias

- [5.1] O. K. e. Bruno Siciliano, *Springer Handbook of Robotics*. Springer International Publishing, 2 ed., 2016.
- [5.2] P. Corke, *Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms In MATLAB, Second Edition*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd ed., 2017.
- [5.3] S. Bouabdallah, A. Noth, and R. Siegwart, “PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor,” in *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, vol. 3, pp. 2451–2456, Sept 2004.
- [5.4] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander, and C. Tomlin, “Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment,” in *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, pp. 1670–1689, American Institute of Aeronautics and Astronautics, aug 2007.
- [5.5] H. Liu, D. Li, Z. Zuo, and Y. Zhong, “Robust Three-Loop Trajectory Tracking Control for Quadrotors With Multiple Uncertainties,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, pp. 2263–2274, April 2016.
- [5.6] A. A. Mian and W. Daobo, “Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter,” *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 21, no. 1, pp. 261–268, 2008.
- [5.7] A. Modirrousta and M. Khodabandeh, “A novel nonlinear hybrid controller design for an uncertain quadrotor with disturbances,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 45, pp. 294 – 308, 2015.
- [5.8] S. Bouabdallah and R. Siegwart, “Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor,” in *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247–2252, April 2005.
- [5.9] Z. Jia, J. Yu, Y. Mei, Y. Chen, Y. Shen, and X. Ai, “Integral backstepping sliding mode control for quadrotor helicopter under external uncertain disturbances,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 68, pp. 299 – 307, 2017.

- [5.10] D. Ma, Y. Xia, G. Shen, Z. Jia, and T. Li, “Flatness-based adaptive sliding mode tracking control for a quadrotor with disturbances,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 355, no. 14, pp. 6300 – 6322, 2018.
- [5.11] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong, and J.-L. Luo, “Second order sliding mode control for a quadrotor UAV,” *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350 – 1356, 2014. Disturbance Estimation and Mitigation.
- [5.12] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, and A. G. Loukianov, “Robust block second order sliding mode control for a quadrotor ,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 349, no. 2, pp. 719 – 739, 2012.
- [5.13] G. Perozzi, D. Efimov, J.-M. Biannic, and L. Planckaert, “Trajectory tracking for a quadrotor under wind perturbations: sliding mode control with state dependent gains,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 355, no. 12, pp. 4809 – 4838, 2018.
- [5.14] G. V. Raffo, M. G. Ortega, and F. R. Rubio, “An integral predictive/nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter,” *Automatica*, vol. 46, no. 1, pp. 29–39, 2010.
- [5.15] T. Dierks and S. Jagannathan, “Output Feedback Control of a Quadrotor UAV Using Neural Networks,” *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 21, no. 1, pp. 50–66, 2010.
- [5.16] Y. Bouzid, H. Siguerdidjane, and Y. Bestaoui, “Nonlinear internal model control applied to VTOL multi-rotors UAV,” *Mechatronics*, vol. 47, pp. 49 – 66, 2017.
- [5.17] J. Han, “From PID to Active Disturbance Rejection Control,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 900–906, March 2009.
- [5.18] Z. Gao, “Active Disturbance Rejection Control: A Paradigm Shift in Feedback Control System Design,” in *2006 American Control Conference*, pp. 2399–2405, June 2006.
- [5.19] B. Sun and Z. Gao, “A DSP-Based Active Disturbance Rejection Control Design for a 1-kW H-Bridge DC-DC Power Converter,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 52, pp. 1271–1277, Oct 2005.
- [5.20] S. Li, C. Xia, and X. Zhou, “Disturbance rejection control method for permanent magnet synchronous motor speed-regulation system,” *Mechatronics*, vol. 22, no. 6, pp. 706 – 714, 2012.
- [5.21] S. Zhao and Z. Gao, “An Active Disturbance Rejection Based Approach to Vibration Suppression in Two-Inertia Systems,” *Asian Journal of Control*, vol. 15, no. 2, pp. 350–362, 2013.

- [5.22] J. Li, R. Li, and H. Zheng, “Quadrotor modeling and control based on Linear Active Disturbance Rejection Control,” in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 10651–10656, July 2016.
- [5.23] H. Lu, X. Zhu, C. Ren, S. Ma, and W. Wang, “Active Disturbance Rejection Sliding Mode Altitude and Attitude Control of a Quadrotor with Uncertainties,” in *2016 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, pp. 1366–1371, June 2016.
- [5.24] R. Sanz, P. Garcia, and P. Albertos, “Active Disturbance Rejection by State Feedback: Experimental Validation in a 3-DOF Quadrotor Platform,” in *2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, pp. 794–799, July 2015.
- [5.25] W. Dong, G.-Y. Gu, X. Zhu, and H. Ding, “A high-performance flight control approach for quadrotors using a modified active disturbance rejection technique,” *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 83, pp. 177 – 187, 2016.
- [5.26] X. Shao, Q. Meng, J. Liu, and H. Wang, “Rise and disturbance compensation based trajectory tracking control for a quadrotor uav without velocity measurements,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 74, pp. 145 – 159, 2018.
- [5.27] M. Fliess, R. Marquez, E. Delaleau, and H. Sira-Ramirez, “Correcteurs proportionnels-intégraux généralisés,” *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, vol. 7, pp. 23–41, 2002.
- [5.28] P. Castillo, R. Lozano, and A. Dzul, *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Springer Publishing Company, Inc., 1st ed., 2010.
- [5.29] P. Castillo, P. García, R. Lozano, and P. Albertos, “Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 4, no. 1, pp. 41–57, 2007.
- [5.30] P. Castillo, L. E. Muñoz, and O. Santos, “Robust Control Algorithm for a Rotorcraft Disturbed by Crosswind,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 50, no. 1, pp. 756–763, 2014.
- [5.31] M. Fliess and C. Join, “Model-free control,” *International Journal of Control*, vol. 86, no. 12, pp. 2228–2252, 2013.

Capítulo 6

Rechazo de perturbaciones mediante observadores

En este capítulo se introduce un esquema de control basado en un observador extendido de estados generalizado (Generalized Extend State Observer, GESO) para el rechazo activo de perturbaciones en un FW-UAV. El controlador se diseña para un punto de operación dentro de un dominio de vuelo (a cierta altitud, velocidad y masa del vehículo, Figura 6.1). El punto de operación resaltado con color rojo, corresponde a una condición de vuelo de masa igual a 63 kg, velocidad de 30 m/s y una altura de 2100 m), donde el modelo del vehículo puede linealizarse. El diseño de un controlador para un punto de operación en particular es de gran relevancia, debido a que se diseña un esquema de control basado en la estrategia de programación de ganancias, que utiliza una familia de algoritmos lineales para controlar el sistema no lineal a lo largo de una trayectoria. Para verificar las características de robustez del controlador propuesto, se evalúan diversos casos de estudio para un punto de operación en particular.

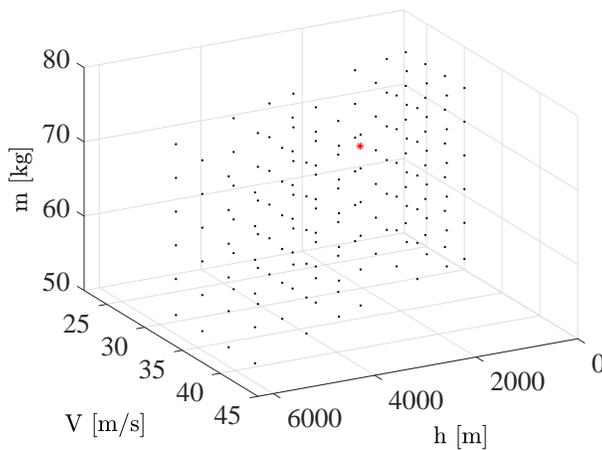


Figura 6.1: Dominio o espacio de vuelo.

Cabe mencionar que los resultados que aquí se presentan fueron obtenidos durante una estancia de investigación en el laboratorio de investigación en controles activos, aviónica y aero-servoelasticidad (Laboratoire de Recherche en Commande Active, Avionique et aéroservoélasticité, LARCASE) en la Escuela Tecnológica Superior (École de Technologie Supérieure, ETS), en la ciudad de Montreal, Quebec, Canadá.

6.1. Introducción

Existen principalmente dos tipos de estos vehículos: de ala fija (FW-UAV) y de ala giretoratoria (RW-UAV), cada uno de los cuales presenta diversas configuraciones, características, ventajas e inconvenientes. En general, los FW-UAV vuelan en el espacio tridimensional mediante la acción de sus superficies de control: el alerón, el timón y el elevador, principalmente. Estos vehículos están diseñados para cambiar y controlar los momentos sobre los ejes de balanceo, cabeceo y guiñada. El sistema de control de este tipo de aeronaves se divide en dos partes: control longitudinal y lateral. El control de cabeceo o *pitch* es un problema longitudinal, donde el elevador funciona como la entrada de control principal. El modelo dinámico para un aeronave de ala fija está disponible en diversos textos [6.1–6.3], donde se proporciona una descripción detallada de los modelos lineal y no lineal. El movimiento del vehículo durante el vuelo está sujeto a fuerzas y momentos aerodinámicos y de propulsión, por lo tanto, se utiliza un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales altamente acopladas para describir el comportamiento dinámico del vehículo. Cuando se diseña un sistema de control para un FW-UAV, comúnmente se representa el dominio de vuelo mediante una cuadrícula de puntos operativos con determinada altitud y velocidad, y luego se realiza una linealización de las ecuaciones de estado no lineales en los puntos de equilibrio (denominados *trim points*) [6.4].

Existe una amplia gama de condiciones de vuelo para cada vehículo en particular, donde las fuerzas aerodinámicas y los momentos se aproximan adecuadamente como funciones lineales de las variables de estado. Mientras que el vehículo se encuentra volando, está sujeto a varios tipos de perturbaciones externas e internas, por ejemplo, turbulencia del viento, cizalladura del viento, ráfaga de viento, incertidumbres paramétricas, etc. Por esta razón, se requiere del diseño de esquemas de control lineales y no lineales para asegurar un correcto funcionamiento del vehículo. En la literatura, se encuentran diversos enfoques de control tanto para aviones convencionales como para FW-UAV, donde destacan el control mediante programación de ganancias o *gain scheduling*, modos deslizantes, controladores convencionales adaptativos, observadores de estados, H_∞ , regulador cuadrático lineal (Linear Quadratic Regulator, LQR), observadores extendidos de estados (Extended State Observer, ESO), entre otros, [6.5–6.11].

En este capítulo se propone un esquema de control basado en un observador GESO para el control de la dinámica longitudinal de un FW-UAV. El esquema permite utilizar las señales estimadas por el observador como señales de retroalimentación, mientras que se rechazan activamente las perturbaciones mediante su estimación y la ganancia de perturbación.

A diferencia de otras propuestas en la literatura, el esquema aprovecha las cualidades del observador para rechazar perturbaciones en los diferentes canales de la representación matemática del sistema (condición de *matching*). De la misma manera, se utilizan técnicas de inteligencia artificial para el cálculo de los pesos de las matrices de control y estados, que son utilizadas por el controlador LQR principal. El esquema propuesto forma parte de un modelo de simulación donde se controla a un UAS mediante una metodología de control *gain scheduling*, para un dominio de vuelo definido por valores de variables físicas determinadas experimentalmente. Se presentan tres casos de estudios para realizar diversas simulaciones numéricas, con el fin de evaluar el rendimiento del sistema en cada situación. Finalmente, se mencionan algunas conclusiones sobre la solución propuesta.

6.2. Modelo dinámico del FW-UAV

En este trabajo se utilizan las ecuaciones de movimiento linealizadas considerando pequeñas perturbaciones [6.1, 6.2] sobre una condición de vuelo en equilibrio, donde los vectores de velocidad y gravedad se encuentran en el plano de simetría del vehículo. Para la dinámica longitudinal, el vector de variables de estado está dado por

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta]^T \quad (6.1)$$

donde u , w , q y θ , son la velocidad axial (componente de la velocidad en el eje de balanceo o *roll*), velocidad vertical (componente de la velocidad en el del eje de guiñada o *yaw*), velocidad y ángulo de inclinación o cabeceo, respectivamente. Por su parte, el vector de control está definido como

$$\delta = [\delta_e \quad \delta_T]^T \quad (6.2)$$

donde δ_e y δ_T son las variables de control del elevador y empuje o acelerador. Entonces, utilizando la teoría de pequeñas perturbaciones, se deduce una aproximación de la dinámica longitudinal lineal, donde la representación en el espacio de estados está definida por las siguientes matrices

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g_0 \cos \Theta \\ Z_u & Z_w & u_0 & -g_0 \sin \Theta \\ M_u + M_{\dot{w}}Z_u & M_w + M_{\dot{w}}Z_w & M_q + u_0M_{\dot{w}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_T} \\ M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_e} & M_{\delta_T} + M_{\dot{w}}Z_{\delta_T} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

aquí, los elementos de la matriz de estados dependen de las derivadas dimensionales y de los coeficientes aerodinámicos adimensionales, [6.1, 6.2]. Por lo tanto, se puede expresar el

modelo dinámico longitudinal mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, que está dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\delta \quad (6.5)$$

lo cual simplifica el análisis y diseño de un esquema de control de vuelo. En este estudio se diseña un controlador lineal para el Ehécatl UAS-S4 de Hydra Technologies que se observa en la Figura 6.2.



Figura 6.2: Ehécatl UAS-S4.

El modelo linealizado del UAS-S4 para la condición de vuelo definida por una velocidad: 41.3040 m/s , altitud: $6,097.6 \text{ m}$ y masa: 53.11 kg , está dada respectivamente por las siguientes matrices de estado, salida y control:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.0726 & 0.2346 & -0.9547 & -9.7830 \\ -0.3729 & -4.5992 & 43.3325 & -0.2240 \\ -0.1308 & -1.3599 & 0.4664 & -0.0118 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0133 \\ 0.0631 \\ -0.1525 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (6.7)$$

La entrada de control del elevador está definido entre el rango de $-40^\circ \geq \delta_e \leq 40^\circ$. Los valores numéricos de los parámetros en las ecuaciones (6.3) y (6.4) se extrajeron del trabajo presentado en (6.12).

6.3. Control basado en GESO

Uno de los principales problemas para los sistemas de control de vuelo se debe a la combinación de dinámicas no lineales, incertidumbres de modelado y variación de parámetros a la

hora de caracterizar la aeronave y su entorno operativo [6.6]. Es importante mencionar que muchas de las incertidumbres en los sistemas de control no pueden medirse en tiempo real, por lo tanto, el uso de mecanismos de estimación de perturbaciones es particularmente importante, ya que las variables estimadas se utilizan por lo general en el diseño de controladores para compensar los efectos de dichas perturbaciones. En la literatura se proponen diversos mecanismos de estimación [6.13–6.15], entre los que destacan el observador de entrada desconocido (Unknown Input Observer, UIO), el observador de perturbaciones (Disturbance Observer, DO), la entrada de perturbación equivalente (Equivalent Input Disturbance, EID) y el observador extendido de estados (Extended State Observer, ESO), donde la mayoría de ellos se basan en información de la planta, sin embargo, para el diseño del ESO solo se requiere conocer el orden del sistema o la planta. El control basado en el rechazo activo de perturbaciones (Active Disturbance Rejection Control, ADRC), propuesto por el profesor Han en [6.16] como una alternativa robusta para el control PID, es el primer control basado en el uso de un ESO. Se han reportado resultados interesantes en la literatura respecto al uso del ADRC, no obstante, una de las consideraciones que deben de tenerse en cuenta, es que para el diseño de un controlador de este tipo se requiere que la representación general del sistema se encuentre en forma de cadena de integradores, es decir en forma canónica controlable: por ejemplo, como suelen expresarse los sistemas de control de movimiento en mecánica. Sin embargo, en algunos casos la obtención de una representación del sistema en forma de cadena de integradores no es posible, o se requiere realizar alguna transformación de la representación del sistema, lo que no siempre es una tarea sencilla. Además, en el diseño de un ESO convencional, se supone que las incertidumbres y perturbaciones actúan a través del mismo canal que la entrada de control [6.17], lo que se conoce como condición de *matching* [6.17]. Para resolver este problema, los autores en [6.18] proponen un esquema de observación de estados extendida generalizada como una solución para este problema, el cual permite estimar las perturbaciones agrupadas (*lumped*) en sistemas dinámicos que no se encuentran representados en cadena de integradores.

El GESO-BC se ha utilizado con éxito para el control de diversos sistemas no lineales y lineales, como en el guiado de misiles [6.19], en sistemas de levitación magnética [6.18], en el péndulo tipo carro [6.20], para el control de movimiento de un RW-UAV [6.21], en un robot móvil con ruedas [6.22], y buques marinos [6.23]. En este trabajo, se propone un GESO-BC para el control de movimiento de cabeceo del Ehécatl UAS-S4, ya que este tipo de vehículos se ve afectado por perturbaciones causadas por dinámicas no modeladas, incertidumbres paramétricas y el viento.

Para el diseño del esquema de control, el sistema descrito por (6.6) y (6.7) se tiene que aumentar, esto con el fin de diseñar un mecanismo de seguimiento, por lo tanto se tiene el siguiente sistema aumentado

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \delta_e + \mathbf{G}r \quad (6.8)$$

o en su forma desarrollada

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} r \quad (6.9)$$

donde r es la referencia que debe seguir la trayectoria de la variable controlada, y $n = 4$. Por lo tanto, se desea que la salida del sistema, el ángulo de inclinación θ , siga la referencia en estado estacionario, es decir tal que $y(\infty) = r$, entonces se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e(\infty) + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (6.10)$$

mediante la sustracción de (6.10) y (6.9), se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}(\infty) \\ \dot{\xi} - \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(\infty) - \mathbf{x} \\ \xi(\infty) - \xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_e - \delta_e(\infty)] \quad (6.11)$$

que se expresa en términos del error del sistema como

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_e \\ \dot{\xi}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{n \times 1} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_e \\ \xi_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_{ee} \quad (6.12)$$

Debido a que $r(\infty) = r$, el término de la referencia puede ser omitido en el análisis, lo que permite establecer que

$$\delta_{ee} = -\mathbf{K}_x \mathbf{x} + k_I \xi \quad (6.13)$$

Nótese que en (6.12), δ_{ee} no es la misma expresión que se utiliza para representar la entrada de control del elevador (6.2). Entonces, se puede expresar como

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_a \mathbf{e} + \mathbf{B}_a \delta_{ee} \quad (6.14)$$

y la dinámica a lazo cerrado se determina al sustituir δ_{ee} de (6.13) en (6.14),

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_{x_a}) \mathbf{e} \quad (6.15)$$

Con el fin de asegurar estabilidad a lazo cerrado, se utiliza la teoría LQR para encontrar el valor óptimo de $\mathbf{K}_{x_a} = [\mathbf{K}_x - k_I]$, donde la función objetivo está dada por

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \delta_{ee}^T \mathbf{R} \delta_{ee}) dt \quad (6.16)$$

La ecuación de Ricatti descrita por (6.17) se resuelve mediante la función *care* de MATLAB[®]. Por su parte, los valores de las matrices de pesos se calculan mediante un algoritmo PSO.

$$\mathbf{A}_a \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B}_a \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P} = 0 \quad (6.17)$$

En la siguiente sección se utiliza el esquema presentado para resolver tareas de regulación y seguimiento de trayectorias del UAS-S4. El análisis y diseño se realizaron sin considerar el término de las perturbaciones, lo que no garantiza un rendimiento adecuado en su presencia. Por lo tanto, en un segundo caso de estudio, se propone un esquema de control GESO mientras para la atenuación y robustez de las perturbaciones, mientras que el controlador diseñado para el primer caso de estudio se utiliza como controlador principal, el cual se utiliza para el diseño de la ley de control más una factor de compensación proporcionada por el observador GESO. Siguiendo el procedimiento de diseño que se realiza en para un ESO clásico, el vector de estados de la planta se aumenta, definiendo la perturbación total o agrupada como un estado adicional. Por consiguiente, se reescribe el sistema dado en (6.8) de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_a &= \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \delta_e + \mathbf{G}r + \mathbf{b}_d f(x, w(t), t) \\ y &= \mathbf{C}_a \mathbf{x}\end{aligned}\quad (6.18)$$

lo que permite expresar el espacio de estados extendido como

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{b}}_u \delta_e + \bar{\mathbf{G}}r + \mathbf{E}h \\ y_m &= \bar{\mathbf{C}}_m \bar{\mathbf{x}} \\ y_0 &= \mathbf{C}_0 \bar{\mathbf{x}}\end{aligned}\quad (6.19)$$

donde,

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_a & \mathbf{b}_d \\ \mathbf{0}_{1 \times 5} & 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{E} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{5 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{b}}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\mathbf{G}} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.20)$$

aquí, $n = 5$ que corresponde al orden del sistema aumentado. Por otro lado, la perturbación afectando la dinámica longitudinal del vehículo está dada por $h = d_\theta$, que es desconocida y por motivos de análisis se considera acotada. Además, $\mathbf{C}_0 = [\mathbf{C}_a \ 0]$ es la matriz de salida controlable, y la matriz de salida observable está dada como sigue

$$\bar{\mathbf{C}}_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\quad (6.21)$$

Una de las principales condiciones que se debe cumplir para realizar el diseño, es que el conjunto de matrices $(\mathbf{A}_a, \mathbf{B}_a)$ sea controlable, mientras que $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{C}}_m)$ es observable. Entonces,

el diseño del ESO del sistema en (6.19)

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \bar{\mathbf{b}}_u\delta_e + \bar{\mathbf{G}}r - \mathbf{L}(\hat{\mathbf{y}}_m - \mathbf{y}_m) \\ \mathbf{y}_m &= \bar{\mathbf{C}}_m\bar{\mathbf{x}} \\ y_0 &= \mathbf{C}_0\bar{\mathbf{x}}\end{aligned}\quad (6.22)$$

donde, \mathbf{L} es la matriz de ganancias del observador, y $\hat{\mathbf{x}}$ es la estimación de $\bar{\mathbf{x}}$. En este trabajo se utiliza la teoría LQR para determinar los valores óptimos de las ganancias del observador propuesto (lineal del tipo *Luenberger*). Aquí, las estimaciones del error y de la perturbación están dados como

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_{\bar{\mathbf{x}}} &= \hat{\mathbf{x}} - \bar{\mathbf{x}} \\ e_d &= \hat{d} - d\end{aligned}\quad (6.23)$$

donde $\hat{d} = x_{n+1}$ es la perturbación agrupada, que incluyen tanto perturbaciones endógenas (que dependen de variables internas como los estados, salidas, entradas de control, dinámica no modelada y no linealidades) como exógenas (generadas por el medio ambiente o por otros sistemas). Al sustituir (6.23) y (6.22) en (6.19) se tiene

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_e\mathbf{e} - \mathbf{E}h \quad (6.24)$$

con

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\bar{\mathbf{x}}} \\ e_d \end{bmatrix}, \mathbf{A}_e = \bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}}_m \quad (6.25)$$

Entonces, al seleccionar la matriz de ganancias del observador \mathbf{L} tal que \mathbf{A}_e sea una matriz de Hurwitz, es decir, estable, se asegura el comportamiento estable del error de observación para cualquier valor acotado de h (6.18). Para esto, se utilizan las técnicas de asignación de polos o LQR, que se encuentran disponibles en MATLAB[®] mediante las funciones *place* y *care*, para determinar el vector o matriz de ganancias del observador,

$$\bar{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{C}}_m = \bar{\mathbf{A}} - \bar{\mathbf{C}}_m^T\mathbf{L}^T \quad (6.26)$$

Tenga en cuenta que el vector de ganancias de control y el vector de ganancias del observador pueden diseñarse por separado. Por lo tanto, se propone la siguiente ley de control

$$\delta_e = -\mathbf{K}_{\mathbf{x}_a}\mathbf{x}_a + K_d\hat{d} \quad (6.27)$$

Cuando algunos estados no son medibles, se puede diseñar la ley de control basada en la información de los estados estimados, como se observa en la siguiente ecuación

$$\delta_e = -\mathbf{K}_{\mathbf{x}_a}\hat{\mathbf{x}}_a + K_d\hat{d} \quad (6.28)$$

donde \mathbf{K}_{x_a} es el vector de ganancias de control de retroalimentación y K_d es la ganancia de perturbación dada por [\[6.18\]](#)

$$K_d = - [\mathbf{C}_0 (\mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_{x_a})^{-1} \mathbf{B}_a]^{-1} \mathbf{C}_0 (\mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_{x_a})^{-1} \mathbf{b}_d \quad (6.29)$$

Para obtener información detallada sobre la estabilidad en lazo cerrado del GESO, se sugiere a los lectores la siguiente literatura [\[6.18-6.24\]](#).

6.4. Resultados de simulación

En esta sección se proponen tres esquemas para el control del movimiento de cabeceo o *pitch* del UAS-S4, así también para el rechazo de las perturbaciones durante la fase de vuelo establecida. En cada caso de estudio se realizan simulaciones numéricas para mostrar las ventajas de la estimación y el rechazo de las perturbaciones. En primer lugar, se sintoniza un regulador LQR para resolver el problema de control de inclinación longitudinal. Posteriormente, se introduce un controlador integral PSO-LQR, donde se analiza el comportamiento del sistema respecto al esquema propuesto. Finalmente, en el tercer caso de estudio, se implementa un controlador basado en el uso de un observador extendido de estados generalizado GESO-BC para estimar la perturbación total, así como una ganancia de perturbación. Ambas expresiones se utilizan para diseñar un ley de control compuesta, que también contempla la acción de control de un regulador PSO-LQR integral (como en el caso de estudio 2) para las tareas de regulación y seguimiento de la trayectoria. La primera prueba es que la salida del sistema siga una trayectoria de referencia sin la presencia de perturbaciones, aquí, la referencia planificada $\theta^* = r$ está dada por

$$r(t) = \begin{cases} 0.2 \text{ rad}, & 0 \leq t \leq 25 \text{ s} \\ 0.1 \text{ rad}, & 25 < t \leq 50 \text{ s} \\ 0.3 \text{ rad}, & t > 50 \text{ s} \end{cases} \quad (6.30)$$

Para la segunda prueba, el vehículo tiene que seguir el perfil de referencia descrito por [\(6.30\)](#) en la presencia de perturbaciones que afectan la dinámica longitudinal. Tenga en cuenta que, en aras de la simplicidad, se adopta un modelo general para las perturbaciones que afectan al movimiento de *pitch*, el cual está dado por

$$d_\theta(t) = \begin{cases} 0 \text{ rad/s}, & 0 \leq t \leq 20 \text{ s} \\ 3 \text{ rad/s}, & 20 < t \leq 35 \text{ s} \\ 6 \sin(t) \text{ rad/s}, & t > 35 \text{ s} \end{cases} \quad (6.31)$$

La Figura [6.3](#) muestra el perfil de la perturbación dada por [\(6.31\)](#). Es importante resaltar que es prácticamente imposible predecir en su totalidad la perturbación, ya que el vehículo es linealizado en diversos puntos de operación del volumen de vuelo, donde es probable que las perturbaciones presenten diferentes comportamientos y características, debido a que son

dependientes a su vez de las condiciones de vuelo del UAS. Los efectos de las perturbaciones son diferentes a determinada altura, velocidad y masa del vehículo, que es, aunque de dinámica lenta, variante en el tiempo (es una función de la cantidad de combustible que posee el avión).

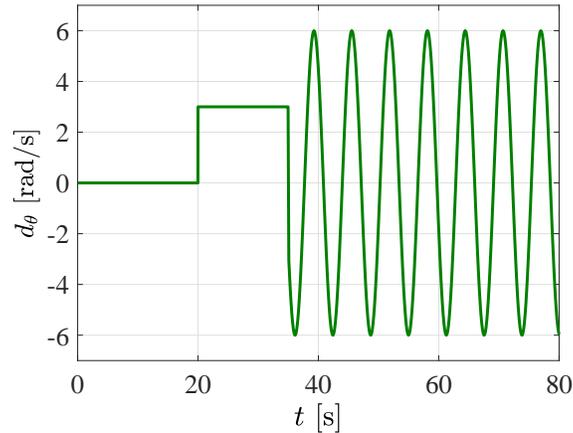


Figura 6.3: Modelo de la perturbación inyectada al sistema durante la simulación.

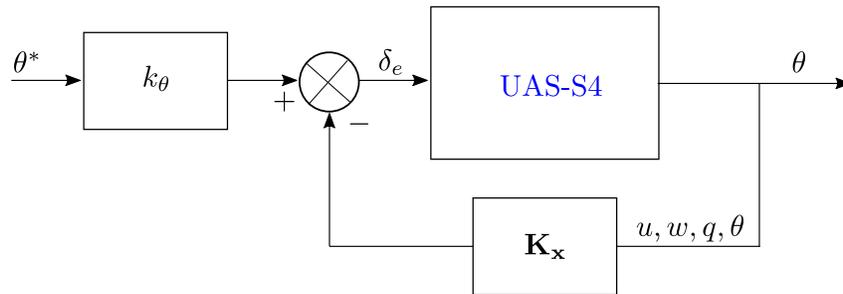
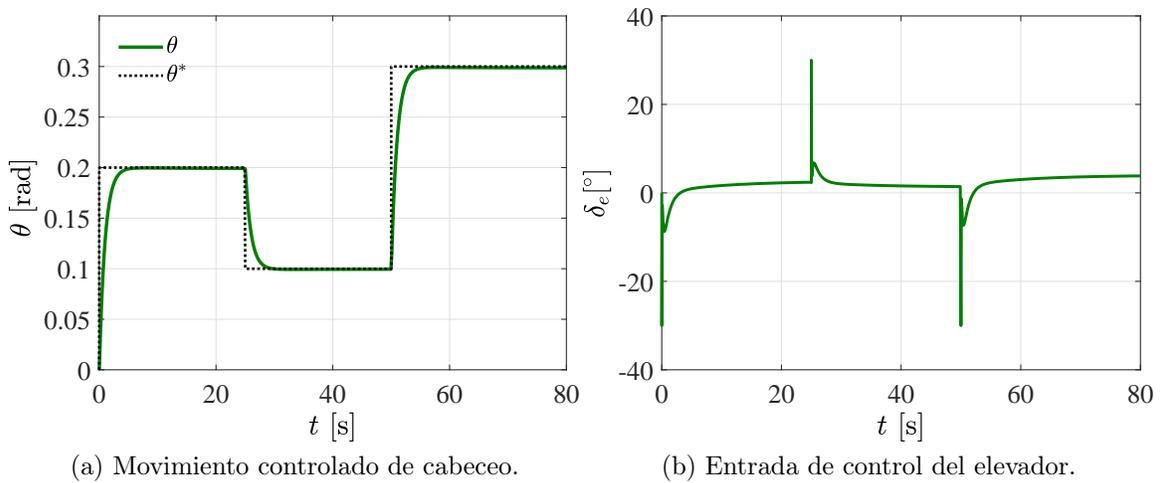
6.4.1. Caso de estudio 1: controlador LQR

Para fines de análisis, se diseña un controlador LQR para evaluar sus capacidades de rechazo a las perturbaciones en el control del movimiento de inclinación del UAS-S4. A pesar de que el esquema LQR es un regulador, se puede lograr que el sistema realice tareas de seguimiento. En esta sección, se ajusta el controlador LQR por el método de prueba y error, donde la ley de control y el vector de ganancias de retroalimentación son los siguientes

$$\delta_e = -\mathbf{K}_x + K_\theta r$$

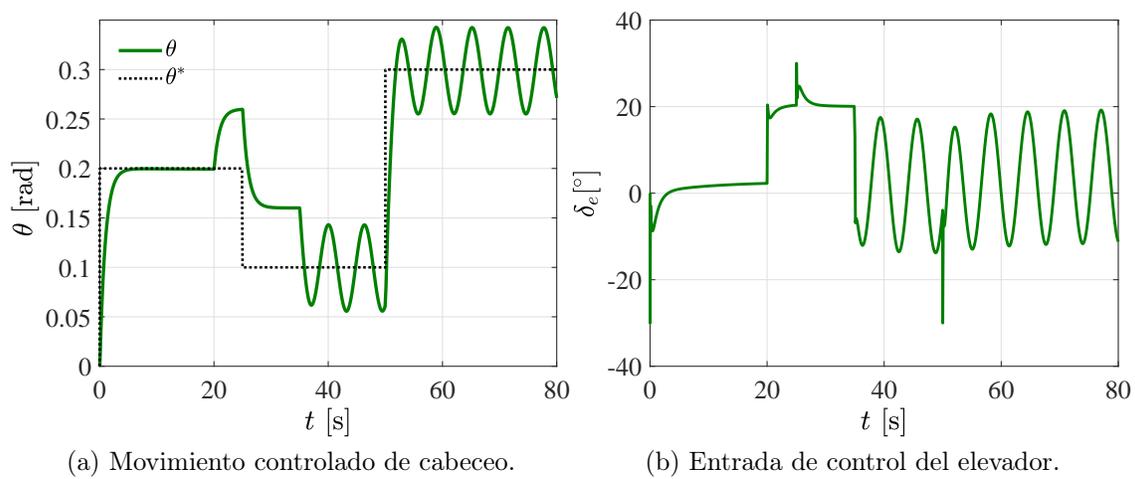
$$\mathbf{K}_x = [0.7542 \quad 7.5016 \quad -319.4248 \quad -316.8812] \quad (6.32)$$

En la Figura 6.5 se observa que el vehículo puede realizar el seguimiento de la trayectoria planificada para el movimiento de cabeceo mediante las ganancias de control determinadas por la metodología LQR. Sin embargo, ya que el regulador LQR es una estrategia de control que requiere información del modelo, cuando el sistema se ve afectado por perturbaciones este podría no dar los resultados esperados. Nótese que en cada una de las figuras las líneas discontinuas y continuas son la referencia y el seguimiento de la trayectoria, respectivamente. Ahora, se supone que la perturbación descrita en (6.31) afecta el movimiento del UAS-S4, como se observa en los resultados mostrados en la Figura 6.6, donde se aprecia que la respuesta del sistema se ve afectada de manera significativa por la perturbación. Para tener una comparación cuantitativa basada en el desempeño del sistema, en cada una de las situaciones bajo estudio se calcula el índice de desempeño ITAE.

Figura 6.4: Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, **caso 1**.

(a) Movimiento controlado de cabeceo.

(b) Entrada de control del elevador.

Figura 6.5: Respuesta del sistema a lazo cerrado, **caso 1**.

(a) Movimiento controlado de cabeceo.

(b) Entrada de control del elevador.

Figura 6.6: Respuesta perturbada del sistema a lazo cerrado, **caso 1**.

6.4.2. Caso de estudio 2: controlador Integral PSO-LQR

Debido a que el controlador propuesto en el caso de estudio 1 carece de robustez ante los disturbios tanto constantes como variables en el tiempo, en esta sección se propone un esquema de control PSO-LQR Integral, como se describe en el esquema principal en la Figura 6.7. En el diseño del lazo de control se considera la ley de control descrita en (6.13), donde el vector de ganancias del controlador por retroalimentación es el siguiente

$$\mathbf{K}_{x_a} = [\mathbf{K}_x - k_I], \quad (6.33)$$

aquí, se utiliza la optimización por enjambre de partículas para determinar los valores óptimos de las matrices \mathbf{Q} y \mathbf{R} , las cuales definen los pesos de los estados y la entrada de control, respectivamente. Para resolver el problema de optimización se utiliza el *toolbox* de optimización de MATLAB[®], donde el enjambre está conformado por 800 partículas, y cuyo valor obtenido para el vector de ganancias de control es el siguiente

$$\mathbf{K}_{x_a} = [0.8 \quad 8.4 \quad -482.8 \quad -2666.09 \quad 4242.6] \quad (6.34)$$

En la Figura 6.8 se aprecia un seguimiento adecuado de la referencia planificada θ^* para el

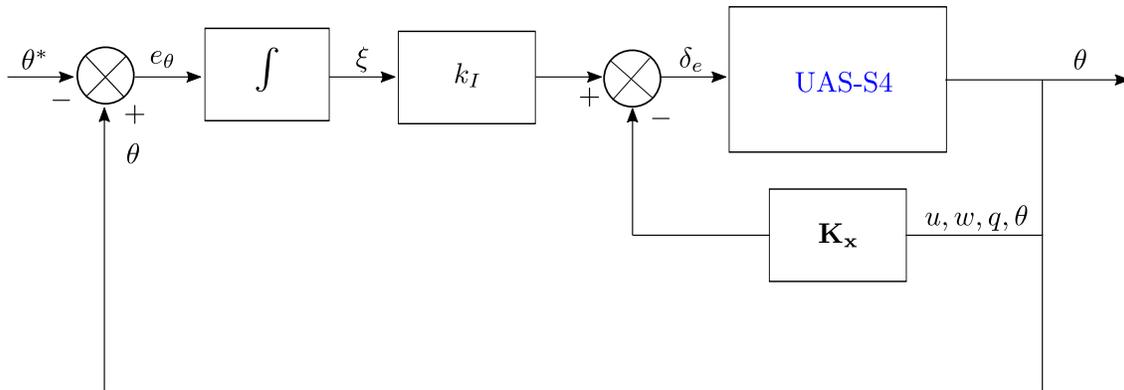


Figura 6.7: Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, **caso 2**.

movimiento de cabeceo del UAS-S4. Asimismo, se observa que la magnitud de la señal de control es menor en comparación con la respuesta en el primer caso de estudio. Ahora se considera el perfil de perturbación 6.31, de manera similar a como se realiza la simulación para el caso de estudio 1. La Figura 6.9 permite ver que la respuesta del sistema realiza el control de movimiento del vehículo de manera adecuada, sin embargo, en la salida del sistema se presentan oscilaciones inducidas por efectos de la perturbación. También, se observa que el esquema propuesto es capaz de atenuar los disturbios constantes, a diferencia del esquema LQR del caso 1.

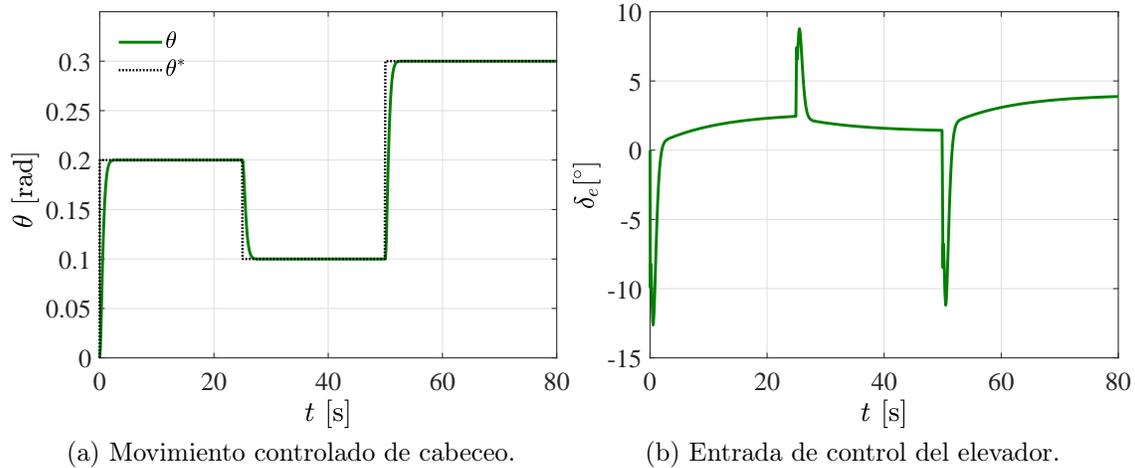


Figura 6.8: Respuesta del sistema a lazo cerrado sin perturbaciones, **caso de estudio 2**.

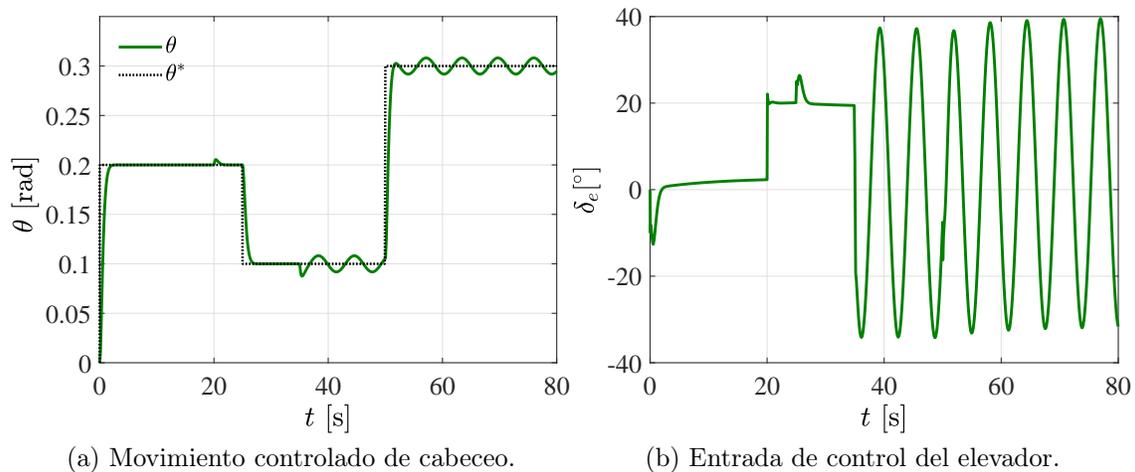


Figura 6.9: Respuesta del sistema a lazo cerrado sometido a perturbaciones, **caso de estudio 2**.

6.4.3. Caso de estudio 3: esquema de control GESO

En esta sección, se diseña un observador GESO para proporcionar robustez al esquema de control implementado en el estudio de caso 2. En el diagrama presentado en la Figura 6.11 se resume el enfoque de control para el caso 3. Aquí se considera el conjunto de expresiones en (6.20), donde el bloque del observador estima tanto la perturbación total como la ganancia de perturbación (6.29), que se incluyen posteriormente en el diseño de la ley de control (6.27). El valor de la ganancia de compensación es $K_d = 6.5173$, mientras que, por su parte, la

ganancia del controlador es la misma que el caso de estudio 2, y el vector de ganancias del observador es el siguiente

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1437 & 71437 & 57332 & 1764.8 & -0.295 & 1000000 \\ 0.2408 & -11.95 & -9.55 & -0.295 & 4242.6 & -166.08 \end{bmatrix}^T \quad (6.35)$$

ambos vectores de ganancias se obtienen utilizando la función *care* de MATLAB[®], que

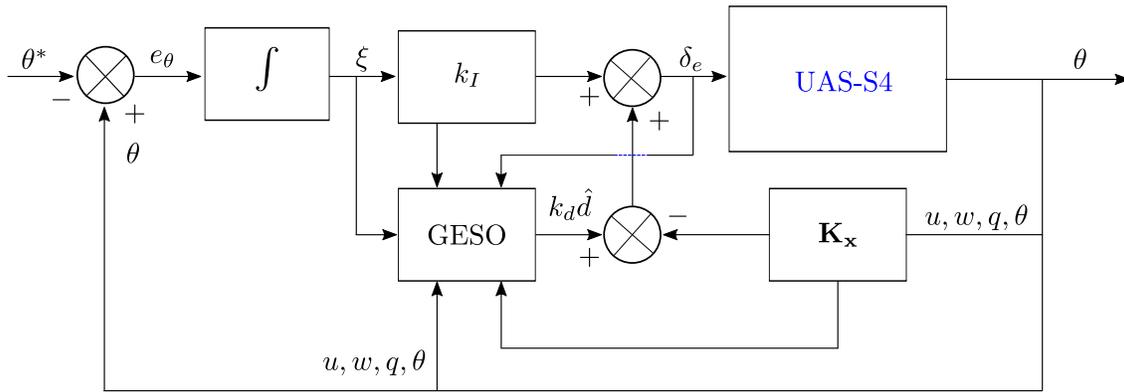


Figura 6.10: Diagrama de bloques del sistema a lazo cerrado, **caso 3**.

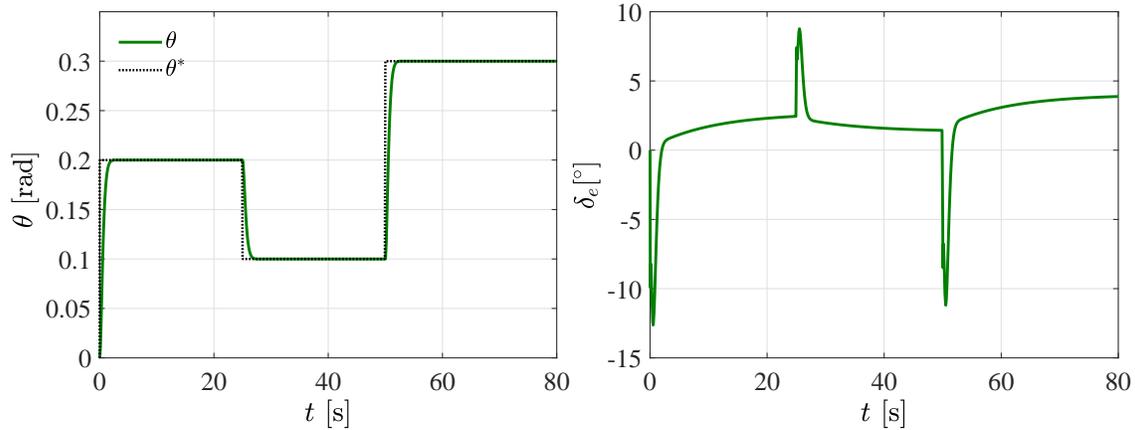
resuelve la ecuación de Ricatti para (6.26) y (6.15). Las matrices de pesos para el sistema extendido Q_e y R_e que se determinan mediante el algoritmo PSO son las siguientes

$$\mathbf{Q}_e = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 300 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.8 \times 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \times 10^9 \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

y

$$\mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & 0 \\ 0 & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Por otro lado, en la Figura 6.11 se observa que el comportamiento del sistema es prácticamente el mismo que en el caso de estudio 2, debido a que el observador no estima ninguna perturbación exógena.

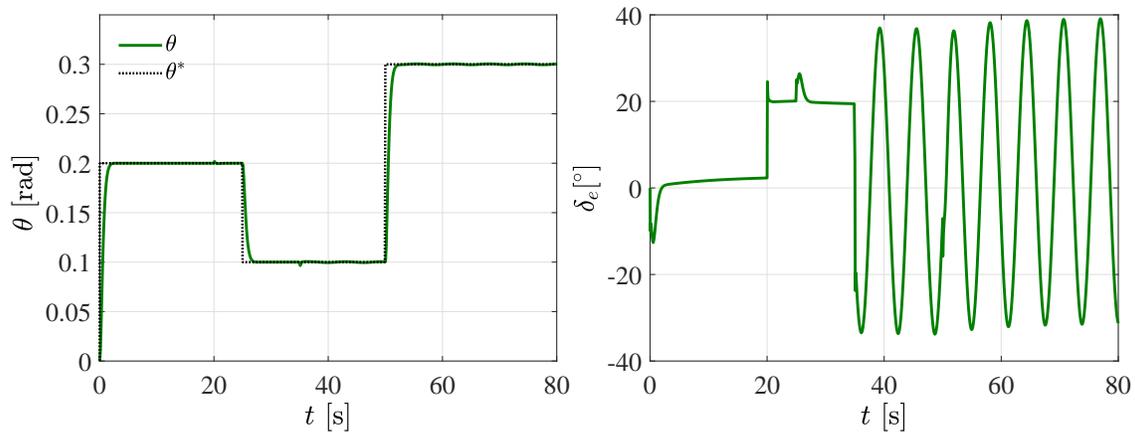


(a) Seguimiento de la trayectoria para el movimiento de cabeceo.

(b) Entrada de control del elevador.

Figura 6.11: Respuesta del sistema sin incluir las perturbaciones, **caso de estudio 3**.

Para el caso perturbado, nótese que la respuesta en la Figura [6.12](#) no presenta oscilaciones de magnitud importante debido al efecto del control propuesto.



(a) Seguimiento de la trayectoria para el movimiento de cabeceo.

(b) [Entrada de control del elevador.

Figura 6.12: Respuesta del sistema en presencia de perturbaciones, **caso de estudio 3**.

De igual manera, se corrobora la eficiencia del esquema de control para regular el movimiento del UAS-S4, donde sin importar los efectos inducidos por las perturbaciones, se mantiene el seguimiento dentro de un rango aceptable, solamente se presenta una ligera desviación respecto a la trayectoria de referencia planificada.

Finalmente, en la Figura 6.13 se observa que el vector de ganancias del observador L propuesto, permite realizar una estimación aceptable tanto de los estados del sistema como de la perturbación agrupada, que se utiliza en la ley de control para rechazarla.

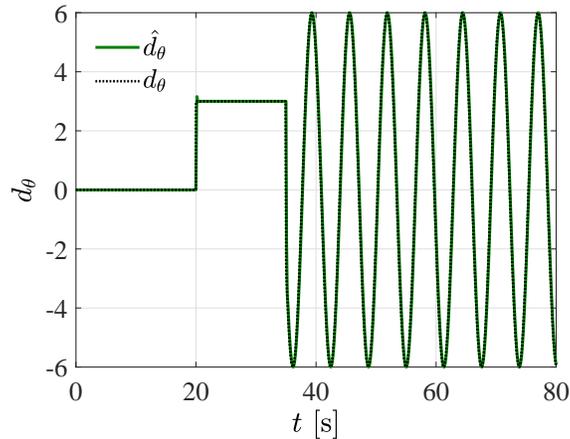


Figura 6.13: Perturbación estimada mediante el GESO.

Ahora, con el fin de obtener una comparación cuantitativa y precisa entre las respuestas de los esquemas de control propuestos, en la Tabla 6.1 se presentan los valores correspondientes del cálculo del índice ITAE para cada caso de estudio. Aquí, es evidente el rendimiento al usar el controlador basado en GESO, donde el error de seguimiento, el esfuerzo de control y las capacidades de rechazo de perturbaciones confirman que el esquema de control propuesto es una solución factible para el control de la dinámica longitudinal del FW-UAV.

Tabla 6.1: Índice de desempeño ITAE.

Perturbación	Caso 1	Caso 2	Caso 3
No	15.49	7.65	7.65
Si	103.24	20.19	8.42

6.5. Conclusiones

Como se esperaba, se obtienen resultados satisfactorios para el control y rechazo activo de perturbaciones para un FW-UAV mediante el esquema de control propuesto. El objetivo principal de esta investigación es minimizar la influencia de las perturbaciones y la incertidumbre en la salida mediante el uso de un controlador basado en un observador de estados extendido generalizado, GESO. Los resultados de simulación permiten apreciar las ventajas de utilizar una compensación de las perturbaciones externas en el diseño del controlador

automático de vuelo del UAS-S4. Del estudio, también se puede concluir que, a medida que mejora la estimación de la perturbación, se puede realizar una mejor compensación. Por otro lado, aunque en este trabajo solo se presenta el análisis de perturbaciones afectando un solo canal del sistema, el esquema de control permite extender el estudio a más canales, así como el control de movimiento para la dinámica lateral del UAS-S4 Ehécatl y para el control tanto longitudinal como lateral de otros FW-UAV como el UAS-S45 Bálaam.

Referencias

- [6.1] B. Etkin and L. Reid, *Dynamics of flight: Stability and Control*. U.S.A: John Wiley and Sons, Inc., 3 ed., 1995.
- [6.2] R. Nelson, *Flight Stability and Automatic Control*. Singapore: McGraw-Hill International Editions, 2 ed., 1998.
- [6.3] D. Caughey, “Introduction to Aircraft Stability and Control Course Notes for MAE 5070,” 2011.
- [6.4] A. Levant, A. Pridor, R. Gitizadeh, I. Yaesh, and J. Z. Ben-Asher, “Aircraft Pitch Control via Second-Order Sliding Technique,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 4, pp. 586–594, 2000.
- [6.5] A. Hanum and E. Mohammad, “Aircraft Pitch Control Design using Observer-State Feedback Control,” *Kinetik: Game Technology, Information System, Computer Network, Computing, Electronics, and Control*, vol. 2, no. 4, 2017.
- [6.6] N. Wahid, N. Hassan, M. F. Rahmat, and S. Mansor, “Aircraft Pitch Control Design using Observer-State Feedback Control,” *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, vol. 5, no. 12, pp. 1065–1074, 2011.
- [6.7] T. Muhammad, A. Li, A. Rooh, and L. Hongshi, “Autopilot design for an aircraft by using Luenberger observer design,” *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, vol. 90, no. 5, pp. 858–868, 2018.
- [6.8] P. Heri, Mardijah, and P. Eko-Budi, “Design of linear quadratic regulator (LQR) control system for flight stability of LSU-05,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 890, no. 1, pp. 1–6, 2017.
- [6.9] A. Seyma, K. Unver, and K. Cosku, “Altitude Control for Small Fixed-Wing Aircraft Using H_∞ Loop-Shaping Method,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 9, pp. 111–116, 201.
- [6.10] T. Niu, H. Xiong, and S. Zhao, “Based on ADRC UAV longitudinal pitching Angle control research,” in *2016 IEEE Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference*, pp. 21–25, 2016.

- [6.11] Y. Huang, K. Xu, J. Han, and J. Lam, "Flight control design using extended state observer and non-smooth feedback," in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, pp. 223–228, 2001.
- [6.12] M. A. J. Kuitche and R. M. Botez, "Modeling novel methodologies for unmanned aerial systems-Applications to the UAS-S4 Ehécatl and the UAS-S45 Báalam," *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 32, no. 1, pp. 58–77, 2019.
- [6.13] G. Bao-Zuo and Z. Zhi-Liang, *Active Disturbance Rejection Control for Nonlinear Systems: An Introduction*. John Wiley and Sons(Asia) Pte Ltd, 1 ed., October 2016.
- [6.14] H. Sira-Ramirez, A. Luviano-Juárez, M. Ramirez-Neria, and E. Zurita-Bustamante, *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems*. Butterworth-Heinemann, Elsevier, 1 ed., May 2017.
- [6.15] L. Shihua, C. Wen-Hua, and C. Xisong, *Disturbance Observer-Based Control*. Boca Raton: CRC Press, Taylor and Francis Group, 1 ed., October 2017.
- [6.16] J. Han, "From PID to Active Disturbance Rejection Control," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 900–906, March 2009.
- [6.17] I. R. Petersen, "The Matching Condition and Feedback Controllability of Uncertain Linear Systems," in *Robust Control of Linear Systems and Nonlinear Control* (M. A. Kaashoek, J. H. van Schuppen, and A. C. M. Ran, eds.), pp. 177–187, Boston, MA: Birkhäuser Boston, 1990.
- [6.18] S. Li, J. Yang, W. Chen, and X. Chen, "Generalized Extended State Observer Based Control for Systems With Mismatched Uncertainties," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 12, pp. 4792–4802, 2012.
- [6.19] T. Li, S. Zhang, H. Yang, Y. Zhang, and L. Zhang, "Robust missile longitudinal autopilot design based on equivalent-input-disturbance and generalized extended state observer approach," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, vol. 229, no. 6, pp. 1025–1042, 2015.
- [6.20] S. N. Pawar, R. H. Chile, and B. M. Patre, "Design of generalized extended state observer based control for nonlinear systems with matched and mismatched uncertainties," in *2017 Indian Control Conference*, pp. 65–71, 2017.
- [6.21] D. Shi, Z. Wu, and W. Chou, "Generalized Extended State Observer Based High Precision Attitude Control of Quadrotor Vehicles Subject to Wind Disturbance," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 32349–32359, 2018.

-
- [6.22] H.-S. Kang, Y.-T. Kim, C.-H. Hyun, and M. Park, “Generalized Extended State Observer Approach to Robust Tracking Control for Wheeled Mobile Robot with Skidding and Slipping,” *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, no. 3, pp. 155–165, 2013.
- [6.23] S. Das and S. Talole, “GESO based robust output tracking controller for marine vessels,” *Ocean Engineering*, vol. 121, pp. 156–165, 2016.
- [6.24] Z. Gao, “Active Disturbance Rejection Control: A Paradigm Shift in Feedback Control System Design,” in *2006 American Control Conference*, pp. 2399–2405, June 2006.

Capítulo 7

Conclusiones generales

El objetivo principal de esta sección es presentar un resumen de las características de mayor relevancia de los esquemas de control de movimiento presentados a lo largo de la tesis, así como las principales conclusiones.

1. Capítulo 1: la reseña histórica que se presenta describe con detalle la evolución del helicóptero de cuatro rotores conocido como *quadrotor*. En esta sección se mencionan algunas áreas de oportunidad para el desarrollo de nuevos y más eficientes esquemas de control de movimiento, así como los principales proyectos de investigación que han aportado significativamente al desarrollo tecnológico del helicóptero de cuatro rotores.
2. Capítulo 2: la obtención del modelo matemático del *quadrotor* mediante los formalismos de Newton-Euler y Euler-Lagrange, ambos modelos no-lineales fuertemente acoplados, permite el diseño y evaluación de los esquemas de control robusto propuestos.
3. Capítulo 3: el uso de las redes B-spline para el cálculo en línea de las ganancias del esquema de control del tipo PD permite realizar tareas de regulación y seguimiento de trayectorias de manera satisfactoria, y al mismo tiempo, obtener una respuesta suave de las entradas de control calculadas en línea. Las características adaptables del esquema hacen posible que el vehículo pueda volar bajo una amplia variedad de condiciones operativas sin la dependencia de un modelo matemático exacto del sistema. Además, la estrategia propuesta para el entrenamiento fuera de línea de las redes neuronales mediante optimización por enjambre de partículas, representa una alternativa eficiente para el esquema de movimiento del *quadrotor*, debido a que se requiere del entrenamiento de doce y dieciocho redes neuronales para la sintonización de las ganancias de un esquema PD y PID, respectivamente. Finalmente, es importante resaltar que el uso de las RNBS puede extenderse para otros esquemas de control donde se desee contrarrestar los efectos del control de alta ganancia.

4. Capítulo 4: los esquemas de control de movimiento propuestos basados en las teorías de absorbedores virtuales de vibraciones y modos deslizantes son una alternativa eficiente y robusta para la supresión de las fuerzas de perturbación exógenas. Mediante estas estrategias se logran niveles aceptables de atenuación de las vibraciones en el *quadrotor*. Asimismo, se pueden extender ambos enfoques para resolver el problema de regulación y seguimiento de trayectorias para otros sistemas lineales y no lineales.
5. Capítulo 5: el diseño del esquema de control propuesto no requiere de la estimación de la perturbación mediante algún observador ni de mediciones de velocidad, debido al uso apropiado de integrales iteradas y reconstructores integrales. Se demuestra mediante resultados satisfactorios de simulación que el esquema propuesto (de estructura simple) es una alternativa eficiente para el control de movimiento de vehículos aéreos de cuatro rotores. De igual manera, su uso puede extenderse para otros sistemas no lineales perturbados.
6. Capítulo 6: mediante el esquema de control propuesto, la estimación y compensación de las perturbaciones pueden realizarse para cada uno de los canales de la representación dinámica del UAS. No obstante, con fines de simplicidad en la presentación de resultados, se evalúa el desempeño del esquema de control solamente para perturbaciones del ángulo de cabeceo. La perturbación se considera como una señal genérica de comportamiento variable (constante para $t \leq 35$ s y armónico para $t > 35$ s), sin embargo, el esquema también es lo suficientemente robusto para rechazar las perturbaciones inducidas por el viento (cizalladura del viento, turbulencia y ráfagas) de manera satisfactoria, mientras se realizan tareas de regulación de la dinámica longitudinal del UAS-S4 Ehécatl. De igual manera, el esquema fue implementado con éxito para el control de la dinámica lateral del UAS-S4 Ehécatl, así como para la dinámica lateral y longitudinal del UAS-S45 Bálaam.

7.1. Trabajos futuros

Los trabajos proyectados como futuras contribuciones se enlistan a continuación:

1. Implementación de los controladores propuestos en una plataforma experimental.
2. Sintonización de controladores adaptativos con características robustas para el seguimiento de trayectorias de vehículos autónomos.
3. Entrenamiento fuera de línea de los esquemas adaptativos mediante diversos algoritmos de optimización.
4. Diseño y evaluación de controladores basados en los esquemas propuestos y en conjunto con algunas teorías como *backstepping*, Lagrangianos controlados, control predictivo

mediante modelo (Model Predictive Control, MPC), control adaptativo \mathcal{L}_1 , control robusto H_∞ y control adaptativo mediante modelo de referencia (Model Reference Control, MRC).

5. Estimación de perturbaciones para vehículos autónomos mediante diversos mecanismos.

Apéndice A

Ecuaciones de movimiento de Lagrange

Con el fin de determinar las ecuaciones de movimiento de un sistema mecánico complejo, es conveniente utilizar métodos basados tanto en las leyes de Newton, como aquellos basados en la energía del sistema. Para determinar las ecuaciones de movimiento de un sistema mediante el método de Lagrange, es necesario definir un conjunto de coordenadas generalizadas independientes, las cuales describen por completo el movimiento de un sistema. Para realizar el análisis dinámico del *quadrotor* se necesitan seis coordenadas generalizadas (ya que se considera como un cuerpo rígido), tres ángulos que describen su orientación y tres coordenadas espaciales que determinan su posición. Por lo tanto, el vector de coordenadas generalizadas puede escribirse como

$$\mathbf{q} = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]^T \in \mathbb{R}^6 \quad (\text{A.1})$$

o en forma compacta

$$\mathbf{q} = (\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta}) \quad (\text{A.2})$$

Posteriormente se obtiene el Lagrangiano, que está definido como la diferencia entre las energías cinética y potencial del sistema, y es una función de las coordenadas generalizadas \mathbf{q} , las derivadas de las coordenadas generalizadas $\dot{\mathbf{q}}$ y el tiempo t .

$$L = T - V \quad (\text{A.3})$$

Debido a que existe un desacople entre las energías cinéticas de rotación T_r y traslación T_t , se puede reescribir la expresión (A.3) como

$$L = T_t + T_r - V \quad (\text{A.4})$$

donde

$$T_t = \frac{m}{2} \dot{\boldsymbol{\xi}}^T \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad (\text{A.5})$$

Entonces, la energía cinética de traslación está dada por

$$T_t = \frac{m}{2}\dot{x}^2 + \frac{m}{2}\dot{y}^2 + \frac{m}{2}\dot{z}^2 \quad (\text{A.6})$$

Mientras tanto, la energía cinética rotacional esta dada por la siguiente expresión

$$T_r = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \quad (\text{A.7})$$

con $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]$, que es el vector de velocidades angulares expresado respecto a los ejes del marco de referencia fijo al cuerpo del robot. Debido a esto, se utiliza una relación cinemática estándar [A.1] para determinar las velocidades angulares respecto al marco de referencia inercial $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, de la siguiente manera

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

que se puede deducir de manera gráfica mediante una sucesión de rotaciones y proyección de los vectores de velocidad, como se muestra en las Figuras [A.1], [A.2], [A.3] y [A.4]

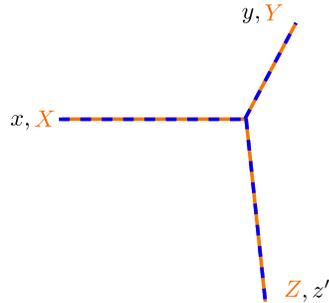


Figura A.1: Marcos de referencia coincidentes antes de rotar.

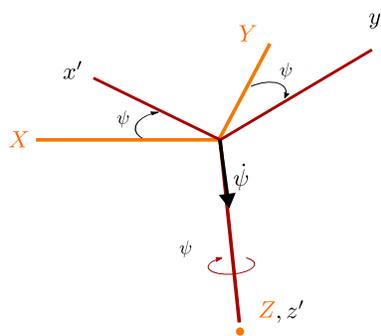
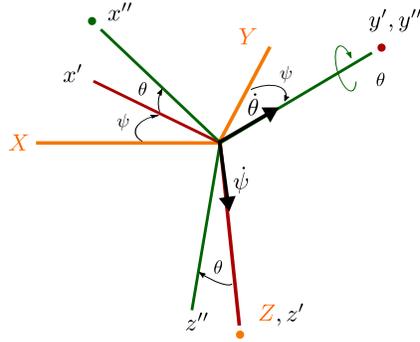
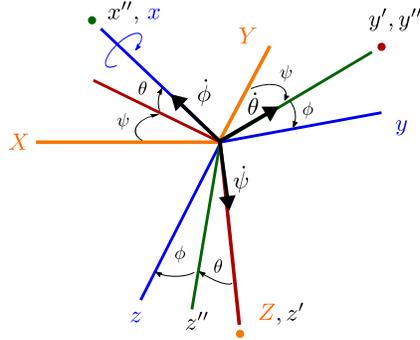


Figura A.2: Primera rotación un ángulo ψ .

Figura A.3: Segunda rotación un ángulo θ .Figura A.4: Tercera rotación un ángulo ϕ .

la cual se puede representar de manera compacta como

$$\boldsymbol{\omega} = W_{\eta} \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (\text{A.9})$$

con

$$W_{\eta} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \cos \theta \cos \phi & -\sin \phi & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Por lo tanto, si se considera el tensor de inercias del cuerpo como

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

la energía cinética rotacional en el marco de referencia está dada por

$$T_r = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbb{J} \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (\text{A.12})$$

donde \mathbb{J} actúa como una matriz de inercia en términos de $\boldsymbol{\eta}$, y está dada por la siguiente expresión

$$\mathbb{J} = \begin{bmatrix} J_{1,1} & (I_y - I_z) \cos \theta \cos \phi \sin \phi & -I_x \sin \theta \\ (I_y - I_z) \cos \theta \cos \phi \sin \phi & I_y \cos^2 \phi + I_z \sin^2 \phi & 0 \\ -I_x \sin \theta & 0 & I_x \end{bmatrix}$$

con

$$J_{1,1} = I_z \cos^2 \theta \cos^2 \phi + I_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi + I_x \sin^2 \theta$$

Por lo tanto, considerando [A.12](#) la energía cinética rotacional es

$$\begin{aligned} T_r &= \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 I_x - \dot{\psi} \dot{\phi} I_x \sin \theta + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 (I_y \cos^2 \phi - I_z \sin^2 \phi) \\ &+ \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \sin \phi (I_y - I_z) \\ &+ \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 (I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi + I_z \cos^2 \theta \cos^2 \phi) \end{aligned}$$

Mientras que la energía potencial se determina mediante

$$V = mgz \tag{A.13}$$

aquí, m y g son la masa del *quadrotor* y la constante de aceleración de gravitación, respectivamente. Entonces, el Lagrangiano definido en [A.3](#) está dado por

$$\begin{aligned} L &= \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} \dot{y}^2 + \frac{m}{2} \dot{z}^2 + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 I_x + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 (I_y \cos^2 \phi - I_z \sin^2 \phi) \\ &+ \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi (I_y - I_z) + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2 (I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta \sin^2 \phi \\ &+ I_z \cos^2 \theta \cos^2 \phi) - \dot{\psi} \dot{\phi} I_x \sin \theta - mgz \end{aligned}$$

Las ecuaciones de movimiento de Lagrange utilizan la información contenida en el Lagrangiano para determinar el comportamiento dinámico del sistema, que pueden deducirse mediante la siguiente expresión

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q}$$

aquí, $\mathbf{Q} = [\mathbf{F}_\xi \boldsymbol{\tau}_\eta]^T$ es el vector de fuerzas y torques generalizadas producidos por los actuadores con el fin de proveer movimiento al sistema, como se observa en [A.14](#) y [A.15](#).

$$\mathbf{F}_\xi = \begin{bmatrix} -u \sin \theta \\ u \cos \theta \sin \phi \\ u \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \tag{A.14}$$

$$\boldsymbol{\tau}_\eta = [\tau_\psi \quad \tau_\theta \quad \tau_\phi]^T \quad (\text{A.15})$$

Entonces, las ecuaciones de movimiento para x están dadas por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} = -u \sin \theta \quad (\text{A.16})$$

con,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} &= m\dot{x} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \right) &= m\ddot{x} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

por lo tanto, se tiene que

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta \quad (\text{A.18})$$

Las ecuaciones de movimiento para y se deducen de manera similar,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}} = u \cos \theta \sin \phi \quad (\text{A.19})$$

con,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \mathbf{y}} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{y}}} &= m\dot{y} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \right) &= m\ddot{y} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

y por consiguiente

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi \quad (\text{A.21})$$

Finalmente, para z se tiene

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{z}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{z}} = u \cos \theta \cos \phi \quad (\text{A.22})$$

donde,

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \mathbf{z}} &= -mg \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{z}}} &= m\dot{\mathbf{y}} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{z}}} \right) &= m\ddot{\mathbf{z}}\end{aligned}\tag{A.23}$$

por lo que se puede expresar el movimiento en esta dirección como

$$m\ddot{z} + mg = u \cos \theta \cos \phi\tag{A.24}$$

De esta manera, el movimiento traslacional se pueden resumir mediante el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned}m\ddot{x} &= -u \sin \theta \\ m\ddot{y} &= u \cos \theta \sin \phi \\ m\ddot{z} &= u \cos \theta \cos \phi - mg\end{aligned}$$

El proceso para derivar las ecuaciones de movimiento angular es el mismo que se utiliza para el movimiento de traslación. El movimiento angular considerando la coordenada generalizada ϕ esta dado por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = \tau_{\phi}\tag{A.25}$$

con,

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \phi} &= (I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi} \cos \theta (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi) \\ &\quad - (I_y - I_z)\dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi \\ &\quad + (I_y - I_z)\dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \cos \phi \sin \phi \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= I_x \dot{\phi} - I_x \dot{\psi} \sin \theta\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) = I_x \ddot{\phi} - I_x \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta - I_x \ddot{\psi} \sin \theta$$

que se puede expresar de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
\tau_\phi &= I_x(\ddot{\phi} - \ddot{\psi} \sin \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta) \\
&- I_y(-\dot{\theta} \sin \phi \cos \phi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \cos^2 \phi - \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin^2 \phi \\
&+ \dot{\psi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi) \\
&- I_z(\dot{\theta} \sin \phi \cos \phi - \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \cos^2 \phi + \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin^2 \phi \\
&- \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi)
\end{aligned}$$

En cuanto a θ se tiene que

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau_\theta \quad (\text{A.26})$$

donde,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta} &= -\dot{\psi} \dot{\phi} I_x \cos \theta - (I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi \\
&+ I_x \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta + I_y \sin \theta \cos \theta \sin^2 \phi \\
&- I_z \sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= \dot{\theta} I_y \cos^2 \phi + \dot{\theta} I_z \sin^2 \phi + \frac{1}{2} (I_y - I_z) \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) &= I_y \ddot{\theta} \cos^2 \phi - 2I_y \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\
&+ I_z \ddot{\theta} \sin^2 \phi + 2I_z \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \\
&+ \frac{1}{2} (I_y - I_z) (-\dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \sin^2 \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \cos^2 \phi \\
&- \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \theta \cos \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi)
\end{aligned}$$

Por lo tanto, el movimiento angular se puede expresar como

$$\begin{aligned}
\tau_\theta &= I_x(\dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta - \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta) \\
&- I_y(\ddot{\theta} \cos^2 \phi - 2\dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi \\
&- \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \theta \sin^2 \phi + \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \theta \cos^2 \phi + \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta \sin^2 \phi) \\
&- I_z(-\ddot{\theta} \sin^2 \phi - 2\dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \theta - \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \sin^2 \phi \\
&+ \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \cos^2 \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \sin \phi \cos \phi - \dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi)
\end{aligned}$$

Por último, se considera la coordenada ψ

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \tau_\psi \quad (\text{A.27})$$

con,

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \psi} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} &= -I_x \dot{\phi} \sin \theta + (I_y - I_z) \dot{\theta} \cos \theta \sin \phi \cos \phi \\ &\quad + I_x \dot{\psi} \sin^2 \theta + I_y \dot{\psi} \cos^2 \theta \sin^2 \phi + I_z \dot{\psi} \cos^2 \theta \cos^2 \phi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) &= -I_x \ddot{\phi} \sin \theta - I_x \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \\ &\quad - (I_z - I_y) \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \sin^2 \phi + (I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \theta \cos^2 \phi \\ &\quad - (I_z - I_y) \dot{\theta}^2 \sin \theta \sin \phi \cos \phi + (I_y - I_z) \ddot{\theta} \cos \theta \sin \phi \cos \phi \\ &\quad + 2I_y \dot{\psi} \dot{\phi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi - 2I_y \dot{\psi} \dot{\theta} \sin^2 \phi \sin \theta \cos \theta \\ &\quad + I_y \ddot{\psi} \cos^2 \theta \sin^2 \phi + I_z \ddot{\psi} \cos^2 \theta \cos^2 \phi \\ &\quad + 2I_z \dot{\psi} \dot{\phi} \cos^2 \theta \sin \phi \cos \phi - 2I_z \dot{\psi} \dot{\theta} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta\end{aligned}$$

De este modo, se tiene que el movimiento está dado por

$$\begin{aligned}\tau_\psi &= I_x(2\dot{\psi}\dot{\theta}\sin\theta\cos\theta + \ddot{\psi}\sin^2\theta - \dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta - \ddot{\phi}\sin\theta) \\ &\quad - I_y(\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta\cos^2\phi - \dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta\sin^2\phi - \dot{\theta}^2\sin\theta\sin\phi\cos\phi \\ &\quad + \ddot{\theta}\cos\theta\sin\phi\cos\phi + 2\dot{\psi}\dot{\phi}\cos^2\theta\sin\phi\cos\phi \\ &\quad - 2\dot{\psi}\dot{\theta}\sin^2\phi\sin\theta\cos\theta + \ddot{\psi}\cos^2\theta\sin^2\phi) \\ &\quad - I_z(\dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta\sin^2\phi - \dot{\theta}\dot{\phi}\cos\theta\cos^2\phi + \dot{\theta}^2\sin\theta\sin\phi\cos\phi \\ &\quad + \ddot{\theta}\cos\theta\sin\phi\cos\phi - 2\dot{\psi}\dot{\phi}\cos^2\theta\sin\phi\cos\phi \\ &\quad - 2\dot{\psi}\dot{\theta}\cos^2\phi\sin\theta\cos\theta + \ddot{\psi}\cos^2\theta\cos^2\phi)\end{aligned}$$

Después de realizar algunas simplificaciones algebraicas, se puede expresar el sistema de la siguiente forma

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbb{J}^{-1}(\boldsymbol{\tau}_\eta - \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\eta}}, \boldsymbol{\eta})\dot{\boldsymbol{\eta}}) \quad (\text{A.28})$$

donde los coeficientes de la inversa de la matriz \mathbb{J} se expresan mediante

$$\mathbb{J}^{-1} = \frac{1}{|\mathbb{J}|} \text{Adj} \mathbb{J} \quad (\text{A.29})$$

con $|\mathbb{J}| = I_x I_y I_z \cos^2 \theta$.

Finalmente, con el fin de simplificar la representación matemática, se introduce la matriz $\mathbb{M} = \mathbb{J}^{-1}$, que está dada por

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{1,2} &= \frac{(I_z - I_y) \sin \theta \sin \phi \cos \phi}{I_y I_z \cos \theta} \\ \mathbb{M}_{1,3} &= \frac{I_y \sin \theta \cos^2 \phi + I_z \sin \theta \sin^2 \phi}{I_y I_z \cos^2 \theta} \\ \\ \mathbb{M}_{2,1} &= \frac{(I_z - I_y) \sin \theta \sin \phi \cos \phi}{I_y I_z \cos \theta} \\ \mathbb{M}_{2,2} &= \frac{I_y \sin^2 \phi + I_z \cos^2 \phi}{I_y I_z} \\ \mathbb{M}_{2,3} &= \frac{(I_z - I_y) \sin \phi \cos \phi}{I_y I_z \cos \theta} \\ \mathbb{M}_{3,1} &= \frac{I_y \sin \theta \cos^2 \phi + I_z \sin \theta \sin^2 \phi}{I_y I_z \cos^2 \theta} \\ \mathbb{M}_{3,2} &= \frac{(I_z - I_y) \sin \phi \cos \phi}{I_y I_z \cos \theta} \\ \mathbb{M}_{3,3} &= \frac{I_y \cos^2 \phi + I_z \sin^2 \phi}{I_y I_z \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

Referencias

- [A.1] M. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Modeling and Control*. Wiley, 2nd ed., 2020.

Apéndice B

Particle Swarm Optimization with MATLAB

B.1. Búsqueda del mínimo global mediante PSO

Con el propósito de ejemplificar el uso de la optimización por enjambre de partículas, se realiza la búsqueda del mínimo global de una función multi-dimensional con diversos mínimos locales. La función de Ackley es ampliamente utilizada para probar algoritmos de optimización. En su forma bidimensional, definida por la ecuación (B.1), se caracteriza por una región externa casi plana y un gran agujero en el centro, como se muestra en la Figura B.1. La función plantea el riesgo de que los algoritmos de optimización queden atrapados en uno de sus numerosos mínimos locales.

$$f(x_1, x_2) = \alpha + e - \alpha e^{-\beta \sqrt{\frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{\gamma} x_i^2}} - e \sqrt{\frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{\gamma} \cos(2\pi x_i)} \quad (\text{B.1})$$

En la ecuación (B.1) se observa que la expresión es una función de las variables x_1 y x_2 , por lo tanto, el número n de variables o parámetros que define el espacio de búsqueda es igual a 2, \mathbb{R}^2 . Las instrucciones que se introducen en la Lista de código B.1 permiten minimizar la función de Ackley mediante la función de MATLAB[®] `particleswarm`. Aquí, se requiere determinar el espacio de búsqueda con límites inferiores y superiores para facilitar la convergencia del algoritmo, así como el tamaño de enjambre; en este ejemplo se utilizan 100 partículas. Los valores de las inercias están dadas por defecto por $\gamma_1 = 0.1$ y $\gamma_2 = 1.1$.

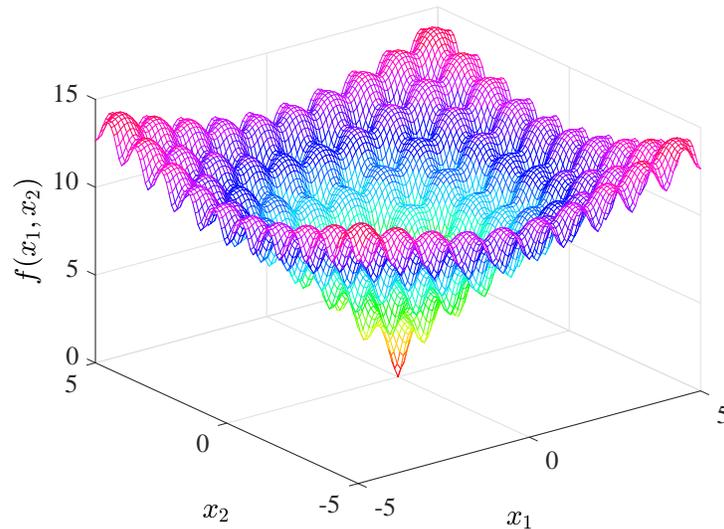


Figura B.1: Representación gráfica de la función de Ackley.

Los resultados obtenidos después de ejecutar las instrucciones de los códigos [B.1](#) y [B.2](#) se presentan en la Tabla [B.1](#).

Tabla B.1: Resultados obtenidos mediante PSO en MATLAB[®].

Parámetro	Resultado
x_1	0.6354 E-10
x_2	0.4870 E-10
f_o	2.2643 E-10
Iteraciones	63
Número de evaluaciones	6400

En la Tabla [B.1](#) se observa que los valores de las variables que minimizan la función, $\mathbf{g}=[0.6354 \text{ E-}10, 0.4870 \text{ E-}10]$, pueden aproximarse como: $x_1 \approx 0$, $x_2 \approx 0$, y en consecuencia $f(0,0) \approx 0$, que puede corroborarse mediante la inspección de la Figura [B.1](#), donde el mínimo global o valor óptimo (*fitness*) se encuentra en $f(0,0) = 0$. Mientras tanto, el número máximo de iteraciones está dado por defecto como $200n$, sin embargo, se puede observar que el algoritmo minimiza la función en un número menor de ellas.

Por su parte, en la lista de código [B.2](#) se presenta el código implementado en MATLAB[®] para la función de Ackley, ecuación [\(B.1\)](#), la cual se ejecuta en la línea 6 del código [B.1](#) y permite generar la gráfica de la Figura [B.1](#).

Lista de código B.1: PSO en Matlab®.

```
1 %%Iniciación de parámetros
2 lb = [-5;-5]; % límite inferior
3 ub = [5;5]; % límite superior
4 nVar = 2; % número de variables
5 %%Evaluación de la función
6 fun = @(x)fackley(x);
7 %%Iniciación del enjambre
8 options = optimoptions('particleswarm','SwarmSize',100);
9 %%Optimización por enjambre de partículas
10 [x,fvalue] = particleswarm(fun,nVar,lb,ub,options);
```

Lista de código B.2: Función de Ackley.

```
1 function f=ackley(x) % Nombre de la función
2 %%Variables
3     x1 = x(1);
4     x2 = x(2);
5 %%Constantes
6     alfa = 20;
7     beta = 0.2;
8     sigma = 2;
9     e = exp(1);
10 %%Función de Ackley
11     f = alfa + e ...
12         -alfa*exp(-beta*sqrt((1/sigma)*(x2^2 + x1^2))) ...
13         -exp(1/sigma)*(cos(2*pi*x1) + cos(2*pi*x2 ));
14 end
```


Apéndice C

Productos del trabajo de investigación

C.1. Artículos publicados

- H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera, O. Aguilar-Mejía, and F. Beltran-Carbajal. On Line Adaptive Neuro-controller for Regulating Angular Position and Trajectory of Quadrotor System, RIAI - Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, vol. 14, no. 2, pp. 141-151, 2017.
- H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera, F. Beltran-Carbajal, O. Aguilar-Mejia and I. Lopez-Garcia. Modelado Matemático y Control PD de un Quadrotor, Difu100ci@ Revista en Ingeniería y Tecnología, UAZ, Vol. 10, no.1, pp. 19-27, 2016.
- Yañez-Badillo, H.; Tapia-Olvera, R.; Beltran-Carbajal, F. Adaptive Neural Motion Control of a Quadrotor UAV. Vehicles 2020, 2, 468-490.
- H. Yañez-Badillo, F. Beltran-Carbajal, R. Tapia-Olvera, A. Valderrabano-Gonzalez, A. Favela Contreras, J. C. Rosas-Caro. A Dynamic Motion Tracking Control Approach for an Aerial Mechanical System. Aceptado en la revista Shock and Vibration.
- M. A. J. Kuitche, H. Yañez-Badillo and R. M. Botez. Low-Order Robust Controller for Stabilization, Tracking and Disturbance Rejection of the Unmanned Aerial System UAS-S45 Balaam. Sometido en la Aeronautical Journal.

C.2. Memorias

- H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera, F. Beltran-Carbajal, O. Aguilar-Mejia and I. Lopez-Garcia. Un enfoque de control de movimiento de un helicóptero con cuatro rotores, Research in Computing Science, ISSN 1870-4069, Vol. 120, pp. 21-30, 2016.

- H. Yañez-Badillo, F. Beltran-Carbajal, Zeferino Damian-Noriega, R. Tapia-Olvera, A. Valderrabano Gonzalez, J.C Rosas-Caro. An active suppression approach of harmonic forces in a quadrotor, 25th International Congress on Sound and Vibration 2018, ICSV 2018: Hiroshima Calling, 2, pp. 777-784, 2018.
- F. Beltran-Carbajal, G. Silva-Navarro, H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera and A. Valderrabano Gonzalez. Virtual active vibration absorbers in motion control of quadrotor aerial vehicle, 25th International Congress on Sound and Vibration 2018, ICSV 2018: Hiroshima Calling, 2, pp. 785- 792, 2018.
- H. Yañez-Badillo, R. Tapia-Olvera, F. Beltran-Carbajal, A. Valderrabano-Gonzalez, J.C RosasCaro and O. Aguilar-Mejia. Adaptive neural strategies for the interactive tracking flight of two aerial vehicles, 25th International Congress on Sound and Vibration 2018, ICSV 2018: Hiroshima Calling, 2, pp. 800-807, 2018.
- H. Yañez-Badillo, F. Beltran-Carbajal, R. Tapia-Olvera, M. A. J. Kuitche, R. M. Botez. Generalized extended state observer based-control for active suppression of forced vibrations in a multi-rotor unmanned vehicle, 26th International Congress on Sound and Vibration 2019, ICSV 2019: Vol.1, pp. 447-454, 2019.
- H. Yañez-Badillo, R. M. Botez, M. A. J. Kuitche, F. Beltran-Carbajal, R. Tapia-Olvera. Integral compensation for disturbance rejection in longitudinal flight control of a fixed-wing unmanned aerial system UAS-S4, 26th International Congress on Sound and Vibration 2019, ICSV 2019: Vol.2, pp. 1202-1209, 2019.
- Hugo Yañez-Badillo, Maxime Alex Junior Kuitche, and Ruxandra Mihaela Botez. Disturbance Rejection in Longitudinal Control for the UAS-S4 Ehécatl Design, AIAA AVIATION 2020 FORUM, pp. 1-14, 2020.

C.3. Estancias de investigación

- Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, Ciudad de México. Departamento de Energía. Relacionada con actividades de modelado y análisis mecánico de un vehículo aéreo de cuatro rotores. Bajo la supervisión del Dr. Francisco Beltrán Carbajal, agosto 2016 - julio 2017.
- Universidad Panamericana, Campus Guadalajara, Zapopan, México. Relacionada con actividades de circuitos electrónicos y electrónica de potencia para la implementación de una plataforma experimental de un vehículo aéreo de cuatro rotores. Bajo la supervisión del Dr. Antonio Valderrábano González y del Dr. Francisco Beltrán Carbajal, agosto 2017 - julio 2018.

- École de Technologie Supérieure (ETS), University of Quebec, Montreal, Quebec, Canada. Department of Automated Production Engineering, Laboratory in Active Controls, Avionics and Aeroservoelasticity (LARCASE). Relacionado a la mejora de experiencias en investigación para el control de un modelo en simulación para un vehículo aéreo no tripulado UAV. Bajo la supervisión de la Dra. Ruxandra M. Botez, septiembre 2018 - marzo 2019.

C.4. Congresos

- International Congress on Informatics (CORE 2016), IPN, Mexico City. November 2016.
- 25th International Congress on Sound and Vibration, ICSV25 2018, Hiroshima, Japan. July 2018.
- 26th International Congress on Sound and Vibration, ICSV26 2019, Montreal, Quebec, Canada. July 2019.

C.5. Conferencias

- Generalized Extended State Observer-based Control Application for Active Disturbance Rejection of the UAS-S4 Ehécatl Design. Aircraft Design and Development Symposium, CASI AERO Conference 2019, Sheraton Laval Hotel, Montréal, Québec. May 14-16, 2019.
- Disturbance Rejection in Longitudinal Control for the UAS-S4 Ehécatl Design. Session: Modeling and Simulation for Guidance, Navigation, and Control, AIAA AVIATION 2020 Forum. June 15-19, 2020.